



Stockholms
universitet

Svenska Missionskyrkans pensionskuld

Elin Eriksson

Kandidatuppsats 2010:12
Matematisk statistik
December 2010

www.math.su.se

Matematisk statistik
Matematiska institutionen
Stockholms universitet
106 91 Stockholm

Svenska Missionskyrkans pensionseskuld

Elin Eriksson*

December 2010

Sammanfattning

Svenska Missionskyrkan har en särskild pensionsordning som omfattar alla medarbetare som anställdes innan den 30 april 2007. Varje anställd som ingår i den särskilda pensionsordningen erlägger årligen en avgift. Utifrån nuvarande lagar och regler ska Svenska Missionskyrkans pensionseskuld tas fram. Dels för det aktuella året och dels för år 2046, då samtliga som omfattas av reformen senast har uppnått pensionsåldern. Idag har Svenska Missionskyrkan 104,17 miljoner svenska kronor i tillgångar som är avsedda för framtida pensionseskulder. Dessa antas förräntas med samma ränta som skulderna gör. Modellen som har använts är Makehams formel med korrektion i höga åldrar. Kapitalvärdena beräknades för samtliga individer. Dessa användes sedan vid framtagning av värdefunktionerna på individnivå vid de olika durationerna. Därefter summerades värdefunktionerna för samtliga individer vid varje duration. Det faktiska resultatet erhöles då värdet på nuvarande tillgångar subtraherades från värdefunktionen. Detta blev per september 2010 en eskuld på 135,8 miljoner kronor och för år 2046 finns ingen eskuld kvar, om nuvarande lagar och regler bibehålls, utan istället finns ett överskott på 61,25 miljoner kronor. Om Svenska Missionskyrkans syfte är att pensionssystemet ska vara självgående borde dess regler ses över i och med att ett överskott av kapital erhålles år 2046. En tänkbar åtgärd skulle kunna vara att sänka pensionsavgiften.

*Postadress: Matematisk statistik, Stockholms universitet, 106 91, Sverige.
E-post: elin_elin24@hotmail.com. Handledare: Thomas Höglund.

Abstract

The Swedish Mission Church, has a special pension scheme covering all employees who joined before 30 April 2007. Every employee in the particular pension scheme pays an annual fee.

Based on current laws will the liabilities of the pension obligations be developed. Partly for that year and partly for year 2046, because this is the year when all covered by the reform has reached retirement age.

Today the Swedish Mission Church has 104.17 millions SEK in assets, that are intended to illuminate future pension liabilities. These expected remunerated at the same rate that the debt does.

The model used is Makehames formula with correction at high ages. Capital values were calculated for all individuals. These were then used in the derivation of value functions for each individual at the various durations. The value function for all individuals, at each duration, obtained by summary the value functions for each individual . The actual result was obtained when the value of current assets subtracted from the value function. This was in September 2010 a debt of 135.8 million SEK and for the year 2046 there is no debt remaining, if existing laws are maintained, instead there is a surplus of 61.25 million SEK.

If the Swedish Mission Church view is that the pension system should be self-propelled, then its rules should be reviewed. One possible measure would be to lower the pension fee.

Sammanfattning

Svenska Missionskyrkan har en särskild pensionsordning som omfattar alla medarbetare som anställdes innan den 30 april 2007. Varje anställd som ingår i den särskilda pensionsordningen erlägger årligen en avgift.

Utifrån nuvarande lagar och regler ska Svenska Missionskyrkans pensionsskuld tas fram. Dels för det aktuella året och dels för år 2046, då samtliga som omfattas av reformen senast har uppnått pensionsåldern.

Idag har Svenska Missionskyrkan 104.17 miljoner svenska kronor i tillgångar som är avseende för framtida pensionsskulder. Dessa antas förräntas med samma ränta som skulderna gör.

Modellen som har använts är Makehams formel med korrektion i höga åldrar. Kapitalvärdena beräknades för samtliga individer. Dessa användes sedan vid framtagning av värdefunktionerna på individnivå vid de olika durationerna. Därefter summerades värdefunktionerna för samtliga individer vid varje duration. Det faktiska resultatet erhöles då värdet på nuvarande tillgångar subtraherades från värdefunktionen. Detta blev per september 2010 en skuld på 135.8 miljoner kronor och för år 2046 finns ingen skuld kvar, om nuvarande lagar och regler bibehålls, utan istället finns ett överskott på 61.25 miljoner kronor.

Om Svenska Missionskyrkans syfte är att pensionsystemet ska vara självgående borde dess regler ses över i och med att ett överskott av kapital erhålles år 2046. En tänkbar åtgärd skulle kunna vara att sänka pensionsavgiften.

Förord

På uppdrag av Svenska Missionskyrkan utförs denna kandidatuppsats i matematisk statistik. Omfattningen är 15 högskolepoäng och den skrivs för matematiska institutionen vid Stockholms universitet.

Jag vill passa på att rikta ett stort tack till Svenska Missionskyrkan, då främst till Magnus Björk och Margareta Smedberg Andersson. Tack för all vänlighet och kunskap ni gett mig om er verksamhet och dess pensionssystem. Utan er hjälp hade projektet inte gått att genomföra.

Jag vill också tacka min handledare vid Stockholms universitet, Thomas Höglund.

Innehåll

1	Inledning	5
1.1	Bakgrund	5
1.2	Problem och syfte	5
2	Teori	5
2.1	Svenska Missionskyrkans pensionsreglemente	5
2.2	Ränteteori	6
2.2.1	Rak ränta	7
2.2.2	Sammansatt ränta	7
2.2.3	Diskontering och nuvärden	7
2.2.4	Annuitet	8
2.3	Livförsäkringsmatematik	8
2.3.1	Dödlighetsintensiteten	8
2.3.2	Överlevelsefunktionen	9
2.3.3	Makehams fördelning med korrektion i höga åldrar	9
2.3.4	Kommutationsfunktionerna	10
2.3.5	Kapitalvärden av utbetalningar	10
2.3.6	Värdefunktionen och Thieles differentialekvation	11
2.4	Finansinspektionens föreskrifter	12
3	Data	13
3.1	Material	13
3.2	Beräkningsantaganden	14
3.3	Analys	15
4	Resultat	18
5	Slutsats	20
6	Referenser	23

1 Inledning

1.1 Bakgrund

Svenska Missionskyrkan har en särskild pensionsordning som omfattar alla medarbetare som anställdes innan den 30 april 2007. Övriga anställda inkluderas av ITP¹-planen. Varje anställd som ingår i den särskilda pensionsordningen erlägger årligen en avgift som är proportionell mot den för året gällande pensionsgrundande lönen. Pensionsskulden redovisas löpande i Svenska Missionskyrkans balansräkning och beräkningarna görs i enlighet med Finansinspektionens föreskrifter för beräkning av kapitalvärdet av pensionsutfästelse enligt trygghandelagen², detta trots att de inte behöver följa lagen. Det är också lagstadgat att Svenska Missionskyrkan inte behöver betala någon avkastningsskatt.

1.2 Problem och syfte

Svenska Missionskyrkan har ett behov av att löpande beräkna pensionsskulden för de anställdas intjänade pensionsrätter. Därmed behövs väntevärdet av nuvärdet av kommande utbetalningar diskonterat med avseende på ränta och dödlighet tas fram, även kallat kapitalvärdet av utbetalningarna. Med pensionsskuldens storlek som utgångspunkt kan beslut gällande reglerna för den särskilda pensionsordningen fattas samt korrekta avsättningar göras.

Utifrån nuvarande lagar och regler ska därför Svenska Missionskyrkans pensionsskuld tas fram. Dels för det aktuella året och dels för år 2046, då samtliga som omfattas av reformen senast har uppnått pensionsåldern.

2 Teori

2.1 Svenska Missionskyrkans pensionsreglemente

För de med anställningsdatum 30 april 2007 eller tidigare sker inträde i pensionsrätt vid den tidpunkt då den anställde erhåller fast anställning eller vikariat längre än 12 månader. För pastorer och diakoner sker detta dock tidigast vid ingången av den månad då 25 års ålder uppnås och för övriga anställda vid ingången av den månad då de blir 28 år gamla.

Vid inträdet i pensionsrätt så sätts den pensionsgrundande tjänstetiden lika med det antal månader som återstår till ingången av den månad då 65 års ålder uppnås. Det maximala antalet månader som den anställde kan omfattas av pensionsrätt blir således 480 månader för pastorer och diakoner och 444 månader för övriga anställda.

En tjänstetidsfaktor, som sedan påverkar den faktiska pensionen, bildas genom att det totala antalet månader som den anställde har varit i tjänst divideras med det maximala antalet månader individen i fråga skulle kunna ha

¹Industrins och handels tilläggspension, en kollektivavtalad tjänstepension.

²lagen (1967:531)

Födelseår	Procentsats
1954-	10.0%
1952-1953	9.5%
1950-1951	9.0%
1948-1949	8.5%
1946-1947	8.0%
1944-1945	7.5%
1942-1943	7.0%
1940-1941	6.5%
1938-1939	6.0%
1936-1937	5.5%
1914-1935	5.0%
1913	7.0%
1912	8.0%
1911	9.0%

Tabell 2.1.1: *Procentsatser som påverkar tjänstepensionen.*

arbetat ihop från anställningsdatumet och fram till pensionsåldern, dock lägst 360 månader.

Förutom tjänstetidsfaktorn så påverkas den anställdes pension av en procentsats som i sin tur styrs av födelseåret enligt Tabell 2.1.1.

Den slutliga pensionen påverkas sist men inte minst av den anställdes årliga snittlön de fem senaste tjänsteåren. Sammanfattningsvis blir det årliga tjänstepensionsbeloppet som utbetalas följande

$$Tjänstepensionsbelopp = Tjänstetidsfaktorn * Procentsatsen * Snittlönen$$

De som avgår ur sin tjänst innan pensionsåldern erhåller fribrev³ avseende sin intjänade tjänstepension där beloppet beräknas enligt samma bestämmelser.

Tjänstepensionen utbetalas livslångt från 65 års ålder. Efter att den börjat utbetalas omräknas pensionsunderlaget vid början av varje kalenderår. Förändringen styrs av Statistiska Centralbyråns konsumentprisindex under en tolvmånadersperiod fram till och med oktober månad året innan.

Samtliga som är i tjänst betalar årligen en avgift motsvarande 8% av den för året pensionsgrundande lönen.

2.2 Ränteteori

Inom livförsäkringsmatematiken spelar räntan en viktig roll. Det finns många ränteinstrument på marknaden och några av dem defineras nedan.

³Innehåller uppgifter om det pensionsbelopp som intjänats och som kommer att betalas ut vid uppnådd pensionsåldern.

2.2.1 Rak ränta

Med rak ränta menas att ett kapital, K_0 , förräntas med en räntefot, r , vid slutet av en ränteperiod så att kapitalet, K_n , fås. Antalet ränteperioder motsvaras av n .

$$K_n = K_0(1 + rn) \quad (2.2.1)$$

2.2.2 Sammansatt ränta

Om räntan som erhålles vid den första ränteperiodens slut återinvesteras tillsammans med det initiala kapitalet så förräntas räntan i sin tur. Sammansatt ränta innebär att detta tillämpas över flera sammanhängande ränteperioder.

$$K_n = K_0(1 + r)^n \quad (2.2.2)$$

Som synes växer kapitalet exponentiellt. Därför kan (2.2.2) skrivas som

$$K_n = K_0 e^{\delta n} \quad (2.2.3)$$

där storheten δ är ränteintensiteten och defineras som

$$\delta = \ln(1 + r).$$

Vid livförsäkringstekniska beräkningar modifieras definitionen av ränteintensiteten till

$$\delta = \ln(1 + (1 - a)(1 - s)r) - d \quad (2.2.4)$$

där a är en faktor för avkastningsskatt, s står för en säkerhetsbelastning som parerar återinvesteringsrisken och därmed täcker eventuella underskott i de försäkringstekniska beräkningsantagandena och d är en driftkostnadsbelastning som täcker framtida driftkostnader vid hanteringen av pensionerna.

2.2.3 Diskontering och nuvärdet

Med hjälp av diskontering kan man ta reda på hur stort kapital som behövs för att efter en viss tid uppnå ett förutbestämt kapital med en given förräntning. Diskonteringsfaktorn uttrycks som

$$v = \frac{1}{(1 + r)} = e^{-\delta}. \quad (2.2.5)$$

Nuvärdesberäkning av en betalningsström innebär diskontering till en given tidpunkt, oftast den aktuella tidpunkten. Vid diskret tid innebär detta

$$K_0 = \sum_{j=1}^n K_j v^{t_j} \quad (2.2.6)$$

där t_j , $j = 1, \dots, n$, är de tidpunkter där de enskilda betalningarna sker. Den kontinuerliga motsvarigheten blir

$$K_0 = \int_0^T K_t e^{-\delta t} dt. \quad (2.2.7)$$

2.2.4 Annuitet

En annuitet är en betalningsström av ändligt många betalningar av samma storlek vid regelbundna tidpunkter. Inom livförsäkring används livsvariga annuiteter, då betalningsströmmen är kopplad till huruvida individen lever eller ej.

I diskret tid är tidpunkterna i betalningsströmmen av stor betydelse, därför skiljer man på betalningar i förskott och betalningar i efterskott. Nuvärdena ges av

$$\alpha_0^d(n) = \frac{(1+r)(1-v^n)}{r} \quad \text{Förskottsannuitet} \quad (2.2.8)$$

$$a_0^d(n) = \frac{(1-v^n)}{r} \quad \text{Efterskottsannuitet} \quad (2.2.9)$$

och slutvärdena beräknas genom

$$\sigma_0^d(n) = \frac{(v^{-n} - 1)}{vr} \quad \text{Förskottsannuitet} \quad (2.2.10)$$

$$s_0^d(n) = \frac{(v^{-n} - 1)}{r} \quad \text{Efterskottsannuitet} \quad (2.2.11)$$

vid kontinuerlig tid ges motsvarande värden av

$$a_0(n) = \frac{(1 - e^{-\delta n})}{\delta} \quad \text{Diskonterade värdet} \quad (2.2.12)$$

$$s_0(n) = \frac{(e^{\delta n} - 1)}{\delta} \quad \text{Förräntade värdet.} \quad (2.2.13)$$

2.3 Livförsäkringsmatematik

2.3.1 Dödlighetsintensiteten

Livslängden för en godtyckligt vald individ representeras av en icke-negativ kontinuerlig stokastisk variabel, T , med följande fördelnings- och täthetsfunktion

$$F(x) = P(T \leq x), \quad x \geq 0 \quad (2.3.1)$$

$$f(x) = F'(x), \quad x \geq 0. \quad (2.3.2)$$

Sannolikheten att en individ avlider i ett intervall $(x, x+dx)$, givet att personen lever vid x , är $\mu_x dx$ under förutsättning att dx är litet. Approximativt kan detta uttryckas

$$\mu_x dx \simeq \frac{F(x+dx) - F(x)}{1 - F(x)} \quad (2.3.3)$$

genom att dividera med dx fås

$$\mu_x \simeq \frac{1}{dx} \frac{F(x+dx) - F(x)}{1 - F(x)}. \quad (2.3.4)$$

Då $dx \rightarrow 0$ erhålls

$$\mu_x = \lim_{dx \rightarrow 0} \frac{1}{dx} \frac{F(x+dx) - F(x)}{1 - F(x)} = \frac{f(x)}{1 - F(x)} \quad (2.3.5)$$

detta är dödlighetsintensiteten för en individ vid åldern x .

2.3.2 Överlevelsefunktionen

Den återstående livslängden för en godtyckligt vald individ vid åldern x kan beskrivas av den icke-negativa stokastiska variabeln T_x , vars fördelnings- och täthetsfunktion definieras som

$$F_x(t) = P(T_x \leq t), \quad t \geq 0 \quad (2.3.6)$$

$$f_x(t) = F'_x(t), \quad t \geq 0. \quad (2.3.7)$$

Sannolikheten att en individ som uppnått åldern x ska leva i ytterligare minst t år ges av överlevelsefunktionen

$$l_x(t) = 1 - F_x(t) = P(T_x > t) = \frac{l_0(x+t)}{l_0(x)}, \quad t \geq 0. \quad (2.3.8)$$

Dödlighetsintensiteten och överlevelsefunktionen står, inte helt oväntat, i relation till varandra

$$l(x) = e^{-\int_0^x \mu_s ds} \quad (2.3.9)$$

$$l_x(t) = e^{-\int_x^{x+t} \mu_s ds}, \quad t \geq 0 \quad (2.3.10)$$

där $l(0) = 1$.

2.3.3 Makehams fördelning med korrektion i höga åldrar

Den livslängdsmodell som används i Sverige för att beskriva utjämning av observerad dödlighet är Makehams fördelning. Modellen har mycket god överensstämmelse med observerade data, utom i höga åldrar. Utifrån Makehams fördelning, med en korrigering för de höga åldrarna, så definieras dödlighetsintensiteten vid åldern x som

$$\mu_x = \begin{cases} \alpha + \beta e^{\gamma x}, & x \leq w \\ \mu_w + k(x-w), & x > w \end{cases} \quad (2.3.11)$$

där parametrarna α , β och γ styrs av vilket kön samt hur gammal individen är. Dessutom uppfyller de $\alpha + \beta > 0$, $\beta > 0$ och $\gamma \geq 0$. Korrigeringen i modellen sker för åldrar högre än w och k är en konstant.

Genom att utnyttja (2.3.9) samt göra några omskrivningar så kan överlevelsefunktionen uttryckas som

$$l(x) = \begin{cases} e^{-(\alpha x + \frac{\beta}{\gamma}(e^{\gamma x} - 1))}, & x \leq w \\ e^{-(-\ln l(w) + \mu_w(x-w) + (\frac{k}{2})(x-w)^2)}, & x > w. \end{cases} \quad (2.3.12)$$

2.3.4 Kommutationsfunktionerna

För att underlätta livförsäkringstekniska beräkningar finns så kallade kommutationsfunktioner att tillgå. Nedan definieras två av dem, de levandes diskonterade tal $D(x)$ och summan av de levandes diskonterade tal $N(x)$, som är av stor betydelse vid tjänstepensionsberäkningar.

$$D(x) = l(x)e^{-\delta x}, \quad x \geq 0 \quad (2.3.13)$$

$$N(x) = \int_x^\infty D(t)dt, \quad x \geq 0. \quad (2.3.14)$$

Vid beräkning av $N(x)$ används Euler-Maclaurins summationsformel⁴

$$N(x) \simeq \sum_{i=0}^w D(x+i) - \frac{D(x)}{2} - \frac{1}{12}(\mu_x + \delta)D(x). \quad (2.3.15)$$

Genom att använda sig av den dubbla räntintensiteten så erhålls ytterligare två kommutationsfunktioner, $\tilde{D}(x)$ och $\tilde{N}(x)$.

2.3.5 Kapitalvärden av utbetalningar

Väntevärdet av nuvärdet av en utbetalning, diskonterad med avseende på ränta och dödlighet, kallas kapitalvärdet.

En genast börjande livsvarig livränta innebär att det från försäkringen betalas ut 1 krona per år så länge den försäkrade lever. Detta förfarande kan uttryckas med hjälp av en stokastisk variabel

$$Y = \begin{cases} \frac{1-e^{-\delta T_x}}{\delta}, & T_x \geq 0 \\ 0, & \text{annars.} \end{cases} \quad (2.3.16)$$

Kapitalvärdet blir väntevärdet för den stokastiska variabeln och nu är kommutationsfunktionerna till stor hjälp. Även variansen blir tämligen enkel att beräkna

$$E(Y) = \frac{N(x)}{D(x)} \quad (2.3.17)$$

$$\sigma^2(Y) = \frac{2}{\delta} \left(\frac{N(x)}{D(x)} - \frac{\tilde{N}(x)}{\tilde{D}(x)} \right) - (E(Y))^2. \quad (2.3.18)$$

På samma sätt kan en uppskjuten livsvarig livränta definieras. Denna försäkringsform innebär att det utbetalas 1 krona per år med början efter m år och så länge

⁴ $\hat{T}(h) = \int_a^b f(t)dt + \frac{h^2}{12}(f'(b) - f'(a)) + R(h)$, där $\hat{T}(h)$ är en approximation av en ändlig integral enligt trappetsregeln och $R(h)$ är en restterm innehållande termer av fjärde ordningen av h och högre.

Trappetsregeln: $\int_a^b f(t)dt \simeq h \left(\frac{1}{2}f_0 + \sum_{i=1}^{n-1} f_i + \frac{1}{2}f_n \right)$, där $f(t)$ är en kontinuerlig funktion i $[a, b]$, $nh = b - a$ motsvarar en ekvidistant indelning ($t_i = a + ih$, $i = 0, \dots, n$) av intervallet och $f_i = f(t_i)$ ($i = 0, \dots, n$) är respektive funktionsvärde.

den försäkrade lever

$$Y = \begin{cases} 0, & T_x \leq m \\ e^{-\delta m} \frac{1 - e^{-\delta(T_x - m)}}{\delta}, & T_x > m. \end{cases} \quad (2.3.19)$$

Dess väntevärde och varians blir

$$E(Y) = \frac{N(x+m)}{D(x)} \quad (2.3.20)$$

$$\sigma^2(Y) = \frac{2}{\delta} \left(e^{-\delta m} \frac{N(x+m)}{D(x)} - \frac{\tilde{N}(x+m)}{\tilde{D}(x)} \right) - (E(Y))^2. \quad (2.3.21)$$

2.3.6 Värdefunktionen och Thieles differentialekvation

Varje försäkringsavtal som tecknas, vid tidpunkten 0, kan vid duration t förklaras med en värdefunktion. Det är värdefunktionens värde, $V(t)$, som ska avsettas som skuldpost i ett bolags balansräkning.

$$V(t) = A(t) - B(t) \quad (2.3.22)$$

där $A(t)$ och $B(t)$ är kapitalvärdet av försäkringsgivarens respektive försäkringstagarens framtida förpliktelser vid durationen t . Både ut- och inbetalningarna kan ske kontinuerligt eller vid enstaka tillfällen. Uttrycken för dessa blir därför

$$A_k = \int_0^\infty \frac{D(x+u)}{D(x)} dL(u) \quad \text{Kontinuerliga utbetalningar} \quad (2.3.23)$$

$$A_d = \int_0^\infty \frac{D(x+u)}{D(x)} \mu_{x+u} S(u) du \quad \text{Diskreta utbetalningar} \quad (2.3.24)$$

$$B_k = \int_0^\infty \frac{D(x+u)}{D(x)} P'(u) du \quad \text{Kontinuerliga inbetalningar} \quad (2.3.25)$$

$$B_d = \sum_{i=0}^\infty \frac{D(x+u_i)}{D(x)} \Delta P_i \quad \text{Diskreta inbetalningar} \quad (2.3.26)$$

där $L(t)$ är summan av de utbetalningar som görs i intervallet $[0, t]$ och $P(t)$ är summan av premierna som betalas i samma intervall, $S(t)$ är slutvärdet av det belopp som ska utbetalas om individen dör vid durationen t . Vidare så är u_i de tidpunkter där språng i funktionen P sker och storleken på sprången är ΔP_i . Genom användande av *Riemann- Stiltjes-integral*, som integrerar med hänsyn till en annan funktion istället för med hänsyn till x -axeln, så blir summan av de kontinuerliga och diskreta ut- och inbetalningarna

$$A = A_k + A_d = \int_0^\infty \frac{D(x+u)}{D(x)} (dL(u) + \mu_{x+u} S(u) du) \quad (2.3.27)$$

$$B = B_k + B_d = \int_0^\infty \frac{D(x+u)}{D(x)} dP(u). \quad (2.3.28)$$

Kapitalvärdena av försäkringsgivarens respektive försäkringstagarens framtida förpliktelser vid durationen t ges därför av

$$A(t) = \int_t^\infty \frac{D(x+u)}{D(x+t)} (dL(u) + \mu_{x+u}S(u)du) \quad (2.3.29)$$

$$B(t) = \int_t^\infty \frac{D(x+u)}{D(x+t)} dP(u). \quad (2.3.30)$$

Beroende på om funktionerna P och L är kontinuerliga och deriverbara eller inte så uttrycks Thieles differentialekvation för en generell ettlivsförsäkring

$$V'(t) = \delta V(t) + P'(t) - L'(t) - \mu_{x+t}(S(t) - V(t)) \quad (2.3.31)$$

$$dV(t) = \delta V(t)dt + dP(t) - dL(t) - \mu_{x+t}(S(t) - V(t))dt, t \geq 0 \quad (2.3.32)$$

I fallet med en genast börjande livsvarig livränta så blir värdefunktionen respektive Thieles differentialekvation följande

$$V(t) = L \frac{N(x+t)}{D(x+t)}, \quad t > 0 \quad (2.3.33)$$

$$V'(t) = \delta V(t) - L + \mu_{x+t}V(t), \quad t > 0. \quad (2.3.34)$$

I och med att försäkringens utbetalning börjar vid samma tidpunkt som inbetalningarna upphör så fås följande ekvationer vid en uppskjuten livsvarig livränta

$$V(t) = \begin{cases} L \frac{N(x+m)}{D(x+t)} - P \frac{N(x+t) - N(x+m)}{D(x+t)}, & 0 < t \leq m \\ L \frac{N(x+t)}{D(x+t)}, & t > m \end{cases} \quad (2.3.35)$$

$$V'(t) = \begin{cases} \delta V(t) + P + \mu_{x+t}V(t), & 0 < t \leq m \\ \delta V(t) - L + \mu_{x+t}V(t), & t > m. \end{cases} \quad (2.3.36)$$

2.4 Finansinspektionens föreskrifter

Enligt tryggandelagen om bland annat tryggande av pensionsutfästelse kan tjänstepension tryggas av arbetsgivaren på flera sätt, ett utav dem är att göra en särskild redovisning av pensionsskulden i balansräkningen. Kapitalvärdet av den pension som arbetstagaren intjänat vid en given tidpunkt ska enligt tredje paragrafen i tryggandelagen beräknas med ledning av tryggandegrunderna⁵ som fastställs av regeringen eller en av regeringen bestämd myndighet.

I tryggandegrunderna framgår att Finansinspektionen årligen, i utgången av september månad, ska ta fram den så kallade jämförelseräntan. Den får utgöra högsta ränteantagande avseende diskontering av åtaganden med indexuppräknings före avdrag för avkastningsskatt. Första tillämpning av denna sker vanligtvis 1 januari året efter, men det går att tillämpa den redan det aktuella räkenskapsåret.

⁵FFFS (2007:24)

Födelseår	-1919	192y	193y	194y	195y	196y	197y	1980-
$10^3\alpha$	3,100	2,700	2,100	1,400	1,100	1,100	1,100	1,000
$10^6\beta$	2,058	1,374	0,977	1,129	0,879	0,411	0,129	0,092
γ	0,124	0,128	0,130	0,127	0,129	0,137	0,150	0,154

Tabell 2.4.1: *Parametrarna för kvinnor, där $y = 0, 1, \dots, 9$.*

Födelseår	-1919	192y	193y	194y	195y	196y	197y	1980-
$10^3\alpha$	3,400	3,400	2,500	1,700	1,500	1,300	1,100	1,000
$10^6\beta$	24,12	11,65	5,385	3,094	1,159	0,457	0,147	0,051
γ	0,100	0,108	0,115	0,120	0,130	0,140	0,152	0,163

Tabell 2.4.2: *Parametrarna för män, där $y = 0, 1, \dots, 9$.*

Avrundat till närmaste tiondels procent så är den högsta tillämpbara jämförelseräntan, per september 2010, satt till 1.8 procent, driftkostnadsbelastningen är bestämd till 0.2% och säkerhetsbelastningen till 5.0%.

Finansinspektionen redovisar också de parametrar som är av avgörande karaktär vid framtagning av Makehams fördelning med korrektion i höga åldrar. De aktuella parametervärdena för de båda könen ses i Tabell 2.4.1 och Tabell 2.4.2.

Brytpunkten i ålder vid framtagning av Makehams formel med korrektion i höga åldrar är $w = 97$ och konstanten är bestämd till $k = 0,003$.

3 Data

3.1 Material

Datamaterialet består av tre delar, samtliga är baserade på individnivå och anger vilken typ av tjänst personen i fråga har eller har haft.

Den första delen omfattar Svenska Missionskyrkans nuvarande pensionärer, där deras personnummer samt deras månadsvisa pensionsutbetalningar finns att tillgå.

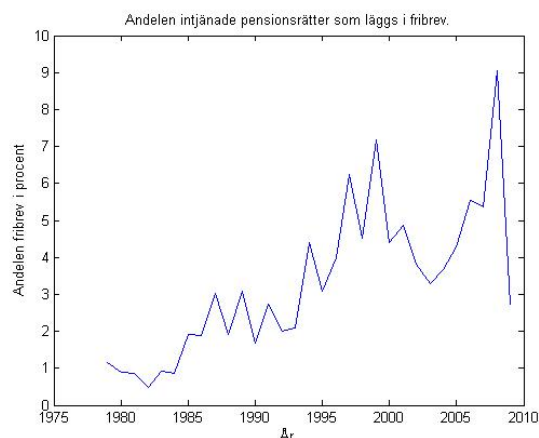
Den andra delen berör de som fortfarande är i tjänst och i det materialet finns förutom personnummer och aktuella lönenivåer också information om individernas anställningsdatum.

Den tredje och sista delen innehåller personnummer, pensionsgrundande lön och anställningstidens längd uttryckt i månader för Svenska Missionskyrkans fribrevsinnehavare.

Totalt så omfattas 1813 individer av pensionsordningen och då har 22 stycken personer plockats bort. Detta på grund av att det saknades fullständig information för 11 utav dem samt att 11 stycken omfattades av änkepension. Fördelningen mellan de tre kategorierna och de båda könen för de individer som

	Kvinnor	Män	Totalt
Pensionärer	178	309	487
Anställda	300	304	604
Fribrevsinnehavare	356	366	722
Totalt	834	979	1813

Tabell 3.1.1: *Antalet individer som omfattas av den särskilda pensionsordningen.*



Figur 3.1.1: *Andelen intjänade pensionsrätter som läggs i fribrev under åren 1979 till 2009 i förhållande till det totala antalet anställda.*

beräkningarna grundar sig på framgår av Tabell 3.1.1.

Årligen läggs ett antal intjänade pensionsrätter i fribrev. Denna årliga andel i förhållande till det totala antalet anställda under åren 1979 till 2009 illustreras i Figur 3.1.1.

Idag har Svenska Missionskyrkan 104.17 miljoner svenska kronor i tillgångar som är avsedda för framtida pensionsskulder.

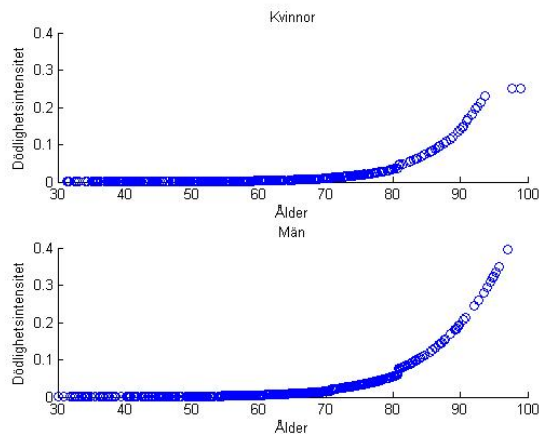
3.2 Beräkningsantaganden

Pensionsskulden är beräknad per september 2010 och det har antagits att alla månader innehåller 30 dagar. Med det som grund har följande definition gjorts

Definition 3.2.1 (Ålder) *En individs ålder, uttryckt i år, ges av*

$$\text{Ålder} = (\text{Aktuellt år} - \text{Födelseår}) - \left(\frac{1}{12}(\text{Födelsemånad} - \text{Aktuell månad})\right)$$

Vidare har antaganden om konsumentprisindex gjorts. Utgångspunkten har varit Statistiska Centralbyråns långsiktiga inflationsmål och därmed förväntas indexet ha en årlig ökning med 2%. Även lönerna för de anställda förväntas öka. Med utgångspunkt i konsumentprisindex har en årlig ökning bestämts till 2.2%.



Figur 3.3.1: *Dödlighetsintensiteterna för samtliga individer inom försäkringskollektivet.*

Andelen pensionsrätter som årligen läggs i fribrev har utifrån Figur 3.1.1 predikterats till medelvärdet 3.29%. Då det är omöjligt att anta vilka enskilda individer som avslutar sin anställning i förtid så har beräkningarna grundats på att varje individ i tjänst årligen lägger 3.29% av sin intjänade pensionsrätt i fribrev, medan resterande del fortsätter att tjäna in pensionsrätt och därmed öka pensionsskulden.

Säkerhets- och omkostnadsbelastningar skulle kunna bortses vid skuldberäkningarna då Svenska Missionskyrkan inte är tvungna att följa tryggandelagen. Men för att inte underskatta pensionsåtagandena anses det lämpligt att ta med dessa.

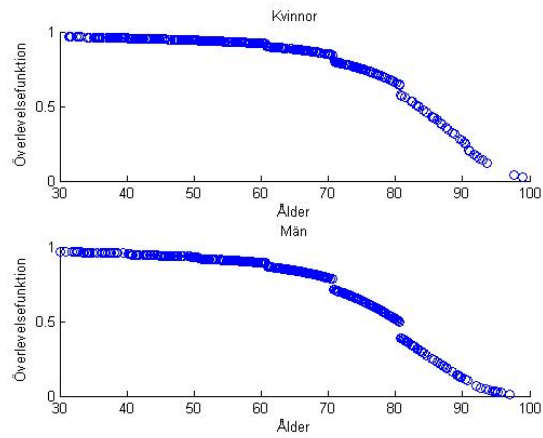
Förräntningen av Svenska Missionskyrkans tillgångar förväntas ske med samma procentsats som används vid skuldberäkningarna.

3.3 Analys

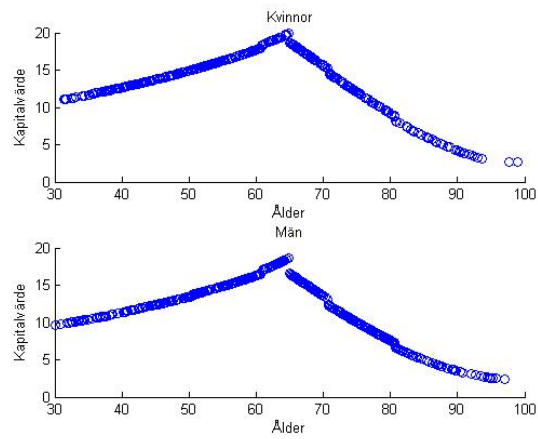
För att erhålla pensionsskulden gjordes först olika analyser av försäkringskollektivet, det vill säga individerna inom Svenska Missionskyrkan som omfattas av den särskilda pensionsordningen. I ett första steg togs dödlighetsintensiteterna och överlevelsefunktionerna fram utifrån individernas aktuella åldrar, resultatet ses i Figur 3.3.1 och Figur 3.3.2.

Därefter analyserades kapitalvärdena enligt (2.3.17) för de individer som passerat 65 år och enligt (2.3.20) för övriga, detta illustreras i Figur 3.3.3.

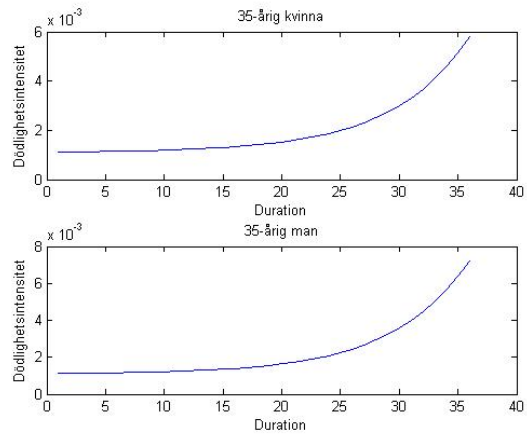
Då pensionsskulden ska tas fram för år 2046 är det av intresse att även analysera förändringarna i dödlighetsintensiteterna, överlevelsefunktionerna och kapitalvärdena då durationen t ändras. Så i ett andra skede av dataanalysen undersöktes detta för varje enskild individ. Ett utdrag av dessa analyser görs för en kvinna respektive en man där båda idag är 35 år gamla, se Figur 3.3.4, 3.3.5 och 3.3.6.



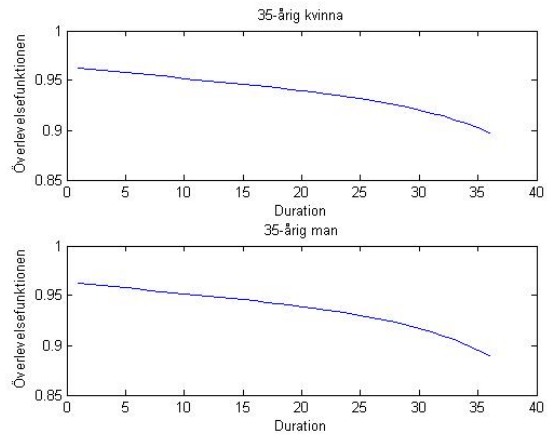
Figur 3.3.2: Överlevelsefunktionerna för samtliga individer inom försäkringskollektivet.



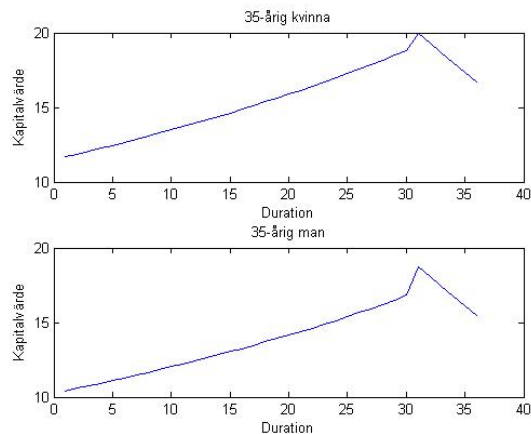
Figur 3.3.3: Kapitalvärdena för samtliga individer inom försäkringskollektivet.



Figur 3.3.4: Dödlighetsintensiteten då durationen löper från idag och fram till år 2046.



Figur 3.3.5: Överlevelsefunktionen då durationen löper från idag och fram till år 2046.



Figur 3.3.6: *Kapitalvärdet då durationen löper från idag och fram till år 2046.*

Då dödlighetsintensiteterna, överlevelsefunktionerna och kapitalvärdena tagits fram för såväl idag som för durationen t så genomfördes det tredje och sista steget i analysen, framtagning av värdefunktionen och Thieles differentialekvation. Detta skedde i enlighet med (2.3.33) och (2.3.34) för pensionärerna och enligt (2.3.35) och (2.3.36) för de som fortfarande är i tjänst. Värdefunktionen och Thieles differentialekvation för fribrevsinnehavarna togs fram på samma sätt som för de som fortfarande är i tjänst men med undantaget att premieinbetalningarna sattes till noll.

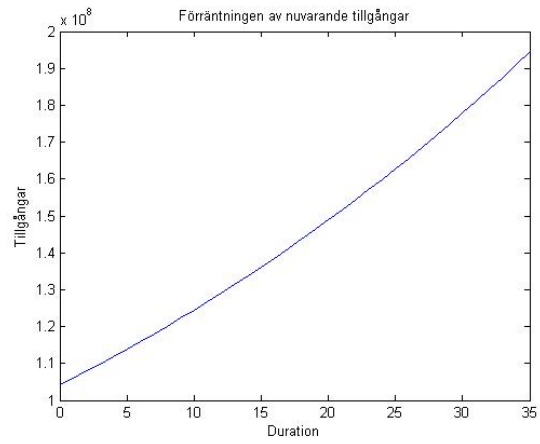
Den antagna förräntningen av nuvarande tillgångar ses i Figur 3.3.7.

4 Resultat

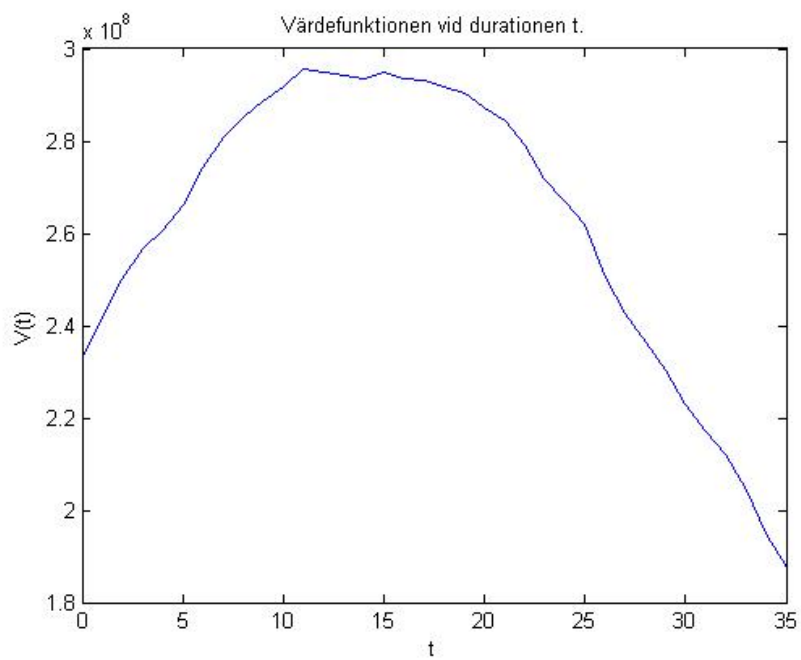
Värdefunktionerna och Thieles differentialekvationer för de enskilda individerna summerades för varje tidsintervall för att erhålla funktionsvärdena för hela försäkringskollektivet vid de olika durationerna. Värdefunktionen ses i Figur 4.8.

Då Svenska Missionskyrkan har tillgångar avsatta för framtida pensionsåtaganden så subtraherades dessa från värdefunktionen för att få återstående pensionsskuld. I Tabell 4.1 framgår det faktiska resultatet uppdelat på de båda könen samt de tre olika kategorierna.

Som synes står pensionärerna, i synnerhet männen, för den största enskilda pensionsskulden för år 2010. Generellt så är pensionsskulden för männen större än vad den är för kvinnorna detta år, då den står för nästan 65% av den totala skulden. Detta kan jämföras med år 2046 då kvinnorna står för lite drygt hälften av den totala pensionsskulden.



Figur 3.3.7: Förväntad förändringen av nuvarande tillgångar fram till år 2046 enligt dagens ränta.



Figur 4.8: Värdefunktionen för försäkringskollektivet vid durationen t .

	Kön	År 2010	År 2046
Pensionsskulden för pensionärer	Kvinnor	40.83	0
	Män	89.55	0
	Totalt	130.38	0
Pensionsskulden för anställda	Kvinnor	17.84	59.46
	Män	37.41	49.58
	Totalt	55.25	109.04
Pensionsskulden för fribrevsinnehavare	Kvinnor	24.92	9.02
	Män	29.46	15.20
	Totalt	54.38	24.22
Pensionsskulden för samtliga	Kvinnor	83.59	68.48
	Män	156.42	64.78
	Totalt	240.01	133.26
Värdet på befintliga tillgångar		104.17	194.51
Resultat		135.84	-61.25

Tabell 4.1: *Pensionsskulden, tillgångarna och det faktiska resultatet för år 2010 och 2046 enligt nuvarande antaganden. Anges i miljoner kronor.*

5 Slutsats

En rimlig modell för dödlighetsintensiteten innebär att μ_x ökar med ökad ålder och att den inte får innehålla någon högsta tillåtna ålder som begränsar modellen. Detta uppfyller den använda modellen (2.3.11) vilket också ger ett rimligt resultat av dödlighetsintensiteten tillämpat på det specifika försäkringskollektivet, se Figur 3.3.1. Som en konsekvens av sambandet (2.3.9) anses även resultatet för överlevelsefunktionen fullt rimligt, Figur 3.3.2.

Även kapitalvärdesberäkningarna, Figur 3.3.3, anses rimliga. Kvinnor lever i regel längre än män och därför ligger deras kapitalvärden något högre än männens. Från 65 års ålder ändras kapitalvärdets utseende för båda könen. Detta beror på att kapitalvärdet är väntevärdet av nuvärdet för framtida utbetalningar och från 65 år så påbörjas utbetalningarna vilket medför att kapitalvärdet minskar i takt med ökad ålder.

Trots kapitalvärdenas trovärdighet så blir den totala pensionsskulden betydligt högre för männen än för kvinnorna. Detta skulle kunna förklaras av två saker. För det första att kollektivet består av avsevärt fler män än kvinnor och att de därför får en större pensionsskuld trots att kvinnorna lever längre. Riktigt så är dock inte fallet för detta försäkringskollektiv, men resonemanget kan delvis förklara skillnaden i pensionsskuld för de som idag är pensionärer i och med att antalet kvinnor där är färre. Den största förklaringen ligger dock i individernas löner. Dels tjänar männen betydligt bättre än kvinnorna och dels har de i regel en mer välavlönad typ av tjänst. Detta framgår tydligt i pensionsskulden för de som arbetar. För det aktuella året ligger männens pensionsskuld betydligt högre än kvinnornas. Men för år 2046 så väger kapitalvärdet tyngre än den pen-

sionsgrundande inkomsten vid beräkningarna av pensionsskulden och därmed är kvinnornas skuld högre.

Skillnaden i lön mellan könen föranleder att ifrågasätta den framtida löneutvecklingen på 2.2%. Kanske kommer lönerna att utvecklas olika mycket för kvinnor och män, kanske kommer lönerna att utvecklas olika mycket inom olika tjänstgöringstyper. För att uppnå ett rimligare antagande skulle bättre analyser kring lönestatistik behöva utföras, vilket inte ryms i detta arbete. Att helt bortse från att lönerna kommer att stiga fram till år 2046 känns mer orealistiskt än att behålla antagandet.

Något annat som också bör beaktas är de intjänade pensionsrätter som i framtiden kommer att bli fribrev. Metoden att låta en viss procent av den intjänade pensionsrätten årligen bli fribrev för varje enskild individ som är i tjänst, anses rimlig med anledning av svårigheten att förutse vilka individers pensionsrätter som kommer att läggas i fribrev. Däremot bör prediktionen av denna procentsats ifrågasättas. Den grundar sig på det historiska datamaterialet över antalet årliga fribrev och det totala antalet anställda mellan åren 1979 – 2009. Problemet är att ända fram till år 2007 så anställdes fortfarande individer som omfattades av systemet. I framtiden kan det totala antalet anställda bara minska till följd av dödsfall och avslutat tjänst. Att reglerna inte ser likadana ut idag som i större delen av det historiska datamaterialet föranleder att inte prediktera framtida fribrev ur historiken. Med samma resonemang som för den framtida löneutvecklingen så anses denna prediktion dock vara bättre än att inte alls ta hänsyn till att pensionsrätter kommer att läggas i fribrev framöver.

Osäkerheten i antagandena bör beaktas men den enskilda faktor som har störst påverkan på pensionsskulden är räntan. Trots att ränteantagandet kommer från tillförlitliga Finansinspektionen så bör antagandet nog övervägas. Att räntan har stor påverkan framgår tydligt om kommutationsfunktionen $D(x)$ med hjälp av (2.3.13) och (2.3.9) uttrycks på följande sätt

$$D(x) = e^{-\int_0^x (\mu_s + \delta) ds}$$

då ränteintensiteten, δ , är betydligt större (anges ofta i procent) än dödlighetsintensiteten, μ_x , (anges ofta i promille) så får den en mycket stor betydelse vid summationen dem emellan. En högre ränta ger en högre ränteintensitet och $D(x)$ blir då lägre vilket i sin tur också påverkar $N(x)$ och kapitalvärdet. En mer omfattande undersökning av räntefoten vore därför av intresse och då främst genom att ta fram yieldkurvor med hjälp av realränteobligationer, men denna analys ryms inte i detta arbete.

Utifrån alla angivna antaganden så är värdefunktionens utseende, figur 4.8, rimligt. De första 13 åren ökar värdefunktionen och sedan avtar den. Detta kan förklaras av att det de första åren betalas fler premier i och med att flera fortfarande är i tjänst. Medelåldern för kvinnorna och männen som idag är i tjänst är 50 respektive 52 år. Detta innebär att om 13–15 år så kommer flertalet att gå i pension och därmed sluta att betala den årliga pensionsavgiften. Vilket förklarar den effekt som syns i värdefunktionen vid den aktuella durationen.

Någonting som bör beaktas är försäkringskollektivet. Gruppen är mycket specifik och individerna kan ha egenskaper, eller utsättas för faktorer, som

påverkar dödligheten i en annan riktning mot individer som inte ingår i försäkringskollektivet. Kanske är det så att pastorer lever längre än genomsnittet, då skulle de modeller som ligger till grund för beräkningarna behöva omprövas.

Om andra antaganden gjorts än vad som redovisats i avsnitt 3.2 skulle resultatet givetvis kunna vara annorlunda.

Enligt nuvarande antaganden, såväl de matematiska som de inom pensionsreglementet, så har Svenska Missionskyrkan ingen pensionsskuld år 2046. Istället finns då ett överskott av kapital motsvarande 61.25 miljoner svenska kronor. Med detta som grund finns möjlighet att göra om reglementet för den särskilda pensionsordningen, om syftet är att systemet ska vara självgående. Till exempel skulle fribreven kunna räknas upp, förslagsvis med konsumentprisindex. Alternativt skulle pensionsavgiften kunna sänkas eller så skulle det kunna ges möjlighet att ta ut sin tjänstepension före 65 års ålder.

Trots det tydliga resultatet rekommenderas att Svenska Missionskyrkan, precis som tidigare, fortlöpande beräknar sin pensionsskuld då förutsägelser om framtiden alltid är osäkra. Inte minst kan lagar och regler tillkomma framöver som kan förrändra pensionsskulden drastiskt.

6 Referenser

Andersson, Gunnar: *Livförsäkringsmatematik*, Svenska försäkringsföreningen ISBN 91 – 974960 – 1 – 4

Finansinspektionen: www.fi.se