

# Slutstorlekar hos Reed Frost-epidemier på slumpgrafer skapade enligt den viktade konfigurationsmodellen

Anders Carlsson\*

Februari 2012

## Sammanfattning

I denna uppsats studerar vi epidemier på slumpgrafer. Epidemier på grafer kan t.ex. användas för att modellera en verklig sjukdomsepidemi eller ett rykte som sprids i en population av människor men kan också modellera data som skickas på ett datanätverk. Matematiskt är epidemin en stokastisk process som utspelar sig på en graf som i sin tur konstrueras med hjälp av en stokastisk modell. Epidemimodellen vi använder är *Reed Frost-modellen* och modellen för att konstruera grafen är den *viktade konfigurationsmodellen*. Vid studier av en epidemi, är man ofta intresserad av under vilka förutsättningar ett stort utbrott kan ske och, givet att ett stort utbrott skett, hur många individer som blivit smittade. Denna uppsats undersöker det senare d.v.s. storleken på ett utbrott av en Reed Frost-epidemi på en slumpgraf som konstruerats efter den viktade konfigurationsmodellen. Istället för analytiska beräkningar använder vi Matlab för att simulera några exempel på grafer och epidemier från vilka vi skattar slutstorlekarna av epidemiutbrotten. Vi beräknar också reproduktionstalet  $R_0$ , för varje exempel, vilket är det förväntade antalet nya smittfall som genereras av en given smittad individ i början av tidsförloppet. Från simuleringarna ser vi att det inte verkar finnas några andra generella samband mellan  $R_0$  och slutstorlekarna av epidemierna förutom att  $R_0 > 1$  implicerar att ett stort utbrott är möjligt. Vi ser fall där  $R_0$  är avtagande medan slutstorlekarna är växande och vice versa. Vi ger också exempel i vilka förekomsten av höggradiga noder, vilket typiskt gör att epidemin har lättare att ta fart, kan tas ut genom små sannolikheter för smitta mellan höggradiga noder.

---

\*Postadress: Matematisk statistik, Stockholms universitet, 106 91, Sverige.  
E-post: anders.c@telia.com. Handledare: Maria Deijfen.

# Abstract

In this thesis we study epidemics on random graphs. Epidemics on graphs can be used for example to model a real life epidemic disease or a rumour spreading in a human population but could also model data being sent on a computer network. Mathematically, an epidemic is a stochastic process which takes place on a graph which in turn is constructed using a stochastic model. The epidemic model we use is the *Reed Frost model* and the model used to construct the graph is the *weighted configuration model*. When studying an epidemic, one is often interested in under what circumstances a large outbreak can occur and, given that a large outbreak has occurred, how many individuals that has ultimately been infected. This thesis investigates the latter, that is, the outbreak sizes of Reed Frost-epidemics on a random graph constructed according to the weighted configuration model. Rather than an analytic approach we use Matlab to simulate some examples of graphs and epidemics from which we can estimate the final sizes of the epidemic outbreaks. We also calculate the basic reproduction number  $R_0$ , for each example which is basically the expected number of new cases generated by a given infective in the beginning of the time course. From the simulations we see that there seems to be no other general connection between  $R_0$  and the final sizes of the epidemics other than that  $R_0 > 1$  implies that a large outbreak is possible. We see cases where  $R_0$  is decreasing while the outbreak sizes are increasing and vice versa. We also give examples in which the presence of high degree nodes, which typically makes the epidemic take off more easily, can be cancelled out by a small probability of infection between high degree nodes.