



Mathematical Statistics
Stockholm University
Bachelor Thesis **2013:2**
<http://www.math.su.se>

Hidden Markov Models

Theory and Simulation

André Inge*

June 2013

Abstract

Markov chains describe stochastic transitions between states over time and the observations are the sequence of states. The assumption is that the state at the next step is dependent only on the current state. In many applications these states are not observable and the observations are instead outputs from another stochastic process which is dependent on the state of the unobservable process. These models are called hidden markov models (HMMs). This paper will provide a theoretical background for discrete-time, finite-state HMMs starting in ordinary markov chains. It will also answer questions on how to infer information about the hidden process and how to predict future distributions. It ends with simulations and a real data example where the covered material is put into use. Examples are also provided throughout the paper. The simulations showed that local maxima of the likelihood can be detected through assigning implausible starting values for estimation algorithms and that the precision of global decoding increase with smaller overlapping of the density/mass of the state dependent variables.

*Postal address: Mathematical Statistics, Stockholm University, SE-106 91, Sweden.
E-mail: andre.inge@hotmail.com . Supervisor: Mehrdad Jafari Mamaghani.

Sammanfattning

Markovkedjor beskriver stokastiska övergångar mellan tillstånd över tid och observationerna motsvaras av en serie tillstånd. Antagandet är att tillståndet efter nästa steg enbart beror på det nuvarande tillståndet. I många fall kan dock dessa tillstånd inte direkt observeras och observationerna kommer istället från en annan stokastisk process vars fördelning beror på tillståndet i den för oss gömda processen. Sådana modeller kallas för Hidden Markov models (HMMs). Denna uppsats tillhandahåller en teoretisk genomgång för HMMs i diskret tid och med ett begränsat antal tillstånd och tar sin start vid teori för vanliga Markovkedjor. Den kommer också att svara på frågor om hur man kan härleda fram information om den gömda processen och hur man kan prediktera framtida fördelningar. Uppsatsen avslutas med simuleringar och ett exempel med riktig data där vi använder teorin. Exempel finns genomgående i texten.

Simuleringarna visade att lokala maxpunkter av likelihoodfunktionen kan upptäckas genom att tilldela mindre troliga startvärden till den använda skattnings-algoritmen och att precisionen vid global dechiff-rering ökar med minskat snitt av täthets/sannolikhets-funktionerna i de tillståndsberoende variablerna.