



Matematisk statistik  
Stockholms universitet

## Riskprofil för skadeförsäkringsbolag

Edvard Larsson

Examensarbete 2014:3

## **Postadress:**

Matematisk statistik  
Matematiska institutionen  
Stockholms universitet  
106 91 Stockholm  
Sverige

## **Internet:**

<http://www.math.su.se/matstat>



Matematisk statistik  
Stockholms universitet  
Examensarbete 2014:3,  
<http://www.math.su.se/matstat>

# Riskprofil för skadeförsäkringsbolag

Edvard Larsson\*

December 2014

## Sammanfattning

Studien behandlar möjligheten att ta fram ett eller flera mått för att mäta risken svenska skadeförsäkringsbolag åtar sig till följd av bolagets försäkringsverksamhet. Risken för ett försäkringsbolags försäkringsverksamhet, är att den totala skadekostnaden överstiger det förväntade. Den kan därför relateras till den totala skadekostnadens väntevärde samt variation. För att finna dessa har fördelning för den totala skadekostnaden sökts. Med hjälp av statistik, som inkommit från svenska skadeförsäkringsbolag till Finansinspektionen för åren 1989-1999, har fördelningen för den totala skadekostnaden anpassats. Uti från dessa parametrar har sedermera tre riskmått tagits fram som kan beräknas för samtliga försäkringsbolag som rapporterar sina premieuppgifter till Finansinspektionen. Dessa kan användas i inspektionens finansiella analys av de svenska skadeförsäkringsbolagen.

---

\*Postadress: Matematisk statistik, Stockholms universitet, 106 91, Sverige.  
E-post: [edvardlarsson@hotmail.com](mailto:edvardlarsson@hotmail.com).

# Innehållsförteckning

<b>SAMMANFATTNING</b> .....	<b>3</b>
<i>SUMMARY</i> .....	3
<b>1 FÖRORD</b> .....	<b>4</b>
1.1 SYFTE .....	4
1.2 FINANSINSPEKTIONEN .....	4
<b>2 INLEDNING</b> .....	<b>6</b>
<b>3 PROBLEMBESKRIVNING</b> .....	<b>8</b>
3.1 RAPPORTERING TILL FINANSINSPEKTIONEN .....	8
3.2 FÖRSÄKRINGSGRENAR.....	8
3.3 DATAMATERIALET .....	10
3.4 SKADEKVOTEN .....	12
3.4.1 Hur skadekvoten beräknas .....	13
3.4.1.1 Medelvärde .....	16
3.4.1.2 Variation .....	18
3.4.2 Inflationsjustering av skadekvoten .....	20
3.5 DRIFTSKOSTNADER OCH SÄKERHETSTILLÄGG .....	23
3.6 FÖRDELNING FÖR TOTAL SKADEKOSTNAD.....	25
3.7 RISKMÅTT .....	26
3.7.1 Beräknat Solvensmått.....	27
3.7.2 Normaliserat riskmått .....	29
<b>4 BERÄKNINGAR</b> .....	<b>30</b>
4.1 ANTAGANDEN .....	30
4.2 SKATTNING AV PARAMETRAR.....	30
4.2.1 Väntevärdesvektorn.....	30
4.2.2 Kovariansmatrisen .....	31
<b>5 RESULTAT OCH DISKUSSION</b> .....	<b>33</b>
5.1 SKATTADE PARAMETRAR I SKADEKVOTENS NORMALFÖRDELNING.....	33
5.1.1 Kovariansmatrisen .....	33
5.1.2 Korrelationskoefficienterna signifikans .....	35
5.1.3 Väntevärdesvektorn.....	36
5.2 RISKMÅTT .....	37
5.2.1 Solvensmått .....	37
5.2.2 R1 - Normaliserat riskmått med premien.....	38
5.2.3 R2 - Normaliserat riskmått med väntevärdet .....	38
5.3 DRIFTSKOSTNADER .....	39
5.4 ANTAGANDEN .....	39
<b>6 SOLVENS MARGINAL</b> .....	<b>40</b>
6.1 SOLVENS I .....	40
6.2 TRAFIKLJuset .....	40
6.3 NYA SOLVENSREGLER - SOLVENS II .....	41
<b>7 APPENDIX I. DEFINITIONER OCH BETECKNINGAR</b> .....	<b>43</b>
7.1 DEFINITIONER .....	43
7.2 BETECKNINGAR .....	43
<b>8 BILAGA I (REDOGÖRELSE SS)</b> .....	<b>45</b>
<b>9 BILAGA II (SOLVENS II KLASSER)</b> .....	<b>46</b>
<b>10 REFERENSER</b> .....	<b>47</b>

## Sammanfattning

Studien behandlar möjligheten att ta fram ett eller flera mått för att mäta risken svenska skadeförsäkringsbolag åtar sig till följd av bolagets försäkringsverksamhet.

Risken för ett försäkringsbolags försäkringsverksamhet, är att den totala skadekostnaden överstiger det förväntade. Den kan därför relateras till den totala skadekostnadens  $S_j$  väntevärde  $\mu_j$  samt variation  $\sigma^2_j$ .

För att finna dessa har fördelning för den totala skadekostnaden sökts. Med hjälp av statistik, som inkommit från svenska skadeförsäkringsbolag till Finansinspektionen för åren 1989-1999, har fördelningen för den totala skadekostnaden anpassats.

Utifrån dessa parametrar har sedermera tre riskmått tagits fram som kan beräknas för samtliga försäkringsbolag som rapporterar sina premieuppgifter till Finansinspektionen. Dessa kan användas i inspektionens finansiella analys av de svenska skadeförsäkringsbolagen.

### *Summary*

*The study deals with the ability of developing one or more measures to evaluate the risk that Swedish non-life insurance companies assume as a result of their insurance business.*

*This insurance risk can be defined as the risk that the total claim costs exceed the expected. The risk may therefore be related to the total claim costs  $S_j$  expected value  $\mu_j$  and variation  $\sigma^2_j$ .*

*To find these parameters, the distribution of the total claim costs was estimated using statistics provided by Swedish non-life insurance companies (FSA) to the Sweden's financial supervisory authority, for the years 1989-1999.*

*Based on these parameters, three risk measures have been developed that can be calculated for all insurance companies that report their premium information to the FSA. These measures may be used in Supervisory financial analysis of the Swedish non-life insurance companies.*

# 1 Förord

Denna rapport är resultatet av en studie som gjorts på Finansinspektionen under år 2000. Den utgör examensarbete för filosofie magisterexamen i matematisk statistik vid Stockholms universitet.

Arbetet är gjort på uppdrag av Finansinspektionen där Björn Palmgren, chefsaktuarie på Finansinspektionen, har definierat arbetets uppgift.

Esbjörn Ohlsson, Stockholms universitet samt Björn Palmgren, Finansinspektionen har handlett arbetet.

Jag vill i detta förord passa på att tacka mina handledare för stöd och hjälp under arbetets gång.

## 1.1 Syfte

Arbetets uppgift är att beskriva och mäta den risk ett skadeförsäkringsbolag är utsatt för till följd av sin försäkringsverksamhet. Genom att studera bolagens försäkringsprofil (uppdelning av försäkringarna i olika riskgrupper) estimeras skadeförsäkringsbolags totala riskexponering till följd av dess försäkringsverksamhet.

Målet är att finna ett eller flera mått på denna risk som kan användas i Finansinspektionens riskanalys. Detta behov har redan belysts i tidigare studier [1].

## 1.2 Finansinspektionen

Finansinspektionen är en myndighet som övervakar företagen på försäkrings-, kredit- och värdepappersmarknaderna. De övergripande målen är att bidra till finanssektorns stabilitet och effektivitet samt verka för ett gott konsumentskydd [2]. Detta görs bland annat genom att bevaka de finansiella företagens centrala riskområden. Till dessa riskområden hör operativa risker, kredit-, marknads- och likviditetsrisker.

Finansinspektionens verksamhet delas år 2014 in i fyra sakområden, *Konsumentskydd, Bank, Försäkring och Marknader* [2].

Försäkring har hand om frågor rörande försäkringsföretag, försäkringsmäklare, understödsföreningar och större pensionsstiftelser.

Riskområden som speciellt betraktas och analyseras inom denna avdelning är tecknings-, återförsäkrings- och reservsättningsrisker. Område Försäkring är indelat i tre avdelningar; Försäkringstillsyn, Försäkringsrätt och Risktillsyn försäkring [2].

På enheten Försäkringsrisker under avdelningen Risktillsyn försäkring görs analyser över de enskilda försäkringsbolagens riskområden men också analyser av marknadsutvecklingen. På denna enhet finns inspektionens aktuariella kompetens samlad. Avdelningen Försäkringstillsyn ansvarar för uppföljning av företagets verksamhet genom platsbesök, granskning och genomgång av centrala riskområden. Tillstånds- och rättsfrågor hanteras av avdelningen Försäkringsrätt. Här behandlas bland annat koncessionsärenden, mäklarärenden samt dispensärenden.

## 2 Inledning

Som bekant erbjuder skadeförsäkringsbolag sina kunder att täcka kostnaderna för framtida skador. Som motprestation betalar försäkringstagaren en förutbestämd avgift, premie, till försäkringsbolaget. På detta sätt fördelas den totala kostnaden över en stor grupp försäkringstagare (kollektivet) ”se [3], sid 5”.

Premierna som kollektivet betalar in till försäkringsbolaget skall täcka kostnaderna för de under försäkringsperioden inträffade skadorna. Men eftersom premierna betalas i förskott finns det alltid en risk att premieintäkten inte räcker för att täcka försäkringsbolagets kostnader.

För att få en uppfattning om ett framtida skadeårs totala skadekostnad gör försäkringsbolagen antaganden om antalet skador en portfölj kommer att drabbas av samt kostnaderna för dessa skador. Eftersom både antalet skador,  $N$  (för en viss portfölj), och ersättningsbeloppen,  $X_i$ , för dessa skador är stokastiska görs antaganden om dessa variablers sannolikhetsfördelningar. Med hjälp av dessa antaganden kan sedan en förväntad total skadekostnad beräknas ”se [3], sid 9”. Beräkningar används sedan då premienivån för det aktuella skadeåret ska bestämmas. Bolagen gör sedan korrektioner i denna premienivå. Korrektionerna kan bland annat hänföras till faktorer som kapitalavkastning, driftskostnader och den aktuella konkurrenssituationen.

Den risk ett försäkringsbolag är utsatt för till följd av sin försäkringsverksamhet ligger främst i att den totala skadekostnaden, för en viss försäkringsgren, kan bli högre än förväntat.

En annan riskfaktor kan vara att omvärldsförändringar ger skevheter i den bakomliggande statistiken som försvårar prognostisering av framtida skadekostnader.

Detta arbete kommer framför allt att inriktas på risker som kan hänföras till höga skadekostnader. Dessa risker är, som nämnts, relaterade till variationer i bolagens totala skadekostnader. En portfölj med stor variation av skadekostnaden mellan åren (givet att portföljen innehåller samma riskexponering från år till år) är mer riskfylld än en med liten variation. Detta eftersom det är svårare att prediktera den totala skadekostnaden för en portfölj med stor varians.

Till exempel är en portfölj utan variation i total skadekostnad en helt riskfri portfölj, eftersom man då utan osäkerhet kan beräkna den framtida skadekostnaden.

Arbetet kommer av denna anledning fokuseras på variationen av ett försäkringsbolags totala skadekostnad beroende på försäkringsportföljens utseende. Delmål i arbetet är att



- finna mått på den förväntade skadekostnaden för en given försäkringsportfölj samt att
- finna ett variationsmått för denna skadekostnad.

Med hjälp av dessa två komponenter kan sedan ett normerat riskmått tas fram som kan användas i Finansinspektionens finansiella analys av svenska skadeförsäkringsbolag. Att komma fram till ett detta riskmått är arbetets slutmål och det behandlas i avsnitt 3.7 och framåt.

### 3 Problembeskrivning

#### 3.1 Rapportering till Finansinspektionen

Den bakomliggande informationen i detta arbete begränsade sig till Finansinspektionens föreskrift FFFS 1999:5, som föreskrev svenska skadeförsäkringsbolag att lämna uppgifter för analys av lönsamheten för skilda skadeår. Föreskriften innefattade en bilaga, kallad SS-rapporten som bland annat innehöll uppgifter om premieinkomst, premieintäkt, utbetalda försäkringsersättningar och avsättningar för oreglerade skador (se bilaga I).

Finansinspektionens föreskrift har sedan studien förnyats ett i ett par omgångar och den senaste är från 2008 (FFFS 2008:21), informationen som används i denna studie finns dock fortsatt kvar i de senare föreskrifterna.

Rapporteringen sker årligen till inspektionen och är uppdelad på skadeår och försäkringsgren.

År 1998 fick blanketten nytt utseende<sup>1</sup>. Skillnaden är främst att skadestatistik för försäkringsgrenar med lång regleringstid följs upp under fler avvecklingsår, se tabell 1. Till exempel rapporteras statistik från sammanlagt nio avvecklingsår för försäkringsgrenen företags- och fastighetsförsäkring. I den tidigare versionen av SS-rapporten skulle statistik från endast fyra avvecklingsår lämnas för denna försäkringsgren.

SS-Rapport	Trafik	Transp ort	Sjö-fart	Sjuk- och olycksfall	Motor	Luftfart	Husdjur	Hem - och villa	Företags - och fastighet
Fr.o.m. 1998	14	4	4	9	2	4	2	2	9
Innan 1998	4	2	2	4	2	4	2	2	4

**Tabell 1: Antalet avvecklingsår som skadeuppgifter lämnas på SS-rapporten för respektive försäkringsgren.**

Eftersom det nyare utseendet endast hade funnits under två rapporteringsår (1998 och 1999) när studien utfördes kommer statistiken vara begränsad till den tidigare mallen.

#### 3.2 Försäkringsgrenar

Försäkringsverksamheten hos ett skadeförsäkringsbolag delas upp i olika försäkringsgrenar. Uppdelningen i försäkringsgrenar regleras i FFFS 2008:21.

---

<sup>1</sup> Nu gällande föreskrifter hösten 2014 är från 2008.

Försäkringsgrenarnas utseende styrs alltså av FI:s föreskrifter men har fastställts i samråd med försäkringsbranschen.

Varje försäkringsgren representerar en viss typ av försäkring. Till en viss grad kan man därför säga att försäkringar eller försäkrade risker inom en försäkringsgren är homogena.

Försäkringsverksamheten delas upp i nedanstående försäkringsgrenar:

1. Sjuk- och olycksfallsförsäkring avser fristående försäkring som inte är knuten till annan försäkringsgren
2. Trafikförsäkring avser obligatorisk ansvarsförsäkring för motorfordon enligt trafikskadelagen
3. Motorfordonsförsäkring avser övrig ansvarsförsäkring för motorfordon samt delkaskoförsäkring och vagnskadeförsäkring. Till grenen förs även olycksfallsförsäkring för fordonets förare.
4. Transportförsäkring avser försäkring av gods under transport oavsett transportmedel.
5. Företags- och fastighetsförsäkring
6. Till Hem- och villaförsäkring hänförs även fritidshus-, fritidsbåt-, rese-, smycke-, päls och urförsäkringar.
7. Sjöfartsförsäkring avser sjökaskoförsäkring och ansvarsförsäkring samt därtill knuten olycksfallsförsäkring.
8. Luftfartsförsäkring avser kaskoförsäkring och ansvarsförsäkring samt därtill knuten olycksfallsförsäkring
9. Husdjursförsäkring
10. Trygghetsförsäkring vid arbetsskada
11. Kredit- och borgensförsäkring
12. Avgångbidragsförsäkring

På grund av försäkringsgrenarnas nuvarande uppdelning kan man ställa sig tvivlande till om försäkringarna inom en gren kan anses ha likartad risktyp. Till exempel kan försäkringar inom grenen företags- och fastighetsförsäkring vara mycket varierande vad gäller omfattning och risktyp. Man kan möjligen tro att bolag med stora bestånd har likartade portföljer inom varje försäkringsgren, eftersom de konkurrerar på samma marknad.

För att få mer homogena grupper skulle man istället kunna dela upp försäkringarna efter de försäkringsklasser för vilka försäkringsbolagen söker koncession. Detta är en finare uppdelning jämfört med försäkringsgrenarnas uppdelning (18 klasser jämfört med 12 försäkringsgrenar) och utgår mer från försäkringens risktyp.

Inom de nya solvensregelverket (se avsnitt 6.3) kommer rapporteringsklasserna att utvidgas till 28 klasser för sakförsäkringsbolag. 12 av dessa klasser, se bilaga II, är för direkt inhemska försäkring medan övriga är utlandsrisker som återförsäkring. Alltså kommer antalet klasser för direkt inhemska risker inte utvidgas, men de kan anses något mer homogena.

Eftersom man vid en analys av detta slag behöver statistik över en längre tidsperiod skulle förändring av rapportering till mer homogena grupper inte komma detta arbete till användning. Däremot skulle detta på sikt ge en bättre statistik för analyser av detta slag. I detta arbete kommer dock statistik från de nuvarande försäkringsgrenarna användas.

### 3.3 Datamaterialet

I arbetet har information från SS-rapporteringen för rapporteringsåren 1989-1999 används. Datamaterialet är uppdelat på försäkringsgren, försäkringsbolag och skadeår. För att få ett så bra statistiskt underlag som möjligt tas uppgifter från dessa blanketter för de större försäkringsbolagen i varje försäkringsgren. Datamaterialet innehåller statistik motsvarande mellan 80 % och 100 % av den totala marknaden (gällande de rikstäckande bolagen) för varje försäkringsgren, se tabell 2.

Försäkringsgren	Antal bolag i datamaterialet
Sjuk- och olycksfallsförsäkring	3
Trafikförsäkring	7
Motorfordonsförsäkring	7
Transportförsäkring	4
Företags- och fastighetsförsäkring	5
Hem- och villaförsäkring	7
Sjöfartsförsäkring	5
Luftfartsförsäkring	2
Husdjursförsäkring	4

**Tabell 2: Försäkringsgrenar, samt antalet försäkringsbolag som innefattas i datamaterialet.**

För försäkringsgrenarna trygghetsförsäkring, kredit- och borgensförsäkring och avgångsbidragsförsäkring finns ingen eller knapphändig statistik vilket beror på att merparten försäkringsbolagen på den svenska marknaden inte tecknar försäkring i dessa grenar. Av denna anledning exkluderas dessa i analysen.

Huruvida detta datamaterial är omfattande nog för en analys av detta slag är en fråga man bör ställa sig. Dels kan valt antal skadeår ifrågasättas, och dels kan antalet försäkringsbolag för varje försäkringsgren diskuteras.

Vad gäller antalet bolag som finns med i materialet för respektive försäkringsgren har det reglerats med hänsyn till den svenska försäkringsmarknaden. Som nämnts täcker materialet cirka 80 - 100 % av den

svenska marknaden gällande de rikstäckande bolagen. För vissa grenar betyder det endast statistik från två eller tre bolag vilket beror på att marknaden för dessa grenar domineras av ett fåtal bolag. Den andra förklaring är att utländska försäkringsbolag har tagit över en del av den svenska försäkringsmarknaden inom vissa försäkringsgrenar under senare år, vilket gäller för till exempel luftfartsförsäkring. Då analysen är begränsad till rapportering från svenska skadeförsäkringsbolag är det svårt att utöka materialet i detta hänseende. Man bör dock ha i åtanke, när man senare granskar resultatet i denna studie, att datamaterialet har en viss begränsning.

Vad gäller antalet skadeår som bör tas med i en analys av detta slag måste en avvägning göras mellan att dels få tillräckligt med statistik för att få så tillförlitliga skattningar som möjligt, dels avgränsa tidsperioden för att få ett så homogent material som möjligt.

Statistiken i tabell 3 nedan är hämtad från ett bolags rapportering (gällande försäkringsgrenen sjuk- och olycksfallsförsäkring) från denna tidsperiod. Tabellen visar hur ett försäkringsbolags reserver och utbetalningar utvecklats för denna försäkringsgren under skadeåren 1989-1999.

1000 SEK					
<u>Utbetalda ersättningar</u>					
<u>Avvecklingsår</u>					
Skadeår	0	1	2	3	4
1999	21 679				
1998	19 424	56 254			
1997	14 044	42 362	70 742		
1996	23 381	42 541	69 023	94 009	
1995	10 535	38 321	64 051	78 827	94 204
1994	9 154	28 917	50 075	64 502	76 318
1993	9 960	31 162	49 767	62 077	74 834
1992	10 530	25 620	42 239	54 033	60 513
1991	4 808	17 492	27 483	38 160	46 846
1990	4 659	11 398	21 713	27 681	34 523
1989	3 235	8 801	14 258	17 386	21 335

<u>Utgående reserv</u>					
<u>Avvecklingsår</u>					
Skadeår	0	1	2	3	4
1999	248 328				
1998	221 512	196 392			
1997	204 585	153 986	134 447		
1996	175 216	151 350	140 338	123 098	
1995	177 703	150 670	108 080	98 775	87 820
1994	127 871	66 366	86 735	87 129	78 688
1993	134 158	106 157	98 513	78 509	68 799
1992	103 998	89 234	67 034	64 512	51 525
1991	73 446	47 332	41 565	35 002	44 661
1990	52 587	37 328	32 665	31 112	34 758
1989	36 110	28 024	23 496	19 944	20 681

**Tabell 3: Utveckling av utbetalda försäkringsersättningar och reserver för ett bolag i en försäkringsgren för skadeåren 1989-1999.**

För åren 1989-1995 finns informationen för totalt fyra års avveckling. För resterande år (1996-1999) finns information för mellan noll och tre avvecklingsår.

### 3.4 Skadekvoten

Arbetets uppgift är att beskriva och mäta den risk ett skadeförsäkringsbolag är utsatt för till följd av sin försäkringsverksamhet. Denna risk ligger främst i att den totala skadekostnaden blir högre än förväntat. Risker är därför relaterad till variationer i bolagens totala skadekostnader.

För att kunna jämföra och analysera variationer i skadeutfall på grundval av statistik från flera bolag över ett antal år krävs att man normaliserar skadekostnaderna med bolagets riskexponering. Förslag på mått som kan mäta ett bolags riskexponering är antal försäkringar, antal årsrisker, summa försäkrade belopp, premieinkomsten och premieintäkter per skadeår. Skillnaden mellan de två sistnämnda är att *premieintäkter* är premier som intjänats under året medan *premieinkomsten* är totala bruttopremien som inbetalats före räkenskapsårets slut "se [4], sid 31". Vilket av ovanstående riskmått som är att föredra beror främst på vad som skall analyseras. I detta arbete finns dock endast information om bolagens premieintäkter (och premieinkomster) varför detta riskmått kommer att användas i analysen.

En svaghet med premien som riskexponeringsmått är att förändringar i premieintäkter mellan åren inte nödvändigtvis beror på förändringar i riskexponeringen utan kan istället bero på det aktuella konjunktur- och konkurrensläget. Förra årets skadeutfall kan även påverka premienivån för nästkommande år. Med andra ord behöver inte en sänkt premieinkomst betyda en minskad försäkringsrisk utan kan istället bero av en hårdare konkurrenssituation. På liknande sätt kan en höjd premienivå bero på ett högt skadeutfall föregående år och inte på en höjd försäkringsrisk.

Följande relation kan sägas gälla för premieinkomsten  $P$ :

$$P = Pr + E + \Lambda - E[ka] \text{ där}$$

$Pr$  = riskpremien,  
 $E$  = driftskostnader,  
 $\Lambda$  = säkerhetstillägg,  
 $ka$  = kapitalavkastning

Riskpremien  $Pr$  motsvarar, den förväntade aggregerade skadekostnaden,  $S$ :

$$Pr = E(S)$$

Driftskostnaderna,  $E$ , motsvarar försäkringsbolagens kostnader utöver skadekostnaderna (inklusive kostnaderna för skadereglering). Dessa kostnader

kan till skillnad från skadekostnaderna anses vara deterministiska eftersom de till största delen består av för bolagen fasta kostnader i form av till exempel personal och lokalkostnader. Med andra ord motsvarar den del av premien som skall täcka driftskostnaderna inte ett riskåtagande i försäkringshänseende.

Säkerhetstillägget  $\Lambda$  är storleken på intäkten som överstiger årets förväntade totala kostnad. Med hjälp av säkerhetstillägget kan bolagen till exempel bygga upp en säkerhetsreserv.

Kapitalavkastning är den förväntade eller återförda kapitalavkastningen till försäkringsrörelsen.

Premien som riskexponeringsmått har alltså den nackdelen att den inte bara motsvarar den förväntade skadekostnaden utan täcker även driftskostnaderna  $E$  samt säkerhetstillägget  $\Lambda$ .

Senare i arbetet kommer vi att se hur riskmåten påverkas av vilket normaliseringsmått som väljs. Till en början kommer dock premieintäkten  $P$  att användas i analysen.

Med hjälp av premieintäkten kan den så kallade *skadekvoten*,  $s$ , beräknas. Den definieras som kvoten mellan skadekostnad,  $S$ , och premieintäkt,  $P$ . Skadekvoten beräknas för respektive försäkringsgren  $i$ , försäkringsbolag  $j$  och skadeår  $k$  enligt:

$$s_{i,j,k} = \frac{S_{i,j,k}}{P_{i,j,k}}.$$

Skadekvoten är alltså ett mått på ett skadeårs skadefall i förhållande till samma periods premieintäkt och är alltså ett normaliserat skadekostnadsmått med hänsyn till premievolymen.

### 3.4.1 Hur skadekvoten beräknas

För att kunna beräkna skadekvoten måste man ha en uppfattning om skadeårets skadekostnad. För vissa försäkringsgrenar dröjer det dock flera år innan skadeåret kan anses slutreglerat (så kallade långsvansade grenar). För exempelvis trafikförsäkring räknar man med att det kan dröja upp till 45 år innan skadeåret är slutreglerat (på grund av svårigheter att fastställa definitiv invaliditetsgrad). Bolagen gör därför avsättningar som ska täcka framtida kostnader för de oreglerade skadorna. Avsättningarna är alltså en uppskattning av framtida kostnader för de oreglerade skadorna.

Innan skadeåret är slutreglerat består därför skadekostnaden av två delar:

- utbetalda försäkringsersättningar,  $U$ , och
- avsättningar för oreglerade skador,  $R$  (i fortsättningen kallad reserven, vilket anspelar på den äldre termen 'ersättningsreserven').

För långsvansade grenar är reserven till en början den dominerande delen av skadekostnaden. Eftersom avsättningarna är en uppskattning av framtida kostnader finns det en osäkerhetsfaktor vid beräkningen av skadekostnaden för ännu inte slutreglerade skadeår.

Skadekvoten beräknas  $m-k$  år efter skadeårets slut som:

$$S_{i,j,k} = \frac{R_{i,j,k} + \sum_{n=k}^m U_{i,j,k,n}}{P_{i,j,k}} \quad (3.1)$$

För att minska osäkerheten i skadekvoten, som reserven ger upphov till, bör skadekostnaden beräknas tidigast två år efter skadeårets slut. Detta eftersom reserven, för flertalet försäkringsgrenar, är en betydande del av skadekostnaden under de två första åren efter skadeårets slut. Efter ytterligare år kommer sedan osäkerheten i skadekostnaden att minska eftersom den uppskattade delen, reserven, minskar i takt med att utbetalningar sker till försäkringstagarna. Då skadeåret är slutreglerat kan den slutgiltiga skadekostnaden beräknas. I detta arbete kan dock skadekvoten inte beräknas på slutreglerade skadeår eftersom rapporteringen inte innehåller tillräckligt många avvecklingsår.

Av denna anledning behandlas tre olika förslag för hur skadekvoten kan beräknas för ännu inte slutreglerade skadeår:

1. Skadekvoterna beräknas efter en bestämd avvecklingstid, till exempel efter två års avveckling. I tabell 4 nedan beräknas då skadekvoterna för en försäkringsgren och ett försäkringsbolag med hjälp av markerade skadekostnader samt med premieintäkten för motsvarande år. I detta exempel kan skadekvoter beräknas för skadeåren 1987-1997.



**Total skadekostnad (för försäkringsgren *i* och försäkringsbolag *j*)**

1000SEK

Skadeår	Avvecklingsår				
	0	1	2	3	4
1999	276145				
1998	264903	450446			
1997	356170	441297	509993		
1996	422546	621586	534337	575655	
1995	266218	457373	514763	556380	581219
1994	264086	425867	474357	508421	540121
1993	289884	469998	515667	544768	579691
1992	274316	472971	522250	556480	585661
1991	309625	517456	557128	586970	607485
1990	280398	493272	541544	569794	596398
1989	277235	506804	553363	586520	606155
1988		489215	525848	552527	576687
1987			415560	440932	460763
1986				409538	426190
1985					407538

**Tabell 4: Exempel på statistik över totala skadekostnaden för en försäkringsgren för skadeåren 1985-1999. Här visas för vilka skadeår skadekvoter kan beräknas om metod 1 tillämpas (se ovan).**

- Skadekvoterna beräknas efter så lång avveckling som rapporteringen ger möjlighet till. Detta innebär att skadekvoterna beräknas efter olika lång avveckling beroende på försäkringsgren. För de långsvansade försäkringsgrenarna kommer detta dock att leda till få observationer. Vid exemplet nedan kan skadekvoter beräknas för skadeåren 1985-1995.

**Total skadekostnad (för försäkringsgren *i* och försäkringsbolag *j*)**

1000SEK

Skadeår	Avvecklingsår				
	0	1	2	3	4
1999	276145				
1998	264903	450446			
1997	356170	441297	509993		
1996	422546	621586	534337	575655	
1995	266218	457373	514763	556380	581219
1994	264086	425867	474357	508421	540121
1993	289884	469998	515667	544768	579691
1992	274316	472971	522250	556480	585661
1991	309625	517456	557128	586970	607485
1990	280398	493272	541544	569794	596398
1989	277235	506804	553363	586520	606155
1988		489215	525848	552527	576687
1987			415560	440932	460763
1986				409538	426190
1985					407538

**Tabell 5: Exempel på statistik över totala skadekostnaden för en försäkringsgren för skadeåren 1985-1999. Här visas för vilka skadeår skadekvoter kan beräknas om metod 2 tillämpas (se ovan).**

3. Skadekvoterna beräknas efter så lång avveckling som det för varje enskilt skadeår finns information om. Detta leder till en skevhet i datamaterialet eftersom skadekvoterna för olika skadeår kommer att beräknas efter olika lång avveckling.

**Total skadekostnad (för försäkringsgren *i* och försäkringsbolag *j*)**

1000SEK

Skadeår	Avvecklingsår				
	0	1	2	3	4
1999	276145				
1998	264903	450446			
1997	356170	441297	509993		
1996	422546	621586	534337	575655	
1995	266218	457373	514763	556380	581219
1994	264086	425867	474357	508421	540121
1993	289884	469998	515667	544768	579691
1992	274316	472971	522250	556480	585661
1991	309625	517456	557128	586970	607485
1990	280398	493272	541544	569794	596398
1989	277235	506804	553363	586520	606155
1988		489215	525848	552527	576687
1987			415560	440932	460763
1986				409538	426190
1985					407538

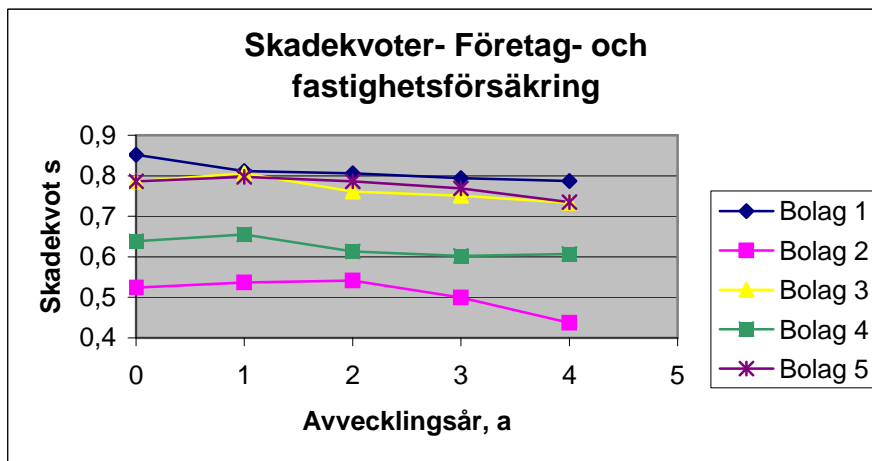
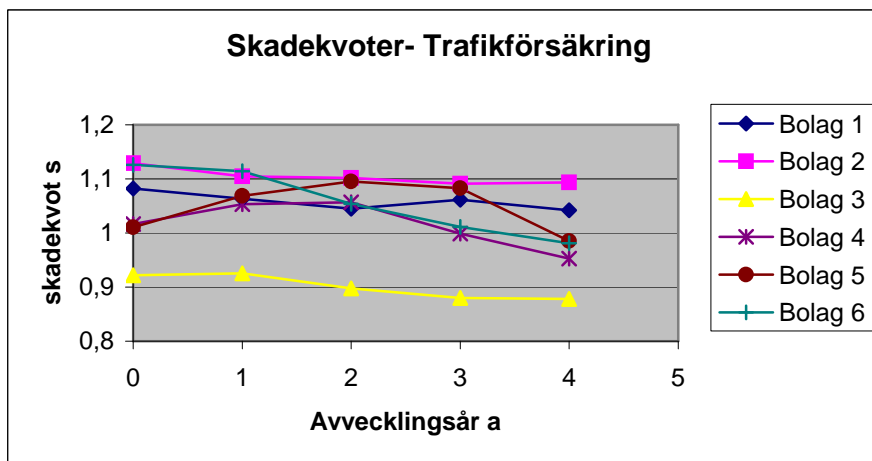
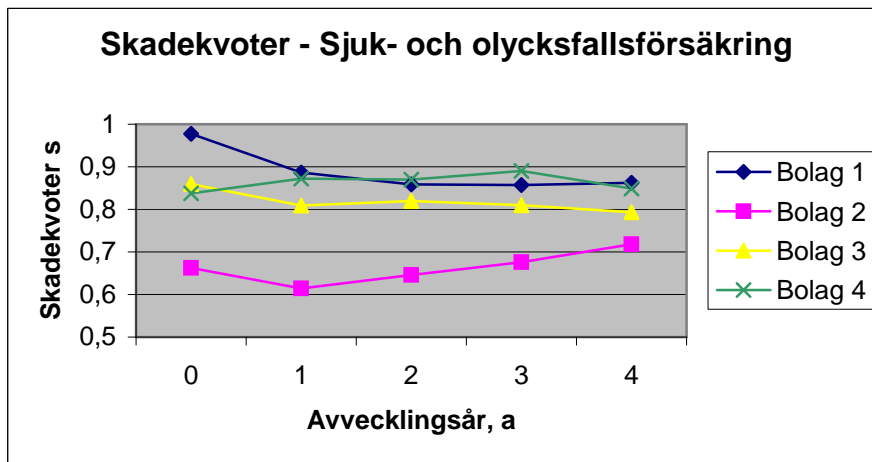
**Tabell 6: Exempel på statisk över totala skadekostnden för en försäkringsgren för skadeåren 1985-1999. Här visas för vilka skadeår skadekvoter kan beräknas om metod 3 tillämpas (se ovan).**

Om man, enligt metod 3 ovan, beräknar skadekvoterna för de olika skadeåren utifrån uppgifter från det senast tillgängliga inrapporteringsåret betyder det att man får en större säkerhet i beräkningarna för de äldre skadeåren jämfört med de yngre. Detta gäller speciellt de långsvansade försäkringsgrenarna. Detta betyder att man för dessa grenar får en skevhet i datamaterialet. För att undvika denna skevhet kan man, i enlighet med metoderna 1 och 2 ovan, istället beräkna skadekvoterna efter  $m-k$  års avveckling för samtliga skadeår.

För att få en uppfattning hur skadekvoten lämpligen beräknas undersöks nedan skadekvotens medelvärde och variation för de långsvansade försäkringsgrenarna.

#### 3.4.1.1 Medelvärde

Figur 1 nedan visar genomsnittet av skadekvoterna de senaste tio åren beräknade efter olika avvecklingsår. Skadekvoterna har beräknats enligt ekvation 3.1 (där skadekostnaden definieras som summa utbetalt samt för tidpunkten aktuell reserv). Det är svårt att se en tydlig gemensam trend för hur skadekvoterna utvecklas beroende på hur långt efter skadeåren de beräknas.



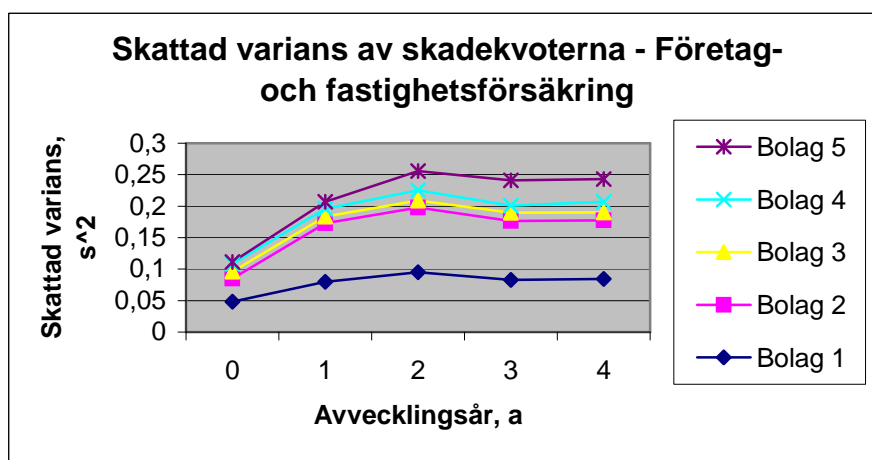
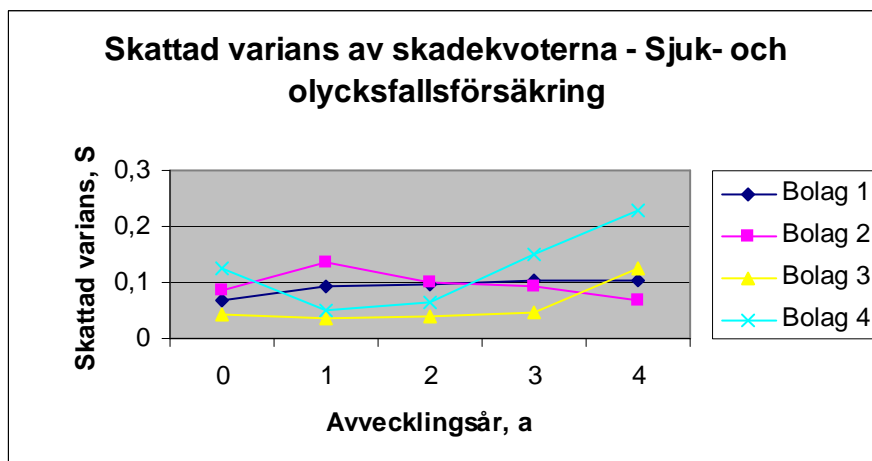
**Figur 1: Medelvärde för skadekvoterna för ett antal försäkringsbolag i tre olika försäkringsgrenar. I figuren kan man se hur skadekvoternas medelvärde utvecklas beroende på antalet avvecklingsår som löpt innan skadekvoterna beräknas. Vid beräkningarna har ingen justering gjorts för inflation.**

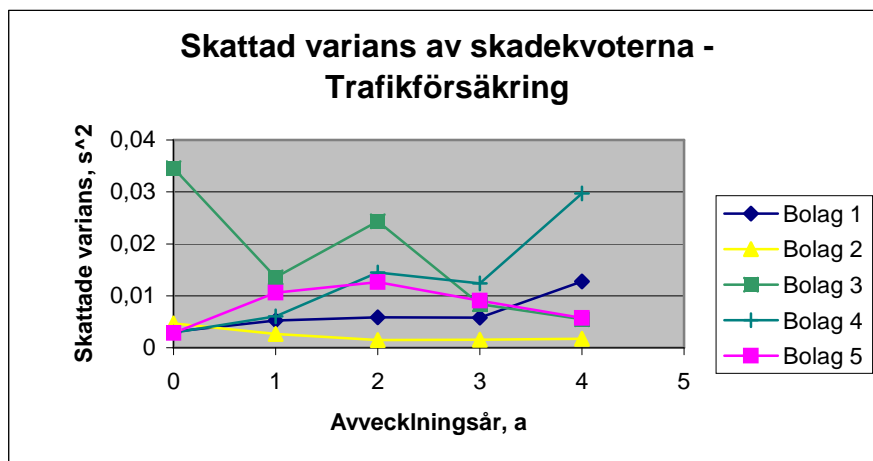
Detta kan bero på att olika försäkringsbolag, i enlighet med inspektionens erfarenhet, kan ha olika reservsättningspolicy. Då vissa bolag endast avsätter

förväntad skadekostnad för de oreglerade skadorna kan vissa avsätta förväntad skadekostnad plus en säkerhetsmarginal. Detta för att man hellre ser avvecklingsvinster än avvecklingsförluster då skadeåret är slutreglerat. Detta betyder att vissa bolags skadekvoters väntevärde,  $E(s_{i,j,k})$ , kommer att avta med tiden medan andra bolag kommer att ha en mer trendlös utveckling på väntevärdet. Figur 1 ovan tyder på att de flesta bolags skadekvoter avtar med tiden, vilket innebär att en majoritet av bolagen har en försiktig inställning vid reservsättningen.

### 3.4.1.2 Variation

Figur 2 nedan visar hur skadekvoternas varians förändras beroende på hur lång tid efter skadeåret de beräknas. Stickprovsvariansen har här beräknats per försäkringsbolag med hjälp av uppgifter om premie, utbetalda försäkringsersättningar och reserver för åren 1989-1995 för ett antal försäkringsgrenar. För att göra dessa skattningar har skadeåren antagits oberoende. De beräknade skadekvoterna från åren 1989-1995 har alltså antagits vara oberoende observationer från de stokastiska variablerna  $s_{i,j,k,a}$ . Här betecknar  $a$  hur många avvecklingsår som gått då skadekvoten beräknats.





**Figur 2: Stickprovsvariationen för skadekvoterna för ett antal försäkringsbolag i tre olika försäkringsgrenar. I figuren kan man se hur variationen utvecklas beroende på antalet avvecklingsår som löpt innan skadekvoterna beräknas.**

Figur 2 visar att det ofta gäller att variansen ökar med tiden för skadekvotens beräkningsår.

Detta betyder att man, för långsvansade grenar, allmänt får en lägre varians på skadekvoten om den beräknas med information från tidigare avvecklingsår. Eftersom risken är relaterad till variationer i skadekostnaden, för varje försäkringsgren, innebär detta att man får en för låg skattning av risken om skadekvoterna beräknas efter för kort avvecklingstid.

En förklaring till ovanstående ”fenomen” är att skadekostnaden (den stokastiska variabeln) under de första avvecklingsåren till stor del består av avsättningar för oreglerade skador. Avsättningarna är, som tidigare nämnts, en uppskattning av de förväntade framtida kostnaderna för dessa skador. Då detta i sig alltså är ett väntevärde försummas variansen i denna del av skadekostnaden.

För något försäkringbolag sjunker variansen under delar av den analyserade perioden, till exempel för Bolag 5 mellan avvecklingsår två till fyra. Förklaring till detta kan vara att mindre konservativa och robusta reservsättningsmetod har använts, där stor vikt ges till känd skadekostnad under de tidiga avvecklingsåren.

I takt med att skadeåren åldras består skadekostnaden till allt större del av utbetalda försäkringsersättningar, vilket innebär att den uppskattade delen av skadekostnaden får allt mindre betydelse. Av denna anledning är det rimligt att tro att variansen ökar i takt med att reserven minskar.

För att minimera risken för att undervärdera försäkringsriskerna bör därför skadekvoterna beräknas då en så stor del som möjligt av skadekostnaderna är slutreglerade. För att undvika skevheter i datamaterialet bör även skadekvoterna beräknas efter lika lång avveckling för alla skadeår. Efter hur

lång avveckling skadekvoterna ska beräknas kan bestämmas genom att se på statistik över försäkringsgrenarnas avvecklingstakt. Se tabell 7.

Avvecklingsår	Trafik	Transport	Sjöfart	Sjuk- och olycksfall	Motor	Luftfart	Husdjur	Hem- och villa	Företags- och fastighet
0	0,27	0,58	0,22	0,20	0,76	0,63	0,90	0,68	0,36
1	0,51	0,95	0,53	0,39	0,95	0,88	0,98	0,96	0,73
2	0,58	0,97	0,68	0,59	0,99	0,92	0,97	0,95	0,82
3	0,64			0,69					0,87
4	0,70			0,69					0,89

**Tabell 7: Andelen ackumulerade utbetalda försäkringsersättningar av total skadekostnad per försäkringsgren.**

Tabell 7 visar hur stor del av den totala skadekostnaden som är avvecklad efter respektive avvecklingsår för de olika försäkringsgrenarna. Som redan nämnts skiljer sig antalet avvecklingsår åt mellan försäkringsgrenarna i rapporteringen till Finansinspektionen. Eftersom man inte känner den slutgiltiga skadekostnaden har information från senaste inrapportering för varje skadeår använts vid beräkningarna av andelen avvecklad skadekostnad.

För att uppnå en avvecklingsnivå på cirka 3/4 av den totala skadekostnaden (som efter granskning av variansens utveckling i tiden bedöms vara en rimlig nivå) krävs för de långsvansade försäkringsgrenarna (trafikförsäkring och sjuk- och olycksfallsförsäkring) en period på minst fyra års avveckling.

Skadekvoterna kommer därför beräknas efter fyra års avveckling för de försäkringsgrenar där denna statistik är tillgänglig. För övriga försäkringsgrenar kommer skadekvoterna beräknas efter två års avveckling. Av beräkningsmetoderna som presenterades tidigare i avsnittet har alltså metod 2 använts. Se tabell 8.

Trafik	Transport	Sjöfart	Sjuk- och olycksfall	Motor	Luftfart	Husdjur	Hem- och villa	Företags- och fastighet
4	2	2	4	2	2	2	2	4

**Tabell 8: Antalet avvecklingsår som löpt innan skadekvoterna i detta arbete beräknats.**

Detta innebär att skadekvoterna, med hjälp av befintlig statistik, kan beräknas för skadeåren 1985-1995 för långsvansade försäkringsgrenar och för skadeåren 1987-1997 för övriga försäkringsgrenar. Totalt sätt kommer därför statistik över skadekvoterna finnas tillgänglig för skadeåren 1987-1995.

### 3.4.2 Inflationjustering av skadekvoten

För långsvansade försäkringsgrenar sker utbetalningar för ett skadeår under en lång tidsperiod, se figur 3 nedan. Detta får som följd att reservens storlek

förändras under samma tidsperiod. Om skadekvoten beräknas efter en längre tids avveckling bör man därför diskutera huruvida utbetalningarna vid de olika tidpunkterna bör justeras med avseende på inflationen. Detta eftersom *värdet av utbetalningarna* under avvecklingsperioden inte är detsamma som *summan av de faktiska utbetalningarna*.

Väljer man att justera utbetalningarna kan man även diskutera huruvida premien och reserven bör justeras. Till detta bör man även beakta möjligheten att bolagen i modellerna för premiesättningen gör antaganden om framtida inflation och ränta.

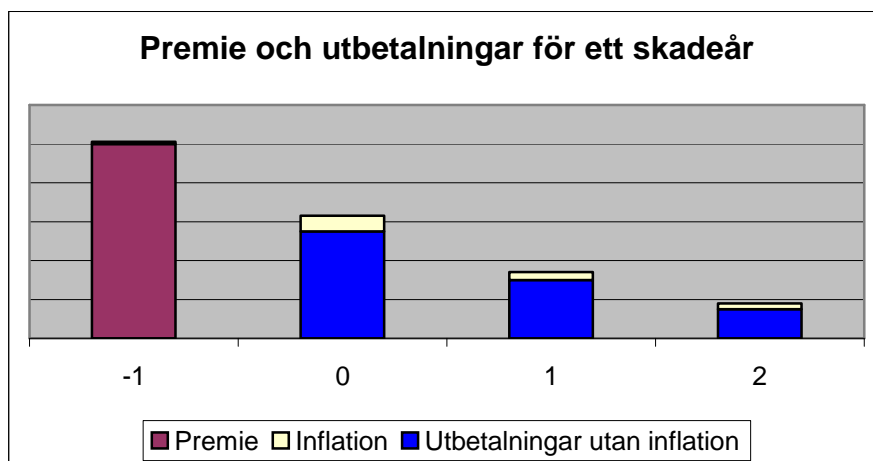
Även vid reservsättning kan bolagen göra liknande antaganden (diskonterade reserver). Huruvida bolagen, för de i studien aktuella rapporteringsåren, gjorde ränteantaganden kan antas bero på hur lång avveckling affären i försäkringsgrenen väntas ha.

I FFFS 2008:28, Finansinspektionens föreskrifter och allmänna råd om årsredovisning i försäkringsföretag, med senaste uppdatering år 2013, klargörs detta:

*I sådan verksamhet där en skada kan komma att slutregleras först avsevärd tid efter det att den inträffade, exempelvis olika slag av ansvarsförsäkring, ska försäkringsföretaget ta den hänsyn som krävs till förväntad utveckling som kan påverka skadekostnaderna.*

Vidare står att diskontering av reserver endast får göras då:

*Den förväntade genomsnittliga återstående tiden till skadeutbetalning ska vara minst fyra år för den berörda gruppen av skador.*



**Figur 4:** Schematisk bild över hur premie och utbetalningar utvecklas med tiden för ett specifikt skadeår. Den övre delen av de utbetalda försäkringsersättningarna anger effekten av den inflation som konstaterats mellan skadeåret och året för utbetalningen.

Nedan presenteras en hypotes för hur skadekvoterna bör beräknas då hänsyn tas till inflationen (för de in studien aktuella skadeåren).

### *Hypotes*

Bolagen beräknar premien utan explicita antaganden om framtida inflation. Den merkostnad som inflationen bidrar till antas täckas av avkastningen på reservsatt kapital (premiereserv och avsättningar för oreglerade skador).

Utbetalda försäkringsersättningar tillhörande ett visst skadeår justeras för inflation som konstaterats mellan skadeåret och utbetalningsåret. I figur 4 ovan innebär det att man inte tar med de övre delarna (ljust markerade) av de utbetalda försäkringsersättningarna då man beräknar skadekvoterna.

Eftersom värdet av utbetalningarna justerats till skadeårets penningvärde behöver premien inte justeras för inflation.

Om skadekvoten beräknas innan skadeåret är slutreglerat (vilket är aktuellt i detta arbete) måste även frågor rörande reservens storlek behandlas. Reservens storlek är uppskattad att täcka framtida kostnader för oreglerade skador. Även här kan bolagen skilja sig i sina antaganden om ränta och utbetalningstakt. Det är inte osannolikt att bolagen före 1996 beräknade reserverna med realränteantagandet noll, så kallad implicit diskontering med en ränta som antas motsvara framtida inflation exakt. Av denna anledning kan man säga att reserven är justerad för eventuell framtida inflation. Däremot bör reserven justeras för den inflation som konstaterats mellan skadeåret och året då storleken på reserven bestämdes.

Hypotesen ovan ger oss att skadekvoterna bör beräknas enligt följande:

$$S_{i,j,k} = \frac{R_{i,j,k} \cdot \lambda_{m,k} + \sum_{n=k}^m U_{i,j,k,n} \cdot \lambda_{n,k}}{P_{i,j,k}} \quad (3.2)$$

där  $\lambda_{k,m}$  betecknar ett inflationsindex som justerar penningvärdet till år k.

Inflationsjustering görs med hjälp av prisbasbelopp.

I arbetet kommer beräkningar fortsättningsvis att göras med skadekvoter beräknade enligt 3.2.

Sedan 1996 tillämpas EU:s redovisningsdirektiv för försäkring, vilket inte tillåter implicit diskontering. Med nuvarande låga inflationsförväntningar får detta mycket liten effekt. I en utvecklad modell kan man dock behöva överväga



vad som är lämplig metod för en korrekt omräkning till skadeårets penningvärde av en odiskonterad respektive diskonterad reserv.

### 3.5 Driftskostnader och säkerhetstillägg

Som nämnts finns det brister i att använda premieintäkten som normaliseringsmått vid beräkning av skadekvoten. Detta eftersom premien inte bara består av riskpremien  $Pr$ , som är beräknad att täcka de förväntade skadekostnaderna, utan också består av driftskostnads- och säkerhetstillägg samt förväntad kapitalavkastning ( $P = Pr + E + \Lambda - E[ka]$ ). Eftersom vi i detta arbete inte har tillgång till riskpremien, har premieintäkten används som normaliseringsmått.

För att se hur variansskattningarna påverkas utifrån vilken normalisering som används vid beräkning av skadekvoten görs följande jämförelse:

- Skadekvoten beräknas med hjälp av *premieintäkten* som normaliseringsmått

$$s = \frac{S}{Pr + E + \Lambda - E[ka]} = \frac{S}{P}$$

Variansen på skadekvoten beräknas som:

$$\begin{aligned} Var(s) &= Var\left(\frac{S}{P}\right) = Var\left(\frac{S}{Pr + E + \Lambda - E[ka]}\right) = Var\left(\frac{S}{Pr} \cdot \frac{Pr}{Pr + E + \Lambda - E[ka]}\right) = \\ &= \left(\frac{Pr}{Pr + E + \Lambda - E[ka]}\right)^2 \cdot Var\left(\frac{S}{Pr}\right) \end{aligned}$$

- Skadekvoten beräknas med hjälp av *riskpremien* som normaliseringsmått

$$s = \frac{S}{Pr}$$

Variansen på skadekvoten beräknas som:

$$Var(s) = Var\left(\frac{S}{Pr}\right)$$

Eftersom det gäller att  $\frac{Pr}{Pr + E + \Lambda - E[ka]} < 1$  fås följande olikhet vad gäller variansberäkningarna:

$$Var\left(\frac{S}{Pr}\right) > Var\left(\frac{S}{P}\right)$$

Med andra ord får vi en lägre skattning av variansen på skadekvoten om premieintäkten används som riskexponeringsmått jämfört med om riskpremien används vid beräkning av skadekvoten.

När vi med hjälp av skadekvotens sannolikhetsfördelning beräknar fördelningen för skadekostnaden får vi dock samma variansskattningar vid de två olika beräkningarna:

- Med *premieintäkten*  $P$  som riskexponeringsmått fås:

$$(\text{Pr} + E + \Lambda - E[ka])^2 \cdot \text{Var}\left(\frac{S}{P}\right) = \text{Var}(S)$$

- Med *riskpremien*  $Pr$  som riskexponeringsmått fås:

$$\text{Pr}^2 \cdot \text{Var}\left(\frac{S}{\text{Pr}}\right) = \text{Var}(S)$$

Vid den övre beräkningen förutsätts dock att samtliga bolag har samma driftskostnader  $E$  samt säkerhetstillägg  $\Lambda$  (eftersom bolagens skadekvoter antas ha samma sannolikhetsfördelning, vilket vi kommer att se senare). Givetvis gäller detta inte. Snarare kan man anta att storleken på driftskostnaderna är proportionella mot riskpremien  $Pr$ .

Av denna anledning är premien med avdrag för driftskostnaderna ett bättre riskexponeringsmått. Vad det gäller säkerhetstillägget är det mycket svårt att bilda sig en uppfattning om hur de olika försäkringsbolagen skiljer sig åt vid premieberäkningen. Därför är det svårt att (med den information vi har tillgång till) rensa premiemåttet från säkerhetstillägget,  $\Lambda$ .

Följande normaliseringsmått kommer därför användas vid beräkning av skadekvoterna:

$${}^E P_{i,j} = P_{i,j} - E_{i,j} = \text{Pr}_{i,j} + \Lambda_{i,j} \quad \text{där}$$

$$E_{i,j} = \text{observerad driftskostnad för försäkringsgren } i \text{ och för försäkringsbolag } j.$$

Vi får nu följande definition av den från driftskostnader rensade skadekvoten,  ${}^E S_{i,j}$ :

$${}^E S_{i,j} = \frac{R_{i,j} \cdot \lambda_m + \sum_{n=k}^m U_{i,j,n} \cdot \lambda_n}{{}^E P_{i,j}} \quad (3.3)$$

### 3.6 Fördelning för total skadekostnad

Ett av arbetets mål är att finna ett mått på den risk ett skadeförsäkringsbolag är utsatt för till följd av sin försäkringsverksamhet. Detta mått bör kunna appliceras på samtliga skadeförsäkringsbolag med en betydande försäkringsverksamhet i en eller flera försäkringsgrenar.

Risken är som nämnts relaterad till variationer i skadekostnaden för de olika försäkringsgrenarna. Genom att försöka estimeras ett möjligt skadeutfall utifrån ett bolags premieintäkter inom de olika försäkringsgrenarna skulle man få en uppfattning av den risk bolaget är utsatt för till följd av sin försäkringsverksamhet. Än mer intressant vore att få en uppfattning om det framtida totala skadeutfallets varians.

Låt oss se skadekostnaderna, för nästa års skador (år  $k$ ), för ett bolag (bolag  $j$ ):

$$S_{1,j,k}, S_{2,j,k}, S_{3,j,k}, \dots, S_{n,j,k}$$

för de  $n$  olika försäkringsgrenarna som en vektor av stokastiska variabler.

För att kunna estimeras skadekostnaderna måste man göra antaganden om dess sannolikhetsfördelning. Eftersom skadeutfallet för ett bolag är beroende av dess premieintäkt börjar vi med att titta på skadekvoterna för respektive försäkringsgren och antar att dessa är normalfördelade. Antagandet om normalfördelningen diskuteras vidare i avsnitt 5.4.

Eftersom man kan anta att skadekvoternas fördelning är oberoende av skadeåret fås med ovanstående antagande att:

$$\begin{pmatrix} E S_{1,j} \\ E S_{2,j} \\ \vdots \\ E S_{n-1,j} \\ E S_{n,j} \end{pmatrix} \sim N(\bar{\mu}, \Lambda), \quad \text{där}$$

$$\bar{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_{1,j} \\ \mu_{2,j} \\ \vdots \\ \mu_{n-1,j} \\ \mu_{n,j} \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad \Lambda = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nn} \end{pmatrix}.$$

Här är  $\bar{\mu}$  väntevärdet och  $\Lambda$  är kovariansmatrisen för den flerdimensionella stokastiska variabeln  $({}_E S_{1,j}, {}_E S_{2,j}, \dots, {}_E S_{n,j})'$ . Vektorn representerar skadekvoterna för försäkringsgrenarna 1 till  $n$ , för försäkringsbolag nummer  $j$ .

Med ovanstående antaganden om skadekvoternas sannolikhetsfördelning samt med information om skadeårets premieintäkt,  $({}_E P_{1,j}, {}_E P_{2,j}, \dots, {}_E P_{n,j})$ , fås följande fördelning för skadekostnaderna,  $S_{i,j}$ :

$$\begin{pmatrix} S_{1,j} \\ S_{2,j} \\ \vdots \\ S_{n-1,j} \\ S_{n,j} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}_E P_{1,j} \cdot S_{1,j} \\ {}_E P_{2,j} \cdot S_{2,j} \\ \vdots \\ {}_E P_{n-1,j} \cdot S_{n-1,j} \\ {}_E P_{n,j} \cdot S_{n,j} \end{pmatrix} \sim N(B \cdot \bar{\mu}, B \Lambda B')$$

där

$$B = \begin{pmatrix} {}_E P_{1,j} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & {}_E P_{2,j} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & {}_E P_{n,j} \end{pmatrix}.$$

Ovan har antagits att skadekvoternas fördelning är specifik för varje försäkringsgren och försäkringsbolag. För att kunna finna ett mått på risken som kan appliceras på samtliga bolag (eller i alla fall en majoritet av dessa) gäller att fördelning inte är bolagsspecifik.

Fördelningen för den totala skadekostnaden,  $S_j$ , i en nytecknad portfölj med premien  $({}_E P_{1,j}, {}_E P_{2,j}, \dots, {}_E P_{n,j})$  fås sedan som:

$$S_j = \sum_i S_{i,j} \sim N(1 \cdot B \cdot \bar{\mu}, 1 \cdot B \Lambda B' \cdot 1') \quad (3.4)$$

där  $1 = (1 \ 1 \ \dots \ 1)$ .

### 3.7 Riskmått

Utifrån antagandet att skadekvoternas slumpvariation är normalfördelad samt skattningar för väntevärde och kovarians kan den förväntade totala skadekostnaden,  $S_j$  samt dess konfidensintervall beräknas, med hjälp av premieintäkterna för en nytecknad portfölj  $({}_E P_{1,j}, {}_E P_{2,j}, \dots, {}_E P_{n,j})$ .

### 3.7.1 Beräknat Solvensmått

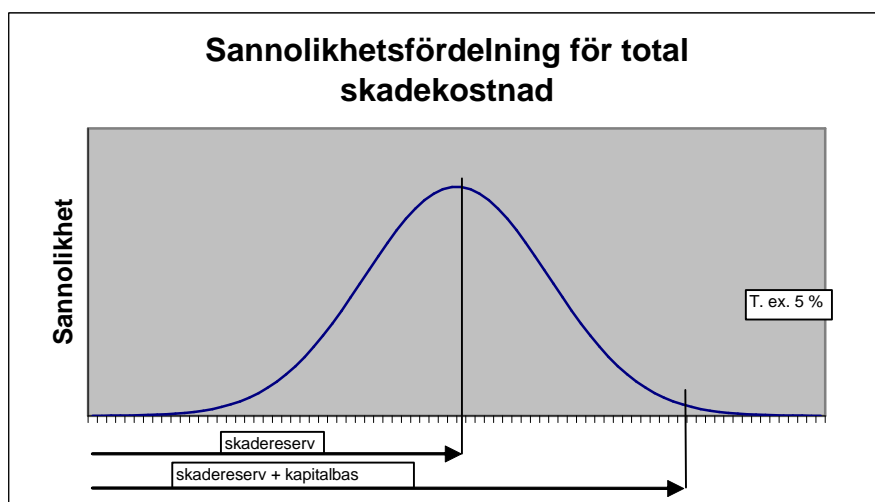
För att mäta den risk ett bolag är utsatt för kan man med hjälp av väntevärdet  $\mu_j$  och variansen  $\sigma_j^2$  för den totala skadekostnaden söka dess percentil  $Z_{j,\alpha}$ :

$$Z_{j,\alpha} = \mu_j + z_\alpha \cdot \sigma_j \quad (3.5)$$

Därefter kan följande differens beräknas:

$$RS_j = Z_{j,\alpha} - \sum_i E P_{i,j} \quad (3.6)$$

Differensen  $RS_j$  kan tolkas som ett enkelt solvensmått för ett försäkringsföretag. Solvensmarginalen är det minsta krav på fria medel ett bolag måste ha, se avsnitt 6.  $RS_j$  är jämfört med solvensmarginalen mer fokuserad på försäkringsbolagens riskexponering i de olika försäkringsgrenarna. Här skulle en portfölj med stor exponering i en riskfylld gren leda till större solvensmarginal jämfört med en mer riskbalanserad portfölj.



**Figur 5: Sannolikhetsfördelningen för total skadekostnad. I figuren är konfidensintervallets övre gräns,  $Z_{j,\alpha}$ , markerad.**

Figur 5 ovan är en schematisk bild hur ett solvensmått enligt ovan kan tolkas. Den lodräta markeringen till höger symboliserar percentilen  $Z_{j,\alpha}$ , där det i detta fall gäller att  $\alpha=0,05$ . Reserven för de oreglerade skadorna, täcker det förväntade skadeutfallet (med en liten säkerhetsmarginal). Dessa avsättningar är markerade med ett vågrätt streck nedtill i figuren. De fria medlen, kapitalbasen skall sedan täcka kostnaderna upp till  $Z_{j,\alpha}$ .

En fråga som måste behandlas vid beräkningar enligt ovan är vilken riskgrad  $1-\alpha$  som ska väljas. Detta eftersom valet av konfidensgraden kommer spela en avgörande roll för resultatet av  $RS_j$ . Ett högre värde på  $1-\alpha$  leder till större krav på den erforderliga solvensmarginalen för försäkringsbolagen.

En annan frågeställning som bör diskuteras är vilken hänsyn det beräknade solvensmålet  $RS_j$  ska ta till försäkringsföretagens återförsäkringsprogram. Detta kan främst göras på två sätt:

1. Solvensmålet uttrycks med hjälp av premien för egen räkning. På detta sätt tar man direkt hänsyn till återförsäkrarens andel av affären. Detta sätter dock stort förtroende till de återförsäkrare bolagen använder, samt att bolagens återförsäkringsprogram täcker de tilltänkta riskerna. Vid icke proportionell återförsäkring finns det en risk att återförsäkringsprogrammet inte täcker det faktiska skadeutfallet fullt ut (så kallat genombrott).
2. Solvensmålet uttrycks med bruttopremien och regleras därefter på lämpligt sätt efter andelen återförsäkrad affär. Detta skulle till exempel kunna regleras genom att multiplicera det erhållna solvensmålet med kvoten mellan försäkringsersättningar för egen räkning (f.e.r) och försäkringsersättningar brutto. På detta sätt får man ett mått på hur stor del av affären som försäkringsbolaget står för.

Solvensmarginalen i solvensdeklarationen beräknas med hjälp av premieindex och skadeindex (se avsnitt 6) som bland annat beräknas utifrån uppgifter om premieinkomst brutto. Indexen justeras sedan på liknande sätt som beskrivs i punkt två ovan. Beräkningen av premie- och skadeindex har dock en begränsningsregel som säger att kvoten, för reducering med hänsyn till avgiven återförsäkring, inte får understiga 0,5.

Det ter sig därför enklast att på sätt som beskrivs i punkt 2 justera måttet avseende återförsäkrad affär. Om man använder sig av ovan nämnda begränsningsregel fås följande solvensmått,  $Råf_j$ , där hänsyn är tagen till återförsäkrarens andel av affären:

$$kvot = \frac{\text{försäkringsersättningar f. e. r.}}{\text{försäkringsersättningar brutto}}$$

$$k = \text{maximum}(kvot; 0,5)$$

$$Råf_j = (Z_{j,\alpha} - \sum_i P_{i,j,k} * c_{i,j,k}) * k = RS_j * k \quad (3.7)$$

Kvoten ovan beräknas lämpligen med siffror från aktuell solvensdeklaration.

### 3.7.2 Normaliserat riskmått

För att kunna mäta ett försäkringsbolags risk till följd av sin försäkringsverksamhet i förhållande till bolagets totala riskexponering måste man, till skillnad mot riskmättet ovan, skapa ett normaliserat riskmått. Med hjälp av ett normaliserat riskmått kan Finansinspektionen i sin analys av försäkringsrisker jämföra försäkringsföretagen mot varandra. Detta eftersom dessa riskmått är beräknade i förhållande till varje bolags riskexponering. Av denna anledning har dessa mått ingen enhet. Nedan finns två förslag på hur man skulle kunna definiera ett dylikt riskmått:

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad R1 &= 100 * \frac{Z_{j,\alpha} - \sum_i E P_{i,j}}{\sum_i E P_{i,j}} = 100 * \frac{RS_j}{\sum_i E P_{i,j}} \\ \blacksquare \quad R2 &= 100 * \frac{Z_{j,\alpha} - \mu_j}{\mu_j} = 100 * \frac{z_\alpha \cdot \sigma_j}{\mu_j} \end{aligned}$$

$R1$  beräknas alltså med hjälp av solvensmättet  $RS_j$ . Solvensmättet normaliseras med den totala premieintäkten (efter korrektion för driftskostnader), och ger därför en indikation på bolagens solvensmått (enligt  $RS_j$ ) i förhållande till dess premievoly. Ett högt värde på  $R1$  antyder därför att bolaget är utsatt för en hög risk till följd av sin försäkringsverksamhet i förhållande till total premievoly.

$R2$  beräknas som halva konfidenslängden ( $z_\alpha \cdot \sigma_j$ ) normaliserad med väntevärdet  $\mu_j$ .

Kvoterna multipliceras med hundra för att tolkningen av riskmåttens ska bli lättare (procent av premien alternativt procent förväntad skadekostnad).

## 4 Beräkningar

För att finna de riskmått som beskrivs i avsnitt 3.7 måste vi först bestämma parametrarna  $\bar{\mu}$  och  $\Lambda$  i den flerdimensionella variabeln

$(E^{S_{1,j,k}}, E^{S_{2,j,k}}, \dots, E^{S_{n,j,k}})'$ . För att komma fram till dessa måste först ett antal antaganden göras.

### 4.1 Antaganden

För varje försäkringsgren kan följande modell för skadekvoterna,  $E^{S_{i,j}}$ , sättas upp:

$$E^{S_{i,j,k}} = \mu_i + \alpha_{i,j} + \varepsilon_{i,j,k}, \quad \text{där}$$

$\mu_i =$  Väntevärdet totalt per försäkringsgren,

$\alpha_{i,j} =$  Det  $j$ :te bolagets avvikelse från totala väntevärdet,

$\varepsilon_{i,j,k} =$  Kvarstående slumpvariation.

Vidare görs följande antagande:

$$\varepsilon_{i,j,k} \sim N(0, \sigma_i^2) \quad \text{och}$$

$$\text{Cov}(\varepsilon_{i_1,j,k}, \varepsilon_{i_2,j,k}) = \sigma_{i_1 i_2}.$$

Här antas alltså att skadekvoterna har samma väntevärde oberoende av skadeår och försäkringsbolag. Antagandet att försäkringsbolagens skadekvoter är oberoende kan ifrågasättas men görs för att vi senare ska kunna finna ett riskmått som kan appliceras på samtliga bolag med betydande verksamhet i en eller flera försäkringsgrenar.

### 4.2 Skattning av parametrar

#### 4.2.1 Väntevärdesvektorn

Med modell och antagande enligt avsnitt 4.1 ovan får vi följande skattning av skadekvoternas,  $E^{S_{i,j,k}}$ , väntevärde  $\mu_i$  för varje försäkringsgren  $i$ :

$$\hat{\mu}_i = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} (f_{i,j} + 1) \cdot \hat{\mu}_{i,j}}{\sum_{j=1}^{m_i} (f_{i,j} + 1)} \quad \text{där}$$



$f_{i,j}$  = antalet frihetsgrader för försäkringsbolag  $j$  i försäkringsgren  $i$ ,

$f_{i,j} + 1$  = antalet observationer för försäkringsbolag  $j$  i försäkringsgren  $i$ ,

$\hat{\mu}_{i,j}$  = det skattade väntevärdet för skadekvoterna i försäkringsgren  $i$  och försäkringsbolag  $j$ .

$\hat{\mu}_i$  är ett vägt medel av försäkringsbolagens skattade väntevärden i försäkringsgren  $i$ ,  $\hat{\mu}_{i,j}$ .

Väntevärdet  $\hat{\mu}_{i,j}$  för varje enskilt försäkringsbolag skattas genom maximum likelihoodmetoden som:

$$\hat{\mu}_{i,j} = \frac{1}{n_{i,j}} \cdot \sum_{k=1}^{n_{i,j}} s_{i,j,k}$$

Eftersom åren i datamaterialet antas vara oberoende är antalet observationer lika med antalet år (1987-1995).

#### 4.2.2 Kovariansmatrisen

För observationer från en flerdimensionell normalfördelad population,  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , med medelvärde  $\mu$  och kovariansmatris  $\Lambda$  gäller att

$$\hat{\mu} = \bar{X} \text{ och}$$

$$\hat{\Lambda} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X})(X_j - \bar{X})',$$

är maximum likelihood estimaten för  $\mu$  och  $\Lambda$ , ”se [6], sid 182”.

Elementen i kovariansmatrisen skattas bolagsvis. Vidare gäller att respektive försäkringsföretag kan ha olika lång skadehistorik för olika försäkringsgrenar, vilket innebär att varje element i kovariansmatrisen skattas med för den tillgänglig data.

Kovariansmatrisens element för det  $j$ :te försäkringsföretaget, mellan det första ( $l$ ) och  $i$ :te försäkringsgrenen skattas därför som:

$$\hat{\sigma}_{i,1,j} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n (s_{1,j,k} - \hat{\mu}_{1,j})(s_{i,j,k} - \hat{\mu}_{i,j})$$

Där  $n$  är antalet skadeår med data för dessa båda försäkringsgrenar.

Kovarianserna vägs sedan samman med hjälp av frihetsgrader mellan de bolag som har affär i de aktuella försäkringsgrenarna:

$$\hat{\sigma}_{sp} = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} f_{s,h} \cdot \hat{\sigma}_{sp,j}}{\sum_{j=1}^{m_i} f_{s,j}}$$

## 5 Resultat och diskussion

Som nämnts skattas parametrarna i skadekvoten sannolikhetsfördelningen med hjälp av uppgifter tagna från SS-rapporten under åren 1989-1999, vilket betyder att skadekvoter kan beräknas för skadeåren 1987-1995. Detta eftersom olika försäkringsgrenar beräknas efter olika lång avveckling. Resultatet av skattningarna presenteras i följande avsnitt.

### 5.1 Skattade parametrar i skadekvotens normalfördelning

#### 5.1.1 Kovariansmatrisen

I tabell 9 har kovariansmatrisen för  $(E^{S_{1,j}}, E^{S_{2,j}}, \dots, E^{S_{n,j}})'$  skattats med hjälp av skadekvoter enligt avsnitt 4.

Kovarians-matris	Sjuk- och olycksfall	Trafik	Motor	Transport	Företags- och fastighet	Hem- och villa	Sjöfart	Luftfart	Husdjur
Sjuk & olycksf	0,023	0,000	-0,017	-0,007	-0,009	-0,008	0,012	-0,022	-0,018
Trafik	0,000	0,021	0,009	0,005	-0,001	0,005	0,014	-0,009	-0,018
Motor	-0,017	0,009	0,027	0,011	0,005	0,014	0,018	0,013	0,024
Transport	-0,007	0,005	0,011	0,039	0,004	0,014	0,003	-0,003	0,041
Företag & fastig	-0,009	-0,001	0,005	0,004	0,051	0,010	0,001	0,005	0,024
Hem & villa	-0,008	0,005	0,014	0,014	0,010	0,030	0,000	0,005	0,036
Sjöfart	0,012	0,014	0,018	0,003	0,001	0,000	0,429	0,042	-
Luftfart	-0,022	-0,009	0,013	-0,003	0,005	0,005	0,042	0,105	-
Husdjur	-0,018	-0,018	0,024	0,041	0,024	0,036	-	-	0,062

Tabell 9: Skadekvoternas skattade kovariansmatris.

Med hjälp av kovariansmatrisen kan även korrelationerna mellan försäkringsgrenarna beräknas, ”se [8], sid 132”.

$$\rho = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}}$$

Korrelationer	Sjuk- och olycksfall	Trafik	Motor	Transport	Företags- och fastighet	Hem- och villa	Sjöfart	Luftfart	Husdjur
Sjuk & olycksf	1,00	0,01	-0,69	-0,22	-0,25	-0,29	0,12	-0,45	-0,46
Trafik	0,01	1,00	0,39	0,16	-0,04	0,21	0,14	-0,20	-0,51
Motor	-0,69	0,39	1,00	0,33	0,14	0,49	0,16	0,24	0,59
Transport	-0,22	0,16	0,33	1,00	0,09	0,41	0,02	-0,04	0,84
Företag & fastig	-0,25	-0,04	0,14	0,09	1,00	0,26	0,01	0,07	0,43
Hem- och villa	-0,29	0,21	0,49	0,41	0,26	1,00	0,00	0,08	0,85
Sjöfart	0,12	0,14	0,16	0,02	0,01	0,00	1,00	0,20	-
Luftfart	-0,45	-0,20	0,24	-0,04	0,07	0,08	0,20	1,00	-
Husdjur	-0,46	-0,51	0,59	0,84	0,43	0,85	-	-	1,00

**Tabell 10: Skadekvoternas skattade korrelationsmatris.**

Som tabell 10 visar får merparten av försäkringsgrenarna positiva korrelationskoefficienter. Huruvida de är signifikant skilda från noll diskuteras och testat i 5.1.2.

Det är dock naturligt att de flesta av försäkringsgrenarna är positivt korrelerade. Till exempel bör år med höga kostnader i motorfordonsförsäkring rimligen även ge höga kostnader i försäkringsgrenar som trafikförsäkring, hem- och villaförsäkring och transportförsäkring, om den ekonomiska aktiviteten i stort är en förklarande faktor.

Försäkringsgrenar som skiljer sig åt i detta hänseende är framförallt sjuk- och olycksfallsförsäkring och i viss mån även luftfarts- och husdjursförsäkring som är negativt korrelerade med ett antal av de övriga försäkringsgrenarna.

I de två sist nämnda försäkringsgrenarna är dock skattningarna förhållandevis osäkra eftersom det är få bolag som erbjuder försäkringar i dessa försäkringsgrenar i kombination med övriga försäkringsgrenar. Till exempel är det endast ett bolag i datamaterialet som tecknar både husdjursförsäkring och sjuk- och olycksfallsförsäkring, vilket leder till få observationer vid skattningen av korrelationen mellan dessa försäkringsgrenar. I tabellen nedan visas antalet tillgängliga observationer i varje kovariansskattning.

Antal obs vid kovarians-skattning	Sjuk- och olycksfall	Trafik	Motor	Transport	Företags- och fastighet	Hem- och villa	Sjöfart	Luftfart	Husdjur
Sjuk & olycksf	26	26	26	17	17	26	9	9	8
Trafik	26	57	48	27	35	48	18	18	9
Motor	26	48	49	27	35	48	18	18	9
Transport	17	27	27	36	36	27	27	18	9
Företag & fastig	17	35	35	36	44	35	27	18	9
Hem- och villa	26	48	48	27	35	48	18	18	9
Sjöfart	9	18	18	27	27	18	27	18	0
Luftfart	9	18	18	18	18	18	18	18	0
Husdjur	8	9	9	9	9	9	0	0	9

**Tabell 11: Antal observationer som finns tillgängliga i datamaterialet för varje kovariansskattning.**

Vid beräkning av riskmåten ( $R1$ ,  $R2$  och  $RS$ ) har osäkerheten i dessa skattningar mindre betydelse av just den anledning att det är få eller inga bolag som erbjuder försäkringar i dessa försäkringsgrenar i kombination med övriga grenar. Till exempel gäller det att husdjursförsäkringar i stor omfattning tecknas av bolag som erbjuder endast försäkringar i denna försäkringsklass.

### 5.1.2 Korrelationskoefficienterna signifikans

Med ett litet dataunderlag vid skattning av korrelation, som gäller för denna studie, är det intressant att se om noll-hypotesen att *korrelationskoefficienterna är lika med noll* kan förkastas. Detta görs enklast genom att beräkna:

$$T = R \sqrt{\frac{n-2}{1-R^2}},$$

där  $T$  är approximativt  $t$ -fördelad med  $n-2$  frihetsgrader samt  $R$  den estimerade korrelationen, ”se [7], sid 428”. Om  $R=0$  gäller att även  $T=0$ , om  $R$  går från  $-1$  mot  $1$ , går  $T$  från  $-\infty$  till  $\infty$ . Noll hypotesen kan därför förkasta om  $T$  är tillräckligt långt från noll.

I tabellen nedan är korrelationselementen som är signifikant skilda från noll, beräknade med ett 95% konfidensintervall, markerade.

T-test (95%)	Sjuk- och olycksfall	Trafik	Motor	Transport	Företags- och fastighet	Hem- och villa	Sjöfart	Luftfart	Husdjur
Sjuk & olycksf			Signifikant						
Trafik			Signifikant						
Motor	Signifikant	Signifikant		Signifikant		Signifikant			Signifikant
Transport			Signifikant			Signifikant			Signifikant
Företag & fastig									
Hem- och villa			Signifikant	Signifikant					Signifikant
Sjöfart									
Luftfart									
Husdjur			Signifikant	Signifikant		Signifikant			

**Tabell 12: Signifikanta korrelationskoefficienter (95% t-test).**

Bortsett försäkringsgrenarna Husdjurs-, Sjöfart- samt Luftfartsförsäkring, med lite eller ingen data i underlaget, indikerar testet att fem av de återstående 15 korrelationskoefficienterna är signifikant skilda från noll. Av dessa är fyra positiva och endast en negativ (Sjuk-och olycksfall mot Motor).

Övriga korrelationer kan i detta test inte anses vara skilda från noll och bör därför inte påverka percentilen  $Z_{j,\alpha}$  i beräkningen av riskmåten (se avsnitt 5.2).

Även här bör elementen i kovariansmatrisen löpnade uppdateras samt nollhypotesen omprövas då ny information inkommer till Finansinspektionen.

### 5.1.3 Väntevärdesvektorn

I tabell 13 nedan har väntevärde  $\hat{\mu}_i$  och varians  $\hat{\sigma}_{ii}$  för  $(E S_{1,j}, E S_{2,j}, \dots, E S_{n,j})'$  skattats med hjälp av skadekvoter enligt beräkningar i avsnitt 4.

Skattade parametrar	Sjuk- och olycksfall	Trafik	Motor	Transport	Företags- och fastighet	Hem- och villa	Sjöfart	Luftfart	Husdjur
$\hat{\mu}_i$	1,06	1,43	1,05	0,93	0,89	0,93	1,21	0,60	1,01
$\hat{\sigma}_{ii}$	0,023	0,021	0,027	0,039	0,051	0,030	0,429	0,105	0,062
$\sqrt{\hat{\sigma}_{ii}}$	0,153	0,143	0,166	0,197	0,225	0,173	0,655	0,323	0,248

**Tabell 13: Skattade väntevärden och varianser.**

Som tabell 13 visar skiljer sig de skattade väntevärdena åt betydligt mellan försäkringsgrenarna. Skillnaderna kan vara relaterade till försäkringsgrenarnas avvecklingstakt. En försäkringsgren med en långsammare avvecklingstakt kan i jämförelse ha en högre skadekvot eftersom inverkan på avkastningen vid premieberäkningen får större effekt jämfört med grenar med kortare

avvecklingstakt. Till exempel har skadekvoten,  ${}_E S_{i,j}$ , för trafikförsäkring ett betydligt högre väntevärde jämfört med väntevärde för skadekvoten för motorfordonsförsäkring (1.43 jämfört med 1.05).

Andra förklaringar kan vara att konkurrenssituationen inte är lika i alla försäkringsgrenar eller att säkerhetstillägget,  $\Lambda$ , av olika anledningar inte har samma inverkan i olika försäkringsgrenar.

## 5.2 Riskmått

Med hjälp av skadekvoternas  $({}_E S_{1,j}, {}_E S_{2,j}, \dots, {}_E S_{n,j})'$  sannolikhetsfördelning samt premie  $({}_E P_{1,j}, {}_E P_{2,j}, \dots, {}_E P_{n,j})$  för det aktuella försäkringsbolaget fås fördelningen för försäkringsbolagets totala skadekostnad enligt avsnitt 3.6 som:

$$S_{1,j,k} + S_{2,j,k} + \dots + S_{n,j,k} = \sum_i S_{i,j,k} \sim N(\mathbf{1} \cdot B \cdot \bar{\mu}, \mathbf{1} \cdot B \Lambda B' \cdot \mathbf{1}') \text{ där}$$

$$B = \begin{pmatrix} {}_E P_{1,j,k} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & {}_E P_{2,j,k} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & {}_E P_{n,j,k} \end{pmatrix}.$$

### 5.2.1 Solvensmått

När parametrar till sannolikhetsfördelningen för den totala skadekostnaden estimerats kan riskmättet  $RS_j$ , i detta arbete även kallat *Solvensmättet* (se avsnitt 3.7.1) beräknas.

En frågeställning som måste behandlas är vilken konfidensgrad  $1 - \alpha$  som ska väljas för percentilen  $Z_{j,\alpha} = \mu_j + z_\alpha \cdot \sigma_j$ . Konfidensgraden  $1 - \alpha$  motsvarar sannolikhet att utfallet, som i detta fall är den verkliga skadekostnaden för försäkringsföretag  $j$ , hamnar under percentilen  $Z_{j,\alpha}$ . En hög konfidensgrad ger därför ett högre värde på  $Z_{j,\alpha}$ .

Vilken konfidensgrad som väljs beror främst på med vilken säkerhet man vill beräkna det erforderliga solvenskravet. I jämförelse med den *erforderliga solvensmarginalen* ligger beräkningarna gjorda med solvensmarginalen 99,0 % närmast. Med detta solvensmått kan man anta att man med sannolikheten 0,01 får en total skadekostnad som överstiger solvenskravet. I sammanhanget kan detta anses vara en rimlig solvensmarginal.

### 5.2.2 $R1$ - Normaliserat riskmått med premien

Riskmättet  $R1$  beräknas som:

$$R1 = 100 * \frac{Z_{j,\alpha} - \sum_i {}^E P_{i,j}}{\sum_i {}^E P_{i,j}} = 100 * \frac{RS_j}{\sum_i {}^E P_{i,j}}$$

Det normaliserade riskmättet  $R1$  kan tolkas som det mot premien procentuella underskottet (alternativt överskottet) jämfört med percentilen  $Z_{j,\alpha}$ . Ett högre värde på konfidensgraden  $1-\alpha$  ger ett högre värde på percentilen som i sin tur leder till ett högre värde på riskmättet  $R1$ . Eftersom percentilen beräknas som:

$$Z_{j,\alpha} = \mu_j + z_{\alpha} \cdot \sigma_j$$

är  $R1$  ett riskmått som både tar hänsyn till den totala skadekostnadens väntevärde samt varians.

### 5.2.3 $R2$ - Normaliserat riskmått med väntevärdet

Riskmättet  $R2$  beräknas som:

$$R2 = 100 * \frac{Z_{j,\alpha} - \mu_j}{\mu_j} = 100 * \frac{z_{\alpha} \cdot \sigma_j}{\mu_j}$$

Riskmättet  $R2$  normaliseras till skillnad mot  $R1$  med väntevärdet  $\mu_j$ .

Riskmättet kan därför tolkas som den mot väntevärdet svarande procentuella skillnaden jämfört med percentilen  $Z_{j,\alpha}$ . Även här leder ett högre värde på konfidensgraden till ett högre värde på riskmättet.

Eftersom väntevärdet beräknas med hjälp av premien som

$$\mu_j = \mathbf{1} \cdot B \cdot \bar{\mu}, \quad \text{där}$$

$$B = \begin{pmatrix} {}^E P_{1,j} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & {}^E P_{2,j} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & {}^E P_{n,j} \end{pmatrix}$$

är riskmåttan  $R1$  och  $R2$  starkt beroende. Dock kan man tro att bolagen lättare kan styra över värdet på  $R1$  då detta mått mer direkt är kopplad till premien. Till exempel skulle en höjd premienivå leda till ett lägre värde på  $R1$ . Men en



höjd premie skulle också ge ett högre värde på  $\mu_j$ , vilket leder till ett lägre värde även på  $R_2$ .

### 5.3 Driftskostnader

I arbetet har skadekvoterna beräknats med premieuppgifter exklusive verklig driftskostnad:

$${}_E P_{i,j} = P_{i,j} - E_{i,j} = Pr_{i,j} + \Lambda_{i,j} \quad \text{där}$$

$E_{i,j}$  = observerad driftskostnaden för försäkringsgren  $i$  och för försäkringsbolag  $j$ .

Detta har möjliggjorts eftersom driftskostnaderna är angivna per försäkringsgren och skadeår på den gamla modellen av SS-blanketten. Från och med 1998 finns dessa uppgifter inte med. För att kunna beräkna riskmåttan behöver man dock uppgifter om premievolymer exklusive driftskostnaden. Det skulle därför krävas att Finansinspektionen återinför uppgiften om driftskostnad per försäkringsgren för att riskmåttan ovan ska kunna användas i tillsynsprocessen.

### 5.4 Antaganden

Två centrala antaganden har gjorts i arbetet för finna en väntevärdesriktig sannolikhetsfördelning på skadekvoterna, nämligen dess oberoende mellan åren samt normalfördelningsantagandet.

Man kan anta att det finns ett oberoende mellan åren vad gäller skadefallet (täljaren i skadekvoten) medan visa delar av premien, och då främst säkerhetstillägget, kan ha ett samband mellan tidigare års skaderesultat. Det går inte att komma ifrån att det är en svaghet i modellantagandet men bör få mindre påverkan om parametrarna i fördelningen löpnade uppdateras då ny information inkommer till Finansinspektionen.

Normalfördelningsantagandet har i arbete inte prövats men kan antas lämpligt då skadekvoterna beräknas utifrån ett stort (eller mycket stort) antal skador, för respektive försäkringsgren och försäkringsföretag, som i sig kan antas vara observationer från en stokastisk variabel. Ett försäkringsföretags skador kan i de flesta fall antas oberoende (undantaget kumuler samt väderhändelser såsom storm), varför *centrala gränsvärdesstasen*, ”se [9], sid 173”, som säger att fördelningen av summan av ett tillräckligt antal oberoende lika fördelade variabler är approximativt normalfördelad, bör kunna användas.

## 6 Solvensmarginal

### 6.1 Solvens I

Solvensmarginalen är det minsta krav på fria medel (kapitalbas) ett bolag måste ha. Solvensmarginalen beräknas i dag som det högsta av *premieindex* och *skadeindex* multiplicerat med (lite förenklat) förhållandet mellan utbetalda ersättningar för egen räkning och utbetalda ersättningar brutto. Kapitalbasen fås genom att summera ett antal poster i balansräkningen. De viktigaste posterna är:

- eget kapital
- säkerhetsreserv
- förlagslån
- eventuella övervärden i tillgångar

*Premieindex* är:

- 18 % av ett premiemått upp till maximalt 10 miljoner euro
- 16 % av premiemåttet för den återstående delen

Premiemåttet består väsentligen av under föregående räkenskapsår förfallna premie brutto.

*Skadeindexet* är:

- 26 % av ett skadekostnadsmått upp till maximalt 7 miljoner euro
- 23 % av måttet som överstiger 7 miljoner euro

Skadekostnadsmåttet är väsentligen lika med genomsnittet av skadekostnaderna brutto för de tre senaste åren. För kreditförsäkring beräknas genomsnittet för de sju senaste åren.

Finansinspektionen tar årligen in solvensdeklaration från svenska skadeförsäkringsbolag. Deklarationen beskriver försäkringsbolagens solvens per balansdagen och ska bland annat omfatta uppgifter om kapitalbas och solvensmarginal.

### 6.2 Trafikljuset

Efter slutförandet av detta arbete (år 2000) har Finansinspektionen kompletterat sin tillsyn med den så kallade trafikljusmodellen [5]. Modellen stressar bolagens exponering mot olika risker, bland annat sina försäkringsrisker. Trafikljusmodellen hjälper Finansinspektionen att tidigt hitta de bolag som kan eller kommer ha svårt att uppfylla sina åtaganden mot kunderna. Den första versionen av trafikljusmodellen kom 2006 och gällde då

bara för livförsäkringsbolag. Året därpå kom modellen även att inkludera skadeförsäkringsbolag samt att den utökades att innefatta även försäkringsrisker. Modellen delar upp försäkringsrisken i tre delar (till skillnad mot de riskmått som presenteras i denna studie);

- så kallade *Underwriting risk*, att bolaget underskattar de skador som kommer att inträffa,
- och *reservrisk*, risken att framtida betalningar för redan inträffade skador är underskattade
- *katastrofrisker*.

*Underwriting riskens* riskfaktor är främst skadeinflation på skadefrekvens och medelskada och risken modelleras därför som en faktor av avsättning för ej intjänad premie och kvardröjande risk.

*Reservriskens* riskfaktorer anses främst vara skadebelopp, skadeinflation och utbetalningsmönster och modelleras därför som osäkerheten (variansen) i de så kallade efterbetalningsfaktorerna. Efterbetalningsfaktorerna definieras som kvoten mellan total ersättning och hittills utbetald ersättning, och beräknas för varje utvecklingsår som Finansinspektionen har data för.

På liknande sätt som riskmått definieras och skattas i denna studie har sedan Finansinspektionen skattat standardavvikelser för att finna fördelningen för dessa efterbetalningsfaktorer, som sedan kan appliceras på enskilda skadeförsäkringsbolag som lyder under inspektionens tillsyn. Till skillnad mot riskmått i denna studie kräver trafikljuset ny rapportering från försäkringsbolagen för att stressa de försäkringstekniska avsättningarna och på så sätt beräkna ett till solvensmarginalen kompletterande solvensmått.

För katastrofrisken har inspektionen definierat tre katastrofer som bolagen ska förhålla sig till.

I trafikljuset har Finansinspektionen valt att utgå från 99,5% percentilen för de möjliga utfallen på ett års sikt, vilket kan tolkas som att risken för att inte klara sitt ansvarstagande mot kunderna är en på 200.

### **6.3 Nya solvensregler - Solvens II**

2009 publicerade Solvens II direktivet (*direktiv 2009/138/EG av den 25 november 2009 om upptagande och utövande av försäkrings- och återförsäkringsverksamhet (Solvens II)*). Direktivet är ett helt nytt omfattande regelverk som vilar på tre pelare (*pillar*):

- kvantitativa krav för beräkning av kapital
- kvalitativa krav på riskhantering och intern kontroll
- krav på publik information till marknaden

Kort ska de nya solvensreglerna:

- bättre koppla kapitalkravet mot en samlad bedömning av samtliga risker i ett försäkringsbolag,
- främja ett bättre konsumentskydd
- främja konkurrensen inom EU då kraven och tillsynen blir harmoniserade.

Efter vissa förseningar i införandet av de nya reglerna ser det nu (2014) ut att genomförs i svensk lagstiftning den 1 juli 2015 med ikraftträdande den 1 januari 2016.

## 7 Appendix I. Definitioner och beteckningar

### 7.1 Definitioner

#### *Skadeår*

Det år då en viss skada drabbat försäkrad egendom, försäkrat intresse eller försäkrad person.

#### *Skadekostnad*

Slutlig försäkringskostnad vid skada. Innan skadan är slutreglerad skattas skadekostnaden som hittills utbetalda försäkringsersättningar summerat med för skadan reserverade medel.

#### *Avvecklingsresultat*

Vinst eller förlust som vid bokslutstillfället normalt uppkommer på i närmast föregående bokslut avsatt ersättningsreserv (avsättningar för oreglerade skador) och som beror på att vissa i reserven ingående skador under räkenskapsåret antingen slutreglerats med annat belopp eller också omvärderats i avvaktan på slutlig reglering.

### 7.2 Beteckningar

$i$	=	Försäkringsgren
$j$	=	Försäkringsbolag
$k$	=	Skadeår
$a$	=	Avvecklingsår

$X_{i,j,k,l}$  = Ersättningsbelopp i försäkringsgren nr  $i$  för försäkringsbolag nr  $j$  under skadeår  $k$  för skada nr  $l$ .

$N_{i,j,k}$  = Antal skador i försäkringsgren  $i$  för försäkringsbolag  $j$  under skadeår  $k$ .

$P_{i,j,k}$  = Premieintäkten i försäkringsgren  $i$  för försäkringsbolag  $j$  för skadeår  $k$ .

$U_{i,j,k,m}$  = Skadeutbetalningar i försäkringsgren  $i$  för försäkringsbolag  $j$  för skadeår  $k$  under år  $m$ .

$R_{i,j,k,m}$  = Ersättningsreserv för försäkringsgren  $i$  hos försäkringsbolag  $j$  för skadeår  $k$  år  $m$ .

- $S_{i,j,k}$  = Skadekostnad i försäkringsgren  $i$  hos försäkringsbolag  $j$  för skador inträffade år  $k$ .
- $\hat{S}_{i,j,k}$  = Skattad skadekostnad i försäkringsgren  $i$  hos försäkringsbolag  $j$  för skador inträffade år  $k$ .
- $s_{i,j,k}$  = Skadekvoten beräknad för försäkringsgren  $i$  hos försäkringsbolag  $j$  för skadeår  $k$ .
- $\lambda_{k,m}$  = Inflationsindex för skadeår  $k$  år  $m$ .
- $r_{i,j}$  = Antalet observerade skadekvoter för försäkringsbolag  $j$  i försäkringsgren  $i$ .

## 8 Bilaga I (Redogörelse SS)

Bolagets firma

### REDOGÖRELSE SS

Org nr

Datum

Räkenskapsår (R)

#### Totala skadeuppgifter t o m utgången av år R för skador inträffade resp år (belopp i kkr)

1	7	8	9	10
Skadeår (riskår)	Utbetalda försäkringsersättningar exkl skaderegleringskostnader <sup>8</sup>	Avsättning för oregerade skador exkl skaderegleringskostnader <sup>9</sup>	Återförsäkrares andel av kol 8	Summa (kol 7+kol 8)
R-14 <sup>7</sup>				
R-13 <sup>7</sup>				
R-12 <sup>7</sup>				
R-11 <sup>7</sup>				
R-10 <sup>7</sup>				
R-9 <sup>7</sup>				
R-8 <sup>7</sup>				
R-7 <sup>7</sup>				
R-6 <sup>7</sup>				
R-5 <sup>7</sup>				
R-4 <sup>7</sup>				
R-3 <sup>7</sup>				
R-2 <sup>7</sup>				
R-1 <sup>7</sup>				
R				

#### För tidigare skadeår (riskår)<sup>10</sup> än ovan redovisade:

Under år R utbetalda försäkringsersättningar exkl skaderegleringskostnader<sup>8</sup>

Ultimo år R avsatt för oregerade skador exkl skaderegleringskostnader<sup>9</sup>

**7** De skadeuppgifter för skador inträffade R-14 t o m R-1 som lämnas kommer normalt att skilja sig från tidigare lämnade uppgifter för åren R-13 t o m R eftersom de aktuella uppgifterna skall utgöras av reviderade data per utgången av år R

**8** Som utbetald försäkringsersättning räknas även kapitalvärdet av beslutade definitiva livräntor. Utbetalade livräntebelopp medtas däremot inte. Värdesäkringskostnaderna för äldre trafiklivräntor under räkenskapsår R belastas riskår R

**9** Avsättning för oregerade skador exkl skaderegleringskostnader skall inkludera avsättning för inträffade men ej anmälda skador (s k okända skador). Avsättningen för ej intjänade premier och kvardröjande risker för sjuk- och skadelivräntor medtas inte.

**10** Beroende på försäkringsgren se not 1 på föregående sida.

## 9 Bilaga II (Solvens II klasser)

SII_DESC	Nr.
Medical expense insurance	1
Income protection insurance	2
Workers compensation insurance	3
Motor vehicle liability insurance	4
Other motor insurance	5
Marine, aviation and transport insurance	6
Fire and other damage to property insurance	7
General liability insurance	8
Credit and suretyship insurance	9
Legal expenses insurance	10
Assistance	11

Se [www.eiopa.europa.eu](http://www.eiopa.europa.eu) för mer information om klasserna för rapportering inom de ny solvensregelverket.



## 10 Referenser

1. Andréason, Torbjörn, Fredrik Johansson, och Björn Palmgren. "Measuring and modelling technical risks in non-life insurance". *Scandinavian Actuarial Journal* 2000.1 (2000): 80-88.
2. Finansinspektionen (från [www.fi.se](http://www.fi.se)). Hämtad november 2014.
3. Ohlsson, Esbjörn och Björn Johansson. "Prissättning inom sakförsäkring med Generaliserade linjära modeller". Stockholms universitet, Matematisk statistik Kompendium (2001).
4. Palmgren, Björn. "Försäkringsekonomi". IFU (2000).
5. Finansinspektionens. "Promemoria, Etapp 2 trafikljusmodellen – skadebolag och försäkringsrisker inkluderas i modellen från och med 2007". FI Dnr 06-4001-320 (2006).
6. Johnson, Richard A. och Dean W. Wichern. "Applied Multivariate Statistical Analysis". Prentice Hall (1998).
7. Olofsson, Peter och Mikael Andersson. "Probability, Statistics and Stochastic Processes", Second Edition. John Wiley & Sons, Inc (2012).
8. Rice, John A. "Mathematical Statistics and Data Analysis", Second Edition. Duxbury Press (1995).
9. Gut, Allan. "An Intermediate Course in Probability". Springer-Verlag (1995).