Matematisk statistik
Stockholms universitet

Modeller för analys av överskott i livförsäkring

Marie Ljungdahl

Examensarbete 2008:8

Postadress:
Matematisk statistik
Matematiska institutionen
Stockholms universitet
106 91 Stockholm
Sverige

Internet:
http://www.math.su.se/pub/jsp/polopoly.jsp?d=5982&a=30780

Matematisk statistik
Stockholms universitet
Examensarbete **2008:8**,
http://www.math.su.se/pub/jsp/polopoly.jsp?d=5982&a=30780

Modeller för analys av överskott i livförsäkring

Marie Ljungdahl*

september 2008

Sammanfattning

Detta examensarbete bygger modeller som beskriver hur överskott i ett livförsäkringsbolag uppstår och fördelas genom återbäringsräntan. Dessa modeller används för att simulera och analysera hur enkla bestånd av försäkringar utan livslängdsberoende utvecklas finansiellt. Analysen omfattar även test av relativa frekvensen underskott, exempelvis när bolaget inte uppfyller solvenskraven eller när pensionskapitalet inte räcker till det garanterade värdet.

Modell för obligationsräntan är en Markovkedja i diskret tid. En fördel är att övergångssannolikheterna är lätta att skatta med det aritmetiska medelvärdet som estimator. Estimaten baseras på Riksbanksdata.

Arbetet koncentrerar sig på hur aktieandelen av tillgångarna ska väljas för att undvika negativa utfall. Ett tydligt resultat är att återbäring vid starten gör det möjligt att välja en större aktieandel.

Det skulle därför kunna vara intressant för bolaget att modellera ett delbestånd för att se om beståndet borde ha en särskild placeringsinriktning och val av återbäringsränta. Exempel på sådana bestånd kan vara dels inflyttad försäkring som har återbäring med sig eller gamla försäkringar som varit med och byggt upp återbäring. Helt nytecknade bestånd med samma eller andra premievillkor kan däremot behöva en annorlunda placeringsinriktning.

*Postadress: Matematisk statistik, Stockholms universitet, 106 91 Stockholm. E-post: marie.lj@telia.com Handledare: Mikael Andersson.

Abstract

Models for analysing surplus in life insurance

This master thesis constructs models describing how surplus emerges in a life insurance company and how it is allocated by means of the bonus interest rate. These models are used for simulating and analysing the financial development of simple portfolios of policies not depending on life-lengths. The analysis also includes the relative frequencies of deficits, e.g. when the company does not meet the solvency requirements or when the accumulated policy value does not cover the guaranteed value.

The model used for bond rates is a discrete-time Markov chain. An advantage is that the transition probabilities are easy to estimate using the arithmetic mean as an estimator. The estimates are based on data from Riksbanken (Sweden's central bank).

The thesis focuses on how the share proportion of total assets should be chosen to avoid negative outcomes. One conspicuous result is that initial bonus makes it possible to choose a larger proportion of shares.

Förord

Detta examensarbete motsvarar 30 högskolepoäng och utgör en del av min masterexamen i försäkringsmatematik vid Matematiska institutionen på Stockholms universitet.

Examensarbetet har utförts på Finansinspektionens avdelning för Marknadstillsyn. Jag vill särskilt tacka min handledare på Finansinspektionen Björn Palmgren för all hjälp med arbetet.

Jag passar också på att tacka Bengt von Bahr, Tomas Flodén, Josef Pålsson-Stråe och Göran Ronge på Finansinspektionen för givande och intressanta synpunkter och diskussioner.

Slutligen vill jag tacka Mikael Andersson, min handledare på Matematiska institutionen, för värdefulla kommentarer och råd under arbetes gång samt hjälp med krångliga saker i MATLAB.

Innehåll

1 Introduktion

> ”Det är inte ovanligt att så mycket som en fjärdedel eller mer av den slutliga pensionen utgörs av tilläggsbelopp som grundas på överskott. Det har därför stor betydelse hur bolaget fördelar sitt överskott till kunderna.”
> FI:s rapport *2008:15, Fördelning av överskott i traditionell livförsäkring*

Så skriver Finansinspektionen (FI) i sin rapport 2008:15 och säger att det därför är viktigt att följa upp hur försäkringsbolagen fördelar sitt eventuella överskott som återbäring till försäkringstagarna. I rapporten meddelar FI också att de kommer att skärpa tillsynen när det gäller överskottshantering i ömsesidigt verkande försäkringsbolag som bedriver traditionell livförsäkring. FI vill undersöka hur väl dessa försäkringsbolag följer **kontributionsprincipen**[1].

Detta examensarbete kan ses som ett första steg till att försöka bygga modeller som beskriver hur överskott i ett försäkringsbolag uppstår och fördelas. Dessa modeller använder vi för att simulera och analysera hur enkla konstruerade bestånd av försäkringar i ett fiktivt försäkringsbolag utvecklas finansiellt. Analysen omfattar även test av när underskott uppstår. Exempel på sådana situationer är fall när bolaget inte uppfyller solvenskraven eller **pensionskapitalet** inte räcker till den garanterade förmånen.

Beräkningarna och simuleringarna, som görs i MATLAB och Excel, visar att utfallen kan växla på ett dramatiskt sätt.

[1] Fet stil markerar den första förekomsten av ett ord som förklaras i ordlistan i slutet av denna rapport.

2 Modell för tillgångar

Överskottet beror främst på hur tillgångarnas värde utvecklas. Två tillgångsslag, aktier och statsobligationer, utgör tillgångarna i försäkringsbolaget. Vi antar att tillgångsslagen utvecklas oberoende av varandra och de är därmed okorrelerade. Dessa tillgångar uppkommer främst genom att premier betalas in och placeras efter en i förväg bestämd fördelning mellan aktier och obligationer. Vid början av varje år korrigeras tillgångarna så att fördelningen mellan tillgångsslagen är oförändrade.

2.1 Aktiemodellen

För att vid varje tidpunkt *t* kunna beräkna aktietillgångarnas värde $S(t)$, simulerar vi utvecklingen av ett aktieindex, nedan betecknat $X(t)$. Vi antar att aktieindex utvecklas över tiden enligt en *geometrisk brownsk rörelse*. Detta är en känd modell för aktiekursutveckling (se Ross (2003, avsnitt 10.3.2) och Capiński & Zastawniak (2003, avsnitt 3.3.2)) som är lätt att simulera. Vi får

$$X(t) = X(0)\exp\left(\mu t + \sigma B(t)\right)$$

där
$B(t)$ = standardiserad brownsk rörelse (*SBR*), speciellt är $B(t)$ normalfördelad $N(0,t)$
μ = driftparameter beräknad på årsbasis
σ = volatilitetsparameter beräknad på årsbasis.

För att kunna uppskatta värden på μ och σ använder vi statistik över dagskurserna vid stängning av aktieindexet, **OMXS30**, för perioden 2006-09-01 – 2007-08-31. Härledning av estimatorer för μ och σ redovisas i Appendix A.1.1.

Vi använder statistik för denna period och några alternativa perioder. I Tabell 1 visas de skattningar av μ och σ vi får. Som vi kan se är det ganska stor variation på $\hat{\mu}$ för de olika perioderna medan $\hat{\sigma}$ är relativt stabil.

För detaljer om simulering av aktieindex $X(t)$ hänvisar vi till Appendix A.2.1.

Värdet av aktietillgångarna $S(t)$ vid tidpunkten *t* får vi genom att

- multiplicera aktiernas värde ett år tidigare $S(t\text{-}1)$ med kvoten mellan aktieindex vid årets slut och årets början, $X(t)/X(t\text{-}1)$, och
- därefter justera för att $S(t)$ åter ska uppgå till vald fördelning av de totala tillgångarna $T(t)$.

Om andelen aktier vid årets slut är *mindre* än den i förväg bestämda andelen består justeringen i att köpa ytterligare aktier. Pengar för det får vi genom att sälja så många obligationer som behövs för att återställa den valda fördelningen.

Om andelen aktier vid årets slut är *större* än den bestämda andelen, säljer vi istället så mycket aktier som behövs för att återställa fördelningen och köper obligationer för pengarna.

Tabell 1. Skattningar av μ och σ för olika tidsperioder baserade på statistik över dagskurserna vid stängning av aktieindexet OMXS30.

Period	Tid i år och mån	Antal handelsdagar	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
2006-09-01 – 2007-08-31	1 år	252	0,20	0,18
2007-02-01 – 2008-01-31	1 år	250	– 0,23	0,23
2006-09-01 – 2008-01-31	1 år + 5 mån	356	– 0,04	0,21
2004-01-01 – 2007-12-31	4 år	1007	0,13	0,17

Denna justering av tillgångarna beskrivs närmare i Appendix B.4.

Förväntad årlig uppräkning med aktieindexkvot
För den geometriska brownska rörelsen gäller att väntevärdet för aktieindex vid tiden $t > s$ betingat $X(u)$, $0 \le u \le s$ är (se (10.8) i Ross (2003, avsnitt 10.3.2))

$$\mathrm{E}[X(t)|X(u),\ 0 \le u \le s] = X(s)\exp((t-s)(\mu+\sigma^2/2)) = \mathrm{E}[X(t)|X(s)]$$

Därför får vi förväntad årlig uppräkning med aktieindexkvoten som

$$\mathrm{E}\left[\frac{X(t)}{X(t-1)} \mid X(t-1)\right] = \frac{X(t-1)}{X(t-1)}\exp((t-(t-1))(\mu+\sigma^2/2)) = \exp(\mu+\sigma^2/2) \qquad (1)$$

Om förväntad årlig avkastning på aktieindex är z % så är $\mathrm{E}\left[\frac{X(t)}{X(t-1)} \mid X(t-1)\right] = 1 + z/100$.

Givet σ kan vi därför skatta μ ur sambandet $1 + z/100 = \exp(\mu + \sigma^2/2)$, dvs. $\mu = \ln(1 + z/100) - \sigma^2/2$.

2.2 Obligationsmodellen

För att vid varje tidpunkt t kunna beräkna obligationstillgångarnas värde $A(t)$, använder vi en modell för utvecklingen av marknadsräntan för obligationer.

Vårt försäkringsbolag tar bara emot engångspremier vid början av en femårsperiod och betalar ut alla försäkringsersättningar vid periodens slut, jämför beskrivningen av beståndet i Avsnitt 4.1. Därför kan **nollkupongsobligationer** vara en lämplig, matchande placering av våra tillgångar.

Vi väljer därför att bara investera i nollkupongsobligationer. Vi behöver formler för sambandet mellan priset på en nollkupongsobligation och marknadsräntan. Värdet vid tiden t av en enhetsobligation, dvs. en obligation som vid tiden T inlöses med en krona, betecknar vi med $B(t,T)$[2].

Då är $B(t,T) = e^{-(T-t)Y(t,T)}$ där $Y(t,T)$ betecknar marknadsräntan vid tiden t för en nollkupongsobligation som löses in vid tiden T. Speciellt är $B(0,T) = e^{-T\cdot Y(0,T)}$.

[2] Beteckningarna för obligationspriser m.m. ansluter till Capiński & Zastawniak (2003).

I våra exempel gör vi en förenkling och antar att marknadsräntan vid värderingen av obligationerna är löptidsoberoende, dvs. marknaden värderar alla obligationer efter samma ränta oavsett återstående löptid. I fortsättningen betecknar vi därför marknadsräntan med $Y(t)$.

Om vi investerar i obligationer för $A(0)$ kr vid tiden $t = 0$ får vi $M(0)$ enhetsobligationer där

$$M(0) = \frac{A(0)}{B(0,T)} = A(0)\, e^{T \cdot Y(0)}.$$

Värdet vid tiden t av denna investering ges av

$$A(t) = \frac{A(0)}{B(0,T)} B(t,T) = M(0) B(t,T).$$

Som vi tidigare nämnt i avsnittet om aktiemodellen kan antalet obligationer komma att ändras på grund av justeringen som behöver göras av tillgångsportföljen. Vid tidpunkten t är investeringen då värd

$$A(t) = M(t) B(t,T)$$

där $M(t)$ betecknar totala antalet enhetsobligationer vid t:

$$M(t) = M(0) + \sum_{s=1}^{t} \frac{D(s)}{B(s,T)}$$

och $D(s)$ är justeringsbeloppet vid $t = s$.

Modellen för marknadsräntan $Y(t)$ beskrivs närmare i följande avsnitt.

2.2.1 En Markovkedjemodell för marknadsräntan

Vi beskriver marknadsräntan som en stokastisk process $Y(t)$ med diskret tid. I fortsättningen betecknar vi därför tiden med n. Som stokastisk process väljer vi en Markovkedja med diskreta tidssteg

$$\{Y(n),\ n = 0, 1, 2, \ldots\}$$

och tillståndsrum $H = \{E_1, E_2, \ldots, E_K\}$ av numrerade ränteintervall.

Markovkedjan antas vara tidshomogen, dvs. övergångssannolikheterna förändras inte med tiden. Övergångsmatrisen $P = [p_{ij}]$ består då av övergångssannolikheterna

$$p_{ij} = \Pr\big(Y(n+1) = E_j \mid Y(n) = E_i\big),\ n = 0, 1, 2, \ldots$$

dvs. p_{ij} är sannolikheten för att marknadsräntan under ett tidssteg går från tillstånd nummer i till tillstånd nummer j.

Tidssteget

Tidsstegets längd skulle kunna vara en dag såsom i vår aktiemodell men för att förenkla väljer vi *månadssteg*. Denna förenkling är betydande eftersom det är naturligt att betrakta marknadsräntans utveckling över flera år i rad. I våra exempel analyserar vi bara tillståndet i försäkringsbolaget vid årsskiften. Det betyder att vi endast behöver modellera marknadsräntan var tolfte månad vilket kan göras med hjälp av övergångsmatrisen för årssteg P^{12}, dvs. tolftepotensen av P. En mer detaljerad modellering med analys i halvårssteg skulle kräva att vi använder matrisen P^6. Om vi istället skulle använda dagssteg är det troligt att beräkningarna skulle bli onödigt tunga för våra exempel.

Tillståndsrummet

Eftersom marknadsräntan är en kontinuerlig variabel måste den grupperas i diskreta delintervall för att passa vår Markovmodell. I våra exempel består tillstånden av intervall. Till ett visst intervall hör alla de räntevärden som ger samma värde då de avrundas till närmsta kvartsprocent. Exempelvis hör räntor i det halvöppna intervallet [2,625; 2,875) till tillståndet E_2 = ”2,75”. Vårt underlag är räntestatistik från Riksbanken för den femåriga kupongbärande statsobligationen **SE GVB 5Y** under perioden januari 2003 till februari 2008. Det ger tillstånden ”2,5”, ”2,75”, …, ”4,5”.

Det naturliga skulle ha varit att använda räntestatistik för nollkupongsobligationer men vi har inte haft tillgång till lämplig sådan statistik.

Riksbankens statistik kan bland annat fås som månadsgenomsnitt eller värdet den sista valutadagen i månaden (ultimo). Vi väljer månadsgenomsnittet eftersom detta ger stabilare värden än ultimostatistik.

Skattning av övergångssannolikheter

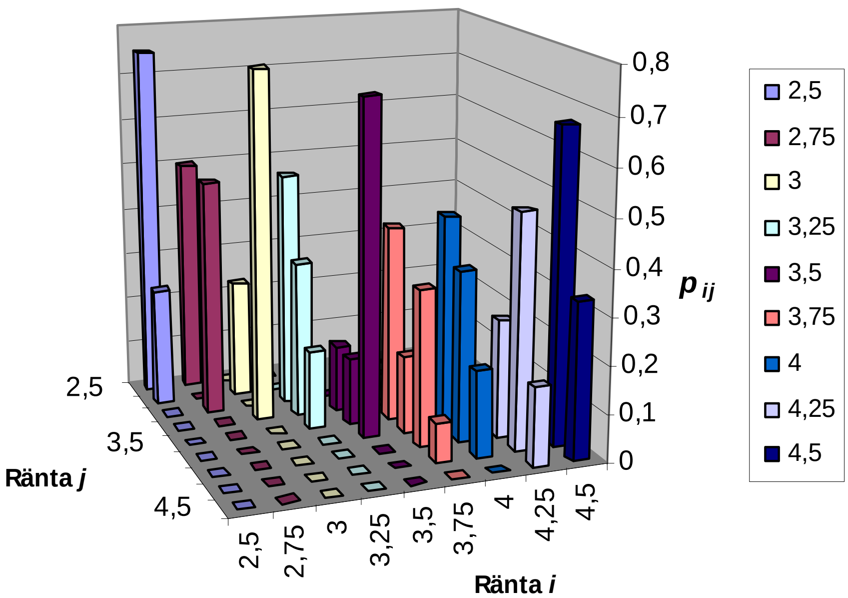
Övergångssannolikheterna p_{ij} skattas med relativa frekvenser ur materialet. I vårt fall skattas till exempel $p_{12} = \Pr\left(Y(n+1) = "2{,}75" \mid Y(n) = "2{,}5"\right)$ med 1/4 där 1 är antal övergångar från ”2,5” till ”2,75” och 4 är totala antalet övergångstillfällen som utgår från tillståndet ”2,5”. Vi skattar $p_{11} = \Pr\left(Y(n+1) = "2{,}5" \mid Y(n) = "2{,}5"\right)$ med 3/4 där 3 är antalet övergångstillfällen då man är kvar i tillståndet ”2,5”. Tabell 2 visar antalet övergångar för den valda perioden.

Resultatet blir en relativt gles övergångsmatris P eftersom genomsnittliga månadsräntan normalt inte ändras mycket månad från månad. I den valda femårsperioden saknas större månadsförändringar än en halv procentenhet (50 räntepunkter).

Figur 1 visar den skattade övergångsmatrisen P. Staplarna visar övergångssannolikheterna p_{ij}, dvs. sannolikheten att under en månad gå från ränta i till ränta j.

Tabell 2. Antalet övergångar från ränta *i* till ränta *j* för statsobligationen SE GVB 5Y under perioden januari 2003 till februari 2008.

E_j \ E_i	2,5	2,75	3	3,25	3,5	3,75	4	4,25	4,5	Summa
2,5	3	1	0	0	0	0	0	0	0	**4**
2,75	1	0	1	0	0	0	0	0	0	**2**
3	0	1	0	3	0	0	0	0	0	**4**
3,25	0	0	3	2	1	0	0	0	0	**6**
3,5	0	0	0	1	1	5	0	0	0	**7**
3,75	0	0	0	0	5	2	4	1	0	**12**
4	0	0	0	0	0	5	4	2	0	**11**
4,25	0	0	0	0	0	1	3	6	2	**12**
4,5	0	0	0	0	0	0	0	2	1	**3**
										Total: 61



Figur 1. Den skattade övergångsmatrisen *P*. Staplarna visar övergångssannolikheterna p_{ij}, dvs. sannolikheten att under en månad gå från ränta *i* till ränta *j*.

Övergångsmatrisen för årssteg P^{12}

Vi behöver övergångsmatrisen för årssteg i våra analysexempel, dvs. sannolikheterna för att efter 12 steg (= ett år) komma från en ränta till en annan. Övergångsmatrisen blir då tolftepotensen av den ursprungliga P, dvs. P^{12}. Med insättning av vår skattning av P får vi P^{12} som i Tabell 3 där värdena är avrundade till tre decimaler för överskådlighetens skull. Varje rad i P^{12} är en betingad sannolikhetsfördelning vilket medför att varje radsumma är lika med 1. En alternativ bild på P^{12} visas i Figur 2.

Vi kan observera att till skillnad mot P kan vi enligt P^{12} nå alla tillstånd från varje tillstånd i ett steg, men med steglängden ett år. En annan observation gällande P^{12} är att det finns en tendens hos räntan att närma sig de räntetillstånd som ligger i mitten av tillståndsrummet. Jämför Tabell 4 där vi ser denna tendens i väntevärdena. De lägsta räntorna i den studerade perioden har dock en relativt stor sannolikhet att förbli låga efter ett år, enligt Tabell 3.

Förväntad marknadsränta

Väntevärdet av marknadsräntan om 12 månader betingat en viss ränta i idag fås genom

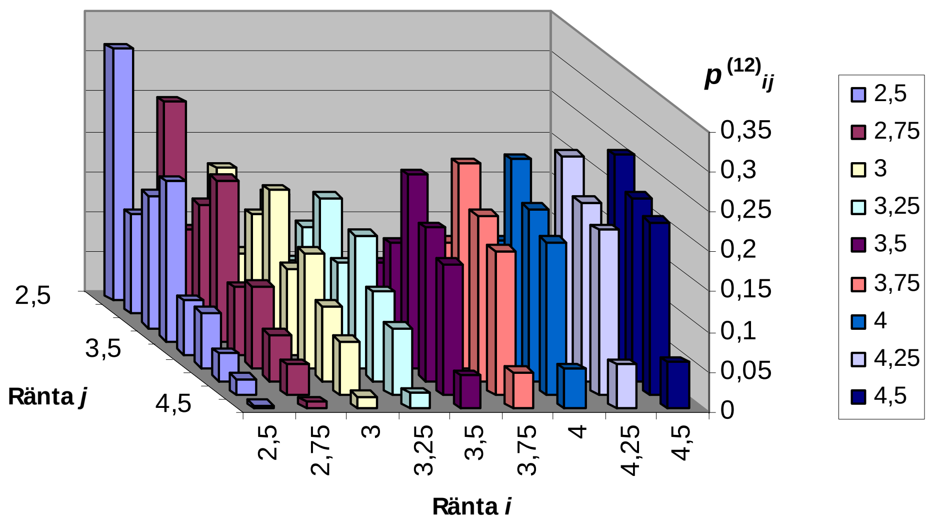
$$\mathrm{E}[Y(t+1) \mid Y(t) = E_i] = \sum_j p_{ij}^{(12)} \cdot \textit{ränta } j$$

där *ränta j* = mittpunkten i intervallet E_j.

Med den räntestatistik vi har får vi betingade väntevärden för varje ränta i enligt Tabell 4.

Tabell 3. Den skattade övergångsmatrisen P^{12} som innehåller övergångssannolikheterna för att under ett år gå från ränta *i* till ränta *j*.

E_i \ E_j	2,5	2,75	3	3,25	3,5	3,75	4	4,25	4,5
2,5	0,315	0,125	0,165	0,200	0,068	0,070	0,035	0,020	0,003
2,75	0,249	0,106	0,154	0,201	0,084	0,102	0,059	0,038	0,008
3	0,165	0,077	0,142	0,189	0,108	0,144	0,095	0,067	0,014
3,25	0,133	0,067	0,126	0,179	0,115	0,166	0,113	0,083	0,019
3,5	0,039	0,024	0,062	0,098	0,139	0,242	0,193	0,164	0,041
3,75	0,023	0,017	0,048	0,083	0,141	0,255	0,207	0,180	0,045
4	0,015	0,013	0,041	0,072	0,142	0,261	0,216	0,191	0,049
4,25	0,009	0,009	0,032	0,060	0,140	0,265	0,224	0,207	0,054
4,5	0,006	0,007	0,027	0,054	0,139	0,266	0,229	0,216	0,057



Figur 2. Den skattade övergångsmatrisen P^{12}. Staplarna visar övergångssannolikheterna $p^{(12)}_{ij}$, dvs. sannolikheten att under ett år gå från ränta *i* till ränta *j*.

Tabell 4. Väntevärdet för räntan om 12 månader betingat ränta *i*. Tabellen visar även den procentuella förändringen mellan förväntad ränta och ränta *i*. Baseras på räntestatistik från Riksbanken för statsobligationen SE GVB 5Y under perioden januari 2003 till februari 2008.

Ränta *i*	**Väntevärde för räntan om 12 mån betingat ränta *i***	**Procentuell förändring**
2,5	3,0122	20,5
2,75	3,1348	14,0
3	3,3066	10,2
3,25	3,3875	4,2
3,5	3,7079	5,9
3,75	3,7673	0,5
4	3,8024	– 4,9
4,25	3,8406	– 9,6
4,5	3,8615	– 14,2

3 Beslutsmodell och framskrivningsmetod

3.1 Omvärldsfaktorer och påverkbara faktorer

I Kapitel 2 beskriver vi modeller för hur aktier och obligationer utvecklas. Detta är omvärldsfaktorer som bolaget inte har kontroll över. Det enda bolaget kan styra är fördelningen mellan aktier och obligationer. När det gäller försäkringsrörelsen har bolaget större valmöjligheter att påverka och besluta.

Viktiga faktorer som bolaget kan fatta beslut om är

- antaganden för beräkning av premier och garanterade förmåner
- fördelning och utjämning av överskott/återbäring
- reallokering (reduktion av preliminärt fördelad återbäring)
- avdrag för skatt och driftskostnader
- mål för kollektiv konsolidering
- mål för solvensen.

3.2 Beslutskriterier

När ett bolag ska fatta beslut kan man tänka sig att det till sin ledning har ett antal beslutskriterier. De bör vara uppfyllda för att ett beslut ska anses vara acceptabelt.

I vårt fall bestämmer vi oss för en enkel beslutsmodell där vi huvudsakligen använder ett beslutskriterium men vi studerar också effekten på ett par andra kriterier. Vi ställer krav på att andelen oacceptabla utfall inte får överstiga en viss nivå. Med oacceptabla utfall menar vi

1. pensionskapitalet räcker inte till garanterat belopp
2. solvenskravet är inte uppfyllt
3. tillgångarna är mindre än skulden till försäkringstagarna.

Kriterierna förklaras närmare i Avsnitt 4.2. Det gemensamma syftet är att bolaget ska kunna stå för sina garantier.

I de flesta analyserade exemplen låter vi nivån i kriterium 1 vara ca 1 %, dvs. av exempelvis 10 000 simuleringar tillåts högst 100 oacceptabla utfall. Vi använder oftast inte kriterierna 2 och 3 som beslutskriterier utan mest för att få kompletterande information. Valet av kriterienivån 1 % kan jämföras med ruinsannolikheten i förslaget till regelverk för försäkringsbolag, **Solvens 2.** Där diskuterar EU-kommissionen en ruinsannolikhet under ett år som är högst 0,5 %. I våra exempel studerar vi en femårsperiod och tillåter därför en högre andel oacceptabla utfall än 0,5 %.

3.3 Framskrivningsmetod

Det grundläggande begreppet när det gäller att hålla reda på försäkringens totala värde och hantera fördelning av överskott är pensionskapitalet eller med en aktuariell term **retrospektivreserven**.

Retrospektivreserven kan liknas vid ett konto som ökar med inbetalda premier, avkastning och eventuella **arvsvinster** och minskar med avgifter för driftskostnader, skatt, eventuella utbetalningar och uttag för **riskpremier**. Retrospektivreserven betecknar vi med $V^*(t)$ och dess förändring över tiden kallar vi framskrivning.

För engångsbetalda försäkringar utan **risksumma** kan framskrivning av $V^*(t)$ över en period $(t, t+\Delta t]$ av längd Δt exempelvis göras enligt följande formel, som är en anpassning av framskrivningsformeln beskriven i von Bahr & Blom (2004, avsnitt 3.3)

$$V^*(t+\Delta t) = V^*(t)\big(1 + R(t)\Delta t\big) - U(t) - \varepsilon_{DKO}$$

där
t = tid uttryckt i år
$R(t)$ = återbäringsräntan uttryckt som årsräntefot under perioden
$V^*(t)$ = värdet av retrospektivreserven vid t
$U(t)$ = utbetalning vid periodens slut
ε_{DKO} = avdrag vid periodens slut för driftskostnader

På grund av att vi fokuserar på kapitalförvaltningen och överskottsfördelningen antar vi i våra exempel att risksumman är lika med noll. Därför använder vi ovanstående förenklade framskrivningsekvation som inte tar hänsyn till dödlighet.

3.4 Bestämning av återbäringsräntan

Vi väljer att bestämma återbäringsräntan $R(t)$ för ett kalenderår vid årets början. Återbäringsräntan bör ligga nära försäkringsbolagets faktiska totalavkastning, men totalavkastningen för kalenderåret är inte känd vid årets början. Man kan tänka sig att bolaget gör en skattning $r(t)$ av förväntad totalavkastning, jämför Alm, Andersson, von Bahr & Martin-Löf (2006) avsnitt 1.3.2. Ekvationen för bestämning av återbäringsräntan för intervallet $(t, t + 1]$ blir då

$$R(t) = r(t) \qquad (2)$$

Exempel på hur skattningen av $r(t)$ kan göras beskriver vi närmare i Avsnitt 3.5.

Bortsett från det första året för ett nystartat bolag kommer det gångna årets totalavkastning vara känd och det är då möjligt att korrigera för att bolaget fördelat ut för mycket eller för lite återbäring det gångna året. Ett sätt att mäta detta är att jämföra faktisk återbäringsallokering med målet för denna allokering. Målet kan uttryckas med hjälp av målet KN_m för nivån på kollektiv konsolidering, se Appendix B.2. Kollektiv konsolideringsnivå definieras som kvoten mellan fördelningsbara tillgångar $T(t)$ och summan av retrospektivreserverna $\sum V^*(t)$. Fördelningsbara tillgångar är normalt totala tillgångar minus vissa poster som normalt inte ska allokeras som återbäring, exempelvis eget aktiekapital.

För att nå målet kompletteras därför vanligen ekvationen för återbäringsräntan (2) med en korrektionsterm enligt följande:

$$R(t) = r(t) + \frac{T(t)}{\sum V^*(t)} - KN_m \qquad (3)$$

På grund av att denna ”verklighetsbaserade” korrektionsterm kan fluktuera mycket görs vanligen inte hela korrektionen vid ett enda tillfälle. Vanligare är att korrektionen och därmed även återbäringsräntan utjämnas över tiden. Utjämningen görs genom att vi kompletterar (3) med en dämpningsfaktor λ.

$$R(t) = r(t) + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{T(t)}{\sum V^*(t)} - KN_m\right) \tag{4}$$

Om exempelvis $\lambda = 3$ betyder detta att endast en tredjedel av korrektionen görs. Det medför att målet för kollektiva konsolideringen skulle nås först efter ca tre år under stabila förhållanden i övrigt. Vid ihållande trender för den verkliga totalavkastningen kan bolaget behöva komplettera med åtgärden att göra en **engångsallokering** eller vid negativ trend, en **engångsreallokering**.

Slutligen kan man komplettera (4) med en faktor $1-\alpha$ som motsvarar avdrag för driftskostnader och avkastningsskatt. Vi får då

$$R(t) = (1-\alpha)\left(r(t) + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{T(t)}{\sum V^*(t)} - KN_m\right)\right) \tag{5}$$

(5) är en anpassning av modellen beskriven i von Bahr & Blom (2004, avsnitt 2.2).

3.5 Förväntad totalavkastning

Att använda förväntad totalavkastning vid beräkning av återbäringsräntan kan verka rimligt med tanke på att en rationell finansavdelning på ett försäkringsbolag borde hålla sig till den ekonomiska modell man har bestämt sig för. Det betyder att bolaget räknar med att aktiemarknaden och räntemarknaden i förväntan utvecklas enligt den ekonomiska modellen på ett visst sätt under kommande period.

För att beräkna förväntad totalavkastning för kommande år, $r(t)$, använder vi en modell som väger samman förväntad årlig aktieindexutveckling (se Appendix A.1.3) och förväntad marknadsränta för obligationer (se slutet av Avsnitt 2.2.1).

Om aktuell marknadsränta till exempel är 4,0 % så blir enligt Tabell 4 i Avsnitt 2.2.1 den förväntade marknadsräntan cirka 3,8 %. Vid en förväntad aktieindexutveckling på 10 % och en förväntad marknadsränta på 3,8 % blir alltså den förväntade totalavkastningen för kommande år

$$r(t) = Sf \cdot 0{,}100 + Af \cdot 0{,}038$$

där Sf och Af betecknar andel aktier respektive andel obligationer enligt vald placeringsinriktning på tillgångarna.

4 Analyserade exempel

4.1 Beståndet

Vi antar att försäkringstiden är fem år. Beståndet består av försäkringar av samma typ, nämligen ett slags sparandeförsäkring med engångspremie och engångsutbetalning vid försäkringstidens slut, oavsett om den försäkrade lever då eller inte. Försäkringen är av karaktären rent sparande och risksumman är därför alltid 0. Valet av försäkring motiveras av att vi är intresserade av kapitalförvaltningens effekt på fördelning av eventuellt överskott och på risken för underskott.

Försäkringen är traditionellt förvaltad, dvs. bolaget väljer placeringsinriktning och tillämpar en utjämnad återbäringsteknik. Den återbäring som eventuellt uppstår är inte garanterad.

Vi analyserar ett bestånd i taget och detta bestånd beskrivs med en viss uppsättning av parametrar. Antalet försäkringar simuleras inte, eftersom inga försäkringar tillkommer eller försvinner under försäkringsperioden. Vi tänker oss därför att beståndet består av en enda försäkring.

Det är mer komplicerat att simultant analysera flera delbestånd med olika förutsättningar. Men vi kan ändå dra slutsatser om till exempel överskottshantering och förlusttäckning för parallella delbestånd genom att betrakta ett bestånd i taget.

Vi räknar också med att ett bestånd kan ha återbäring med sig in i bolaget, till exempel genom flytt från ett annat bolag.

4.2 Kriterierna

Enligt Avsnitt 3.2 menar vi med oacceptabla utfall att

1. pensionskapitalet inte räcker till garanterat belopp
2. solvenskravet inte är uppfyllt
3. tillgångarna är mindre än skulden till försäkringstagarna.

I våra analyserade exempel behöver vi specificera kriterierna för oacceptabla utfall.

4.2.1 Kriterium 1: Andel fall med otillräckligt pensionskapital

Vi vill bland annat studera situationer då retrospektivreserven är otillräcklig. Speciellt gäller detta i slutet av perioden då bolaget ska betala ut det avtalade beloppet till beståndet.

Vi beräknar andelen fall då retrospektivreservens värde $V^*(5)$ dvs. i slutet av perioden, är mindre än det garanterade beloppet. Detta är i vårt fall lika med det tekniska återköpsvärdet sista året, $TK(5)$. Den högsta tillåtna gränsen för andelen fall när $V^*(5)$ är mindre än $TK(5)$ sätts till en procent, dvs. på 10 000 simuleringar tillåter vi högst 100 negativa avvikelser mellan $V^*(5)$ och $TK(5)$. Kriteriet är således

$V^*(5) - TK(5) < 0$ i högst 1 % av simuleringarna.

4.2.2 Kriterium 2: Andel fall när solvenskravet inte är uppfyllt

Vi beräknar andelen fall när bolaget bryter mot gällande EU-solvenskrav, dvs. i hur många fall är värdet av tillgångarna $T(t)$ mindre än 104 % av skulden till försäkringstagarna, dvs. försäkringstekniska avsättningar, $FTA(t)$. I våra analyserade exempel nöjer vi oss med att betrakta sista året dvs. vi får

$$T(5) - 1{,}04 * FTA(5) < 0$$

där $FTA(5)$ liksom $TK(5)$ är lika med det garanterade beloppet. För vissa exempel sätter vi gränsen för kriterium 2 till 1 % för parameterbeslut. I övriga fall vid beslut om parametrar används endast kriterium 1.

4.2.3 Kriterium 3: Andel fall när tillgångarna är mindre än skulden till försäkringstagarna

Slutligen undersöker vi i hur stor utsträckning som bolaget går i konkurs. Vi definierar konkurs som att tillgångarna är mindre än 100 % av skulden till försäkringstagarna. Detta kriterium avser sista året och används endast som kompletterande information. Vi har alltså ingen kritisk gräns för detta kriterium, utan vi låter 1 % - gränsen i kriterium 1, eller i ett par fall kriterium 2, vara avgörande vid parameterbeslut. Kriteriet blir

$$T(5) - FTA(5) < 0$$

Beräkningar av det tekniska återköpsvärdet och *FTA* redovisas i Appendix B.3.

4.3 Frågorna

I analysen ställer vi oss främst följande fyra frågor.

1. Hur stor andel av tillgångarna kan utgöras av aktier (*Sf*) respektive obligationer (*Af*) för ett bestånd, där vi
   a. antingen använder det högre ränteavdraget (2,00 procentenheter) (se Appendix B.3.1) vid beräkning av avtalat belopp
   b. eller det lägre ränteavdraget (1,75 procentenheter) vid beräkning av avtalat belopp?

   Avgörande för beslut i fråga 1 är oftast kriterium 1 men i ett par fall kriterium 2.

2. Givet nivå på *Sf* bestämd enligt fråga 1a (med det högre ränteavdraget), hur stor blir andelen oacceptabla fall under kriterium 1, för ett bestånd där vi räknar med det lägre ränteavdraget på 1,75 procentenheter?

3. Hur stort skulle ränteavdraget behöva vara om vi ökar aktieandelen *Sf* med 5 procentenheter, utgående från nivån på *Sf* bestämd enligt fråga 1a? Vi använder beslutskriterium 1 för denna fråga.

4. Vad blir andelen oacceptabla fall på alla tre kriterierna för bestånd som inte har någon initial återbäring ($V0 = 0$), givet att *Sf* är bestämt enligt kriterium 2 för ett bestånd som har initial återbäring med sig ($V0 = 300$)? I övrigt är bestånden lika.

Tabell 5. Scenariobeskrivningar av förväntad årlig förändring av aktieindex. Används i simuleringarna för de analyserade exemplen.

Scenario	Förväntad årlig förändring av aktieindex	Volatilitet	Marknadens karaktär
1	10 %	0,17	Stark och mindre volatil
2	6 %	0,23	Svag och mer volatil
3	10 %	0,23	Stark och mer volatil
4	6 %	0,17	Svag och mindre volatil

4.4 Scenarier

Som utgångspunkt för simuleringarna har vi fyra olika scenarier rörande förväntad årlig förändring och volatilitet för aktieindex, se Tabell 5. För detaljer hänvisas till Appendix A.1.3.

4.5 Beståndsparametrar

I simuleringarna används ett antal parametrar där vissa alltid hålls konstanta oavsett vilken typ av bestånd som simuleras medan andra parametrar tillåts variera. Antalet simuleringar är 10 000. Nedan ges en beskrivning av parametrar som används.

Beteckning	Kommentar	Hålls konstant	Tillåts variera
Avk	Förväntad årlig förändring av aktieindex		6 eller 10 %
$X(0)$	Värdet av aktieindex vid $t = 0$	1 kr	
Vol	Volatilitet för aktieindex		0,17 eller 0,23
Sf	Andel aktier i tillgångsportföljen		Ja, beror på minsta tillåtna gräns för andelen oacceptabla fall
Af	Andel obligationer i tillgångsportföljen		Ja, beror på *Sf* ($Af = 1 - Sf$)
E	Engångspremie	1000 kr	
V0	Initial återbäring		0 eller 300 kr
SM	Initial solvensmarginal. Läggs till tillgångarna vid starten av bolaget.	6 %	
λ	Dämpningsfaktor vid beräkning av återbäringsräntan	3	
KN_m	Målkonsolidering	105 %	
ränta0	Startränta för marknadsräntan. Används i R1 som förväntad ränta vid $t = 0$	3,75 %	
$1-\alpha = 1 - (D + SK)$	Korrektionsfaktor för skatt och driftskostnader (används vid årsskiften på tillgångarna, antal obligationer och återbäringsräntan)	0,99	
D	Årligt avdrag för driftskostnader	0,4 %	
SK	Årligt avdrag för avkastningsskatt, baserat på skattesatsen 15 %	0,6 % (= 15 % * ränta0 = 0,15*3,75)	
R1	Återbäringsränta under första året korrigerad för skatt och driftskostnader med faktorn $1-\alpha$		Ja, enligt formeln $(1-\alpha)\cdot(Sf \cdot \text{avk} + Af \cdot 0.01 \cdot \text{ränta0})$

premieränteavdrag (p-avd)	Avdrag från ränta0 vid bestämning av premieräntan (används vid beräkning av tekniskt återköpsvärde och avtalat belopp)		1,75 eller 2,0 procentenheter
Driftskostnadsavdrag *FTA*	Avdrag för driftskostnader på den ränta som används vid diskontering av *FTA*	0,5 procent-enheter	
Tillägg på marknadsräntan vid diskontering av *FTA*	Det högre tillägget används då vi bestämmer att ett bestånd ska ha det lägre premieränteavdraget på 1,75. Tillägget baseras på att swapräntan ligger något högre än marknadsräntan.		Kan vara 0 eller 0,3 procentenheter beroende på val av premieränteavdrag.

5 Resultat: Hur klarar sig bolaget

I praktiken skulle en del exempel med extremt hög andel aktier innebära brott mot placeringsreglerna men våra exempel visar bara vad som skulle vara maximalt möjligt under givna förutsättningar.

Vi kommenterar de viktigaste aspekterna för några fall, som vägledning för den som vill analysera resultattabellerna i Appendix C.

För vissa av exemplen beräknar vi i hur många fall av 10 000 som ett bestånd skulle hamna under respektive över en viss nivå på kollektiv konsolidering.

Aktieandelens (*Sf*) storlek i tabellerna i Appendix C är avrundad till hela procent, därav skillnaden mellan utfallen i kriterierna med till synes samma aktieandel, se till exempel Nr 7 och 12 under Fråga 1 i Appendix C.

Fråga 1
Genomgående kan sägas att det inte spelar så stor roll för nivån på aktieandelen om premieavdraget är 2,00 eller 1,75 procentenheter. I det gynnsammaste scenariot (scenario 1) skulle bolaget kunna ha en aktieandel på 20 % för ett bestånd utan initial återbäring ($V0 = 0$) och med det betryggande premieavdraget (2,00), bestämt med nivån 1 % på kriterium 1. Om beslutet om aktieandelens storlek istället bestäms med 1 % -nivån på kriterium 2, kan andelen aktier uppgå till 12 %. Under det värsta scenariot (scenario 2) kan motsvarande aktieandelar bara uppgå till 7 % (Nr 7 och 12).

Det som däremot spelar roll för nivån på aktieandelen är om ett bestånd har initial återbäring vid starten eller inte. Ett inflyttat bestånd som har återbäring med sig ($V0 = 300$) eller alternativt ett äldre bestånd som har varit med och byggt upp återbäring men som har fem år kvar av försäkringstiden, skulle däremot under det gynnsammaste scenariot (med högst 1 % för kriterium 2) kunna ha en aktieandel på drygt 50 % om detta är en möjlig placeringsstrategi (Nr 4). Om istället kriterium 1 skulle avgöra nivån på aktieandelen kommer vi inte ens upp i 1 % oacceptabla utfall trots 100 % aktier i tillgångarna (Nr 3). Man får dock beakta att i det sistnämnda fallet är det en stor andel fall där den kollektiva konsolideringen under det sista året ligger under 95 %. Under scenario 2 kan aktieandelen uppgå till 57 % (30 %) för motsvarande bestånd med initial återbäring med kriterium 1 (2) som beslutsregel (Nr 9 och 11).

Överlag innebär kriterium 2 ett hårdare krav på aktieandelen än kriterium 1. Förutom ett par fall under scenarierna 2 och 4 (Nr 8 och 16) där aktieandelen är väldigt låg, gäller att andelen oacceptabla utfall är högre med kriterium 1 än kriterium 2. En orsak till det relativt låga antalet oacceptabla utfall på kriterium 2 kan vara att då tillgångarna till stor del består av obligationer så matchar tillgångarnas värde och de försäkringstekniska avsättningarna varandra väl eftersom båda i stort sett förändras på samma sätt med marknadsräntan.

Fråga 2
I resultattabellen för Fråga 2 i Appendix C kan vi se att utfallen på kriterierna överlag blir sämre då vi räknar med det lägre premieavdraget. Bolaget har då ett större åtagande, dvs. det avtalade beloppet som ska betalas ut år 5 är högre och det medför större påfrestning på bolaget än då vi räknar med det högre, säkrare avdraget.

En intressant detalj i resultatet för Fråga 2 är att för ett par fall med låg aktieandel under scenarierna 2 och 4 så blir utfallet bättre med kriterium 2 än med kriterium 1 (Nr 21 och 24), medan det omvända förhållandet mellan utfallen på kriterierna gäller för motsvarande fall i Fråga 1 med det högre premieavdraget (Nr 7 och 15). Detta kan vara svårt att förutsäga på förhand och det visar på en fördel med att använda simuleringsmodeller. I praktiken innebär detta att bolaget kanske måste göra en mer fördjupad analys för att kunna avgöra vad skillnaden i utfall beror på, till exempel genom att analysera enskilda år.

Fråga 3
Resultatet av Fråga 3 för scenario 1 visar att trots att vi ökar aktieandelen med fem procentenheter behöver premieavdraget inte vara mer än 2,20 jämfört mot 2,00 procentenheter (Nr 26). Under scenario 2 måste avdraget dock uppgå till 2,54 procentenheter för att vi ska klara 1 % -nivån på kriterium 1 (Nr 27). Detta bekräftar egentligen det vi konstaterade under Fråga 1 ovan, dvs. att premieavdragets storlek inte är den mest avgörande faktorn när det gäller hur stor aktieandelen kan vara. I alla fall inte då vi väljer mellan ett avdrag på 1,75 eller 2,00 procentenheter.

Fråga 4
Som vi nämnde tidigare spelar det stor roll för aktieandelens storlek om ett bestånd har initial återbäring eller inte. Överlag visar resultatet för Fråga 4 att bolaget kan ha en aktieandel på runt 30 % och uppåt för bestånd med initial återbäring. Om vi jämför med utfallen för motsvarande bestånd utan initial återbäring men med samma aktieandel, ser vi att skillnaden är stor vad avser utfallen på kriterierna. Under till exempel scenario 2 kan ett bestånd med ett premieavdrag på 2,00 procentenheter och utan initial återbäring få nästan 30 % underskott på kriterium 2, dvs. i nästan 30 % av fallen är tillgångarna mindre än 104 % av skulden till försäkringstagarna år 5 (Nr 34).

Men trots låg andel oacceptabla utfall på kriterierna för bestånd med initial återbäring är ökad risk för dålig kollektiv konsolidering en effekt av en hög aktieandel. I praktiken måste bolaget vidta åtgärder för att försöka undvika detta.

6 Slutsatser

Modell för obligationsräntan är en Markovkedja i diskret tid. En fördel är att övergångssannolikheterna är lätta att skatta med det aritmetiska medelvärdet som estimator. Estimaten baseras på Riksbanksdata.

Trots många förenklingar ser vi att man behöver ta hänsyn till många faktorer vid modellering av bestånd och beslut.

En slutsats är att ett försäkringsbolag kan behöva anpassa sina beslut om placeringsinriktning och återbäring, exempelvis genom att ändra andelen aktier eller målet för nivån för den kollektiva konsolideringen.

Det skulle därför kunna vara intressant för bolaget att modellera ett delbestånd för att se om beståndet borde ha en särskild placeringsinriktning och val av återbäringsränta. Exempel på sådana bestånd kan vara dels inflyttad försäkring som har återbäring med sig eller gamla försäkringar som varit med och byggt upp återbäring. Helt nytecknade bestånd med samma eller andra premievillkor kan däremot behöva en annorlunda placeringsinriktning.

7 Vidareutveckling

Nedan ges en punktlista över tänkbara utvecklingsmöjligheter som jag har stött på men inte haft tid eller möjlighet att fördjupa mig i men som kan vara intressanta för fortsatt arbete.

- Tillgångsmodellerna
    - Stokastisk volatilitet i aktiemodellen
    - Variabel nivå för aktieandelen *Sf* beroende på marknadens utveckling
    - Större hänsyn till skuldtäckningsregler, i vårt fall minst 75 % obligationer för att täcka *FTA*, vid bestämning av aktieandelen *Sf*
    - Bättre durationsanpassning i räntemodellen, till exempel använda statistik för fyraåriga obligationer då det är fyra år kvar till utbetalning osv.
    - Kortare perioder än 12 månader för övergångsmatrisen, till exempel 3 eller 6 månader.

- Bestånds- och beslutsmodellerna
    - Parallell modellering av två eller flera delbestånd för att se effekter av kapitalförvaltning och återbäringsbestämning
    - Beståndet öppet för förändringar i form av in- eller utflyttning
    - Bestånd med flera generationer av försäkringar
    - Försäkringar beroende av livslängd
    - Effekter av Solvens 2
    - Modellera verkliga kostnader, till exempel initial kostnad för ett delbestånd
    - Kortare perioder mellan beslut om återbäringsräntan, till exempel 3 eller 6 månader.

Litteraturförteckning

Alm, E., Andersson, G., von Bahr, B., & Martin-Löf, A. (2006): *Livförsäkringsmatematik II*. Svenska Försäkringsföreningen.

von Bahr, B. & Blom, R. (2004): *Livförsäkringsmatematik II. Hantering av överskott.* Kompendium från Matematiska institutionen vid Stockholms universitet.

Blom, G. (1984): *Sannolikhetsteori med tillämpningar*. Studentlitteratur.

Capinski, M. & Zastawniak, T. (2003): *Mathematics for Finance. An Introduction to Financial Engineering.* Springer.

Ross, S. (2003): *Introduction to probability models*. Åttonde upplagan. Academic Press.

Ordlista

Korsreferenser i ordlistan markeras med kursiv stil.

arvsvinst är en kompensation som gäller för sådana försäkringar som upphör utan utbetalning om den försäkrade avlider före försäkringstidens slut. Istället för att gå till förmånstagare fördelas det värde på försäkringen som finns kvar vid dödsfallet mellan försäkringar som också har denna risk. Sådan fördelad arvsvinst kallas även riskintäkt.

engångsallokering/-reallokering är en engångshöjning/-sänkning av den preliminärt fördelade återbäringen.

kontributionsprincipen är den huvudprincip som gäller sedan den 1 januari 2000 för att fördela överskott till försäkringsavtalen om inte detta regleras i försäkringsvillkor eller bolagsordning. Kontributionsprincipen innebär att överskottet fördelas utgående från hur varje försäkring har bidragit till detta.

nollkupongsobligation är en obligation som inte lämnar räntor/kuponger under löptiden utan inlöses vid löptidens slut med ett engångsbelopp.

OMXS30, OMX Stockholm 30, är OMX Nordiska Börs Stockholms ledande aktieindex. Indexet är ett marknadsviktat prisindex och består av de 30 mest aktivt handlade aktierna på den Nordiska Börsen i Stockholm.

pensionskapital är ett annat namn för *retrospektivreserv* för pensionsförsäkringar.

retrospektivreserv är den aktuariella benämningen på det sammanlagda värdet av försäkringen och kan sägas bestå av två delar, garanterat värde och överskott som inte är garanterat. Andra vanliga namn är *pensionskapital*, försäkringskapital, försäkringssparande etc.

riskpremie är den avgift som tas ut löpande från försäkringen för att denna ska ge ett riskskydd till efterlevande vid dödsfall. Riskpremien påverkas av *risksummans* storlek och sannolikheten för dödsfall.

risksumma är det värde som försäkringsbolaget behöver skjuta till vid den försäkrades död för att avtalade belopp ska kunna betalas ut enligt försäkringsavtalet. Risksumman sägs vara negativ för försäkringar som ger *arvsvinst*.

SE GVB 5Y är en svensk statsobligation med fem års löptid.

Solvens 2, *eng*. Solvency II, är EU-kommissionens förslag till nya solvensregler som planeras bli beslutat under 2009 för att träda i kraft 2012.

solvensmarginalen är ett kapitalkrav som beskrivs i försäkringsrörelselagen.

Appendix A – Modeller för aktieindex och marknadsräntan

A.1 Aktieindexmodellens parametrar

A.1.1 Estimatorer

För att skatta μ och σ på årsbasis använder vi oss av statistik för Stockholmsbörsens allmänna aktieindex OMXS30. I beräkningen nedan har vi använt statistik för perioden 2006-09-01 – 2007-08-31 som totalt består av 252 handelsdagar, vilket ger 251 differenser (= antalet handelsdagar – 1).

Från en dag (t_i) till nästa (t_{i+1}) utvecklas aktieindex enligt följande:

$$X(t_{i+1}) = X(t_i)\exp\left(\frac{\mu}{251}(t_{i+1}-t_i) + \frac{\sigma}{\sqrt{251}}(B(t_{i+1}) - B(t_i))\right),\ i = 1, 2,\ldots, 251 \quad \Rightarrow$$

$$\ln\left(\frac{X(t_{i+1})}{X(t_i)}\right) = \ln X(t_{i+1}) - \ln X(t_i) = \frac{\mu}{251}(t_{i+1}-t_i) + \frac{\sigma}{\sqrt{251}}(B(t_{i+1}) - B(t_i)).$$

Låt $Y(t_i) = \ln X(t_{i+1}) - \ln X(t_i)$, $i = 1, 2,\ldots, 251$

Vi har då att

$$Y(t_i) = \frac{\mu}{251}(t_{i+1}-t_i) + \frac{\sigma}{\sqrt{251}}(B(t_{i+1}) - B(t_i)) \quad \text{och}$$

$Y(t_i)$ är normalfördelad enligt $\sim N\left(\frac{\mu}{251}(t_{i+1}-t_i), \frac{\sigma^2}{251}(t_{i+1}-t_i)\right)$ ty

$B(t_i)$ är standardiserad brownsk rörelse $\Rightarrow$ $B(t_{i+1}) - B(t_i) \sim N(0, t_{i+1}-t_i)$

vilket ger följande väntevärde och varians för $Y(t_i)$:

$$E[Y(t_i)] = E\left[\frac{\mu}{251}(t_{i+1}-t_i) + \frac{\sigma}{\sqrt{251}}(B(t_{i+1}) - B(t_i))\right] = \frac{\mu}{251}(t_{i+1}-t_i) +$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{251}} E[B(t_{i+1}) - B(t_i)] = \frac{\mu}{251}(t_{i+1}-t_i)$$

$$\mathrm{Var}[Y(t_i)] = \mathrm{Var}\left[\frac{\mu}{251}(t_{i+1}-t_i) + \frac{\sigma}{\sqrt{251}}(B(t_{i+1}) - B(t_i))\right] = \frac{\sigma^2}{251}\mathrm{Var}[B(t_{i+1}) - B(t_i)] =$$

$$= \frac{\sigma^2}{251}(t_{i+1}-t_i)$$

och om $t_{i+1} - t_i = 1$ dag får vi följaktligen att

$$Y(t_i) \sim N\left(\frac{\mu}{251}, \frac{\sigma^2}{251}\right).$$

Som estimator för μ använder vi summan av logaritmdifferenserna

$\hat{\mu} = \sum_{i=1}^{251} Y(t_i)$. Denna estimator är väntevärdesriktig ty

$$E[\hat{\mu}] = \sum_{i=1}^{251} E[Y(t_i)] = 251\left(\frac{\mu}{251}\right) = \mu.$$

För σ använder vi $\hat{\sigma} = \sqrt{251}\sqrt{\frac{1}{251-1}\left(\sum_{i=1}^{251}(Y(t_i))^2 - \frac{\hat{\mu}^2}{251}\right)}$ som estimator.

Då är $E[\hat{\sigma}^2] = 251 \cdot E\left[\frac{1}{251-1}\sum_{i=1}^{251}\left(Y(t_i) - \frac{\hat{\mu}}{251}\right)^2\right] = 251 \cdot \frac{\sigma^2}{251} = \sigma^2$.

A.1.2 Skattningar

Följande skattningar får vi med hjälp av vår statistik:

Period	Tid i år och mån	Antal handelsdagar	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
2006-09-01 – 2007-08-31	1 år	252	0,20	0,18
2007-02-01 – 2008-01-31	1 år	250	– 0,23	0,23
2006-09-01 – 2008-01-31	1 år + 5 mån	356	– 0,04	0,21
2004-01-01 – 2007-12-31	4 år	1007	0,13	0,17

A.1.3 Förväntad årlig förändring av aktieindex

Som vi påpekade i Avsnitt 2.1 är det stor variation på $\hat{\mu}$ för de olika perioderna medan $\hat{\sigma}$ är relativt stabil.

Skattningarna av μ för de olika perioderna ger väldigt extrema värden på den förväntade aktieindexavkastningen, om till exempel $\hat{\mu}$ = 0.20 och $\hat{\sigma}$ = 0.18 blir förväntad årlig avkastning på aktieindex lika med 24 %, vilket är ett väldigt högt värde och knappast realistiskt under en längre tid.

Vi väljer därför att räkna på två olika fall för förväntad årlig avkastning på aktieindex, där *fall 1* innebär att vi antar en *stark tillväxt* på en aktieplacering och *fall 2* innebär att vi antar en *svag tillväxt*. För båda fallen räknar vi med dels det lägsta värdet på volatiliteten 0.17 som baseras på den längsta perioden, dels 0.23 som var det högsta värdet vi fick på volatiliteten.

Vi skapar fyra scenarier för förväntad aktieindexutveckling genom att kombinera ovanstående fall med de två värdena på volatiliteten.

Eftersom vi i förväg bestämmer oss för en förväntad årlig förändring av aktieindex och också bestämmer oss för ett visst värde på volatiliteten kan vi räkna fram värdet på μ enligt (1) i Avsnitt 2.1.

Sammantaget får vi följande värden under de olika scenarierna:

Scenario	Förväntad årlig förändring av aktieindex	Volatilitet	Framräknat värde på μ
1	10 %	0,17	0,08
2	6 %	0,23	0,03
3	10 %	0,23	0,07
4	6 %	0,17	0,04

A.2 Simulering

A.2.1 Aktieindex

För att simulera utvecklingen av aktieindex använder vi MATLAB. Vi använder oss av att *SBR* har oberoende inkrement. Aktieindex utvecklas då stegvis enligt följande

$$X(t_i) = X(t_{i-1})\exp\big(\mu(t_i - t_{i-1}) + \sigma\big(B(t_i) - B(t_{i-1})\big)\big) \quad i = 1, 2, ...$$

Inkrementen, dvs. de stokastiska variablerna $B(t_i) - B(t_{i-1})$ $t = 1, 2, \ldots$, är oberoende, likafördelade (iid) och normalfördelade $\sim N(0, \Delta t)$ om tidsinkrementen $t_i - t_{i-1}$ är konstanta och lika med Δt. För en given tidpunkt t_n skriver vi

$$\frac{X(t_n)}{X(t_0)} = \prod_{i=1}^{n} \frac{X(t_i)}{X(t_{i-1})} = \prod_{i=1}^{n} \exp(\mu\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t} Z_i) = \exp\left(n\mu\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\sum_{i=1}^{n} Z_i\right)$$

där (Z_i) är iid och $\sim N(0,1)$.

För de praktiska simuleringarna räknar vi med heltalstidpunkter 0, 1, …, 5. Med $\Delta t = 1$ får vi

$$\frac{X(t)}{X(t-1)} = \exp\big(\mu \cdot 1 + \sigma \cdot \sqrt{1} \cdot Z_t\big) = \exp(\mu + \sigma Z_t)$$

där Z_t simuleras som oberoende $N(0,1)$-variabler.

A.2.2 Marknadsräntan

Den löptidsoberoende räntan simuleras enligt följande modell.

Starttillstånd
Starttillståndet väljs först och hålls konstant under simuleringen. Om vi vill simulera utvecklingen fem kalenderår framåt, kan starträntan väljas på lämpligt sätt. Om vi till exempel utgår från läget i februari 2008, väljs genomsnittsräntan för denna månad, avrundad till närmsta kvartsprocent, för obligationen SE GVB 5Y.

Senare tillstånd

Räntan år 2 simuleras med hjälp av övergångssannolikheterna i P^{12} i den rad som motsvarar det valda starttillståndet. Räntan år 3 simuleras sedan utgående från övergångssannolikheterna i P^{12} i den rad som motsvarar räntan år 2 och så vidare. Här använder vi metoden i Ross (2003, avsnitt 11.4) för att simulera från en diskret fördelning.

Appendix B – Detaljer om beräkningar

B.1 Avdrag för skatt och driftskostnader

Vi uppskattar det årliga driftskostnadsavdraget till att vara cirka 0,4 %[3] och avdraget för avkastningsskatt baseras på en avkastningsskatt på 15 %. Den korrekta beräkningen av avdraget för avkastningsskatt är att multiplicera det betalningsunderlag man har (till exempel pensionskapitalet i slutet av året) med den genomsnittliga statslåneräntan föregående år. Detta resultat multipliceras därefter med 15 % och man får då det slutliga avdraget för avkastningsskatten.

Vi använder den skattesats på 15 % som gäller för pensionsförsäkringar, dvs. den vanligaste formen av försäkringssparande. Försäkringarna i vårt bestånd har visserligen engångsutbetalning men vi bortser från utbetalningsperioden i denna rapport. Vårt fokus är nämligen överskott och garantier och det komplicerar analysen att ta hänsyn till löpande utbetalningar. Därför koncentrerar vi oss på situationen strax före första utbetalningstillfället.

Vi förenklar vår modell och väljer att ha ett konstant avdrag som beräknas genom att välja den marknadsränta som vi använder som startränta i våra analyser (räntan vid $t = 0$ för SE GVB 5Y avrundad till ett helt antal fjärdedels procent) och multiplicerar denna med 0,15.

Avdraget för avkastningsskatt uppgår varje år till:

$$0{,}15 \cdot Y(0) = 0{,}15 \cdot 0{,}0375 = 0{,}0056 \approx 0{,}6\ \%$$

Sammantaget med driftskostnadsavdraget på 0,4 % får vi det totala årliga avdraget α :

$$\alpha = 0{,}6\ \% + 0{,}4\ \% = 1\ \%$$

Detta avdrag dras från återbäringsräntan, tillgångarna och antalet obligationer genom att vid varje årsskifte multiplicera dessa med faktorn $1 - \alpha = 0{,}99$.

B.2 Mål för kollektiv konsolidering

Ett ömsesidigt livförsäkringsbolags kollektiva konsolidering är ett mått på värdet av bolagets samlade tillgångar i förhållande till bolagets samtliga åtaganden. De åtaganden som inte är garanterade kallas preliminärt fördelad (allokerad) återbäring. Denna återbäring består av bolagets riskkapital, vilket kan tas i anspråk för att täcka förluster. Om konsolideringsnivån är 100 % har försäkringsbolaget precis så mycket tillgångar som behövs för detta. Enligt statistik från Sveriges Försäkringsförbund över den kollektiva konsolideringen de senaste åren för livbolagen i Sverige brukar den kollektiva konsolideringen ligga någonstans mellan 100 % och 120 %. Första kvartalet 2008 hade försäkringsbolagen i genomsnitt en kollektiv konsolideringsnivå på 104,6 %. I våra analyser väljer vi därför att försöka hålla en målkonsolidering på 105 %.

---

[3] I diskussioner med några av aktuarierna på Finansinspektionen bestämdes att 0,4 % avdrag för driftskostnader kan vara lämpligt.

B.3 Värdet av garantin

Vi behöver kunna jämföra retrospektivreservens värde med något löpande mått på värdet av garantin. Ett sådant värde är tekniska återköpsvärdet och ett annat de försäkringstekniska avsättningarna *FTA*, se närmare beskrivning nedan.

Det första värdet är vanligt i värdebesked där man vill meddela garantivärde och återbäring/överskottsandel. *FTA* är viktigare från andra synpunkter, eftersom det kan ha särskilda placeringsregler och har en egen plats i balansräkningen, till skillnad från det tekniska återköpsvärdet.

B.3.1 Tekniskt återköpsvärde

Försäkringens garanterade värde är värdet av försäkringsbolagets framtida förpliktelser mot de försäkrade. Dessa förpliktelser bestäms utifrån inbetalda premier på försäkringen och också utifrån de försäkringstekniska antaganden om ränta, dödlighet, skatt och driftskostnader som gäller vid respektive värderingstidpunkt (till exempel vid varje premieinbetalning). Detta garanterade värde är ett nuvärde av de framtida garanterade förmånerna och kallas återköpsvärde om försäkringen medger rätt till återköp, och tekniskt återköpsvärde i annat fall.

I beräkningen av tekniskt återköpsvärde använder vi samma antaganden som vid beräkningen av garanterat belopp.

Det garanterade värdet byggs upp av de inbetalda premierna och den antagna premieräntan med vilken premierna förräntas.

För att bestämma det tekniska återköpsvärdet gör vi ett antagande om den premieränta som ska användas för beräkningen. Som utgångspunkt väljer vi marknadsräntan för februari 2008 som är 3,75 %. Premieräntan bestäms därefter genom att från marknadsräntan dra bort ett lämpligt stort avdrag. Vi väljer att beakta två olika stora avdrag[4,5]. Ett avdrag som kan anses vara betryggande och ett lite mindre avdrag:

Fall 1: Avdraget sätts till 2,00 procentenheter och premieräntan blir då: 3,75 – 2,00 = 1,75 %.

Fall 2: Avdraget sätts till 1,75 procentenheter och premieräntan blir då: 3,75 – 1,75 = 2,00 %.

Avdraget i fall 1 är avsiktligt ganska stort ty vi gör försiktiga antaganden om framtida avkastning och avdragets storlek utgörs dels av en betryggande marginal (mot nedgångar i avkastningen), dels av ett avdrag för avkastningsskatt och driftskostnader. Vad avser det mindre avdraget på premieräntan i fall 2 kan vi exempelvis anta att beståndet består av en försäkring som är billigare att administrera än i fall 1. Bolaget kan därmed garantera en något högre premieränta i fall 2 än i fall 1, dvs. avdraget för avkastningsskatt och driftskostnader är något mindre i fall 2.

Det tekniska återköpsvärdet (*TK*) bestäms därefter för år 1, 2,… på följande sätt för beståndet:

---

[4] Vad som kan vara rimliga avdrag på premierna har jag diskuterat med aktuarier på Finansinspektionen.
[5] För att jämföra med ett exempel från verkligheten utlovade Skandia Liv i juli 2008 en garantiränta på 2,75 % för nytecknade försäkringar före skatt och avgifter, se *Skandia Liv i siffror – Juli 2008*.

$$TK = E(1 + 0{,}01 \cdot premieränta)^i \quad i = 0,\ 1, \ldots \quad \text{där}$$

E = engångspremie för beståndet.

Det tekniska återköpsvärdet i slutet av perioden är lika med det garanterade (= avtalade) belopp som ska betalas ut till beståndet.

B.3.2 Försäkringstekniska avsättningar (*FTA*)

Enligt 7 kap. 1 § i försäkringsrörelselagen ska ett försäkringsbolags *FTA* motsvara belopp som erfordras för att bolaget vid varje tidpunkt ska kunna uppfylla alla åtaganden som skäligen kan förväntas uppkomma med anledning av ingångna försäkringsavtal.

I vårt fall innebär detta att bolaget varje år måste ha tillräckliga reserver för att i slutet av perioden klara av att betala ut de avtalade belopp som redovisades i förra avsnittet. Rent tekniskt innebär detta att bolaget varje år beräknar nuvärdet av avtalat belopp med en diskonteringsränta som kan skilja sig åt beroende på vilken typ av bestånd som avses.

Vi väljer att studera två fall för hur diskonteringsräntan för *FTA* ska bestämmas. De båda fallen beror på vilken typ av premieränta som används vid beräkningen av det avtalade beloppet som ska utbetalas i slutet av perioden.

För att diskontera åtagandet i fall 1 (med den lägre premieräntan) använder vi den simulerade marknadsräntan, $Y(0)$, $Y(1)$,… som multipliceras med 0,85 (drar bort 15 % för avkastningsskatt) och från detta resultat drar vi bort 0,5 procentenheter motsvarande driftskostnader.

För fall 2 görs på motsvarande sätt som i fall 1 men med ett tillägg på 0,3 procentenheter på marknadsräntan $Y(t)$. Detta görs på grund av att enligt Finansinspektionens föreskrifter om försäkringsföretags val av räntesats för att beräkna försäkringstekniska avsättningar, FFFS 2008:6, har försäkringsbolag möjlighet att för vissa typer av försäkringar (tjänstepensionsförsäkringar) bestämma diskonteringsräntan på följande sätt:

Diskonteringsränta = (vid var tid gällande marknadsränta på statsskuldsväxlar eller statsobligationer + vid var tid gällande swapränta[6])/2.

Enligt marknadsstatistik från FI låg swapräntan i slutet av år 2007 ungefär 0,6 procentenheter högre än den långa marknadsräntan. I vår modell väljer vi därmed att lägga till 0,3 procentenheter på marknadsräntan $Y(t)$ vid diskontering av *FTA* för fall 2.

Avdraget för driftskostnader vid diskontering av *FTA* skiljer sig något åt jämfört med det årliga avdrag för driftskostnader (0,4 %) som vi drar från tillgångarna, återbäringsräntan och antalet obligationer, se Appendix B.1. Anledningen till detta är att vid diskontering av *FTA* gör man ett antagande för flera år framåt. Vid till exempel början av det första året diskonterar man ett åtagande som sträcker sig fem år framåt i tiden. Detta gör att man normalt vill ha lite mer marginal för avdraget för driftskostnader vid diskontering av *FTA* jämfört mot då man bara behöver beakta ett år framåt. Detta gäller särskilt vid nytecknandet av en försäkring då försäkringsbolaget har många år kvar till utbetalning.

---

[6] Vid var tid gällande marknadsränta på avtal om byte av räntebetalningar, så kallad swapränta.

B.4 Justering av tillgångarna

B.4.1 Placeringsinriktningen

För att beräkna värdet på de fördelningsbara tillgångarna vid tiden t, $T(t)$, använder vi en förenklad modell där placeringarna i aktier $S(t)$ och obligationer $A(t)$ justeras vid årets slut så att de i början av varje nytt år har en i förväg bestämd andel Sf av aktier och andel Af av obligationer.

Vi har att $T(t) = S(t) + A(t)$ för alla $t \geq 0$, så

$S(t) = Sf \cdot T(t)$ och $A(t) = Af \cdot T(t)$

Här är

- $S(t)$ = värdet av en aktieplacering vid tidpunkten t som utvecklas med aktieindex OMXS30
- $A(t)$ = värdet av en investering i nollkupongsobligationer vid tidpunkten t.

B.4.2 Initiala kapitalvillkor

Det tänkta försäkringsbolaget kan betraktas som nystartat med ett visst eget kapital som ska vara tillräckligt för nyteckningen. Därför har bolaget initialt en **solvensmarginal** på 6 % av de inbetalda engångspremierna. Denna solvensmarginal ingår således i tillgångarna vid starten tillsammans med de inbetalda premierna. Detta gäller även då vi antar att ett bestånd har initial återbäring med sig in i det nystartade bolaget.

Vid $t = 0$ gäller alltså följande för värdet av tillgångarna i aktier:

$$S(0) = Sf \cdot (engångspremie \cdot (1 + solvensmarginal) + ev.\ initial\ återbäring)$$

respektive tillgångarna i obligationer:

$$A(0) = Af \cdot (engångspremie \cdot (1 + solvensmarginal) + ev.\ initial\ återbäring).$$

Appendix C - Tabeller resultat

Fråga 1: Vad blir *Sf* och *Af* med valt beslutskriterium för bestånd med dels p-avd = 2,00, dels p-avd = 1,75, där dessa bestånd har *V*0 = 0 respektive *V*0 = 300?

	Nr	Besluts-kriterium (antal oaccep-tabla fall per tusen)		Premieränteavdrag (p-avd)	Återbäring vid *t* = 0 (V0)	Sökt andel aktier Sf %	Andel obli-ga-tioner Af = 100-Sf %	Antal av 10 000 under/ över viss kollektiv konsolidering år 5			Utfall av övriga kriterier (antal oacceptabla fall per tusen)			
		Kriterium	Antal					< 100	< 95	> 105	Kriterium	Antal	Kriterium	Antal
Scenario 1 Avk = 10 % Vol = 0,17	1	1	10	2,00	0	20	80	672	34	6390	2	51	3	15
	2	1	10	1,75	0	13	87	89	0	7365	2	31	3	3
	3	1	< 1	2,00	300	100	0	4928	4036	4226	2	76	3	64
	4	2	10	2,00	300	51	49	3683	2141	4671	1	0	3	6
	5	2	10	1,75	300	49	51	3593	2032	4699	1	0	3	6
	6	2	10	2,00	0	12	88	33	0	7711	1	1	3	< 1
Scenario 2 Avk = 6 % Vol = 0,23	7	1	10	2,00	0	7	93	0	0	8377	2	14	3	< 1
	8	1	10	1,75	0	5	95	0	0	9441	2	3	3	0
	9	1	10	2,00	300	57	43	4416	3302	4426	2	124	3	95
	10	1	10	1,75	300	55	45	e.b.	e.b.	e.b.	2	124	3	94
	11	2	10	2,00	300	30	70	3004	1247	4849	1	0	3	4
	12	2	10	2,00	0	7	93	0	0	8535	1	7	3	0
Scenario 3 Avk = 10 % Vol = 0,23	13	1	10	2,00	0	11	89	134	0	7108	2	34	3	4
	14	1	10	1,75	0	7	93	e.b.	e.b.	e.b.	2	15	3	< 1
Scenario 4 Avk = 6 % Vol = 0,17	15	1	10	2,00	0	10	90	3	0	8244	2	16	3	< 1
	16	1	10	1,75	0	7	93	0	0	9289	2	4	3	0
	17	1	10	2,00	300	81	19	e.b.	e.b.	e.b.	2	124	3	95
	18	1	10	1,75	300	77	23	e.b.	e.b.	e.b.	2	120	3	92
	19	2	10	2,00	300	40	60	3003	1329	4887	1	0	3	5

e.b. = ej beräknad

Fråga 2: Givet *Sf* och *Af* bestämda enligt kriterium 1 för bestånd med p-avd = 2,00, *V*0 = 0 eller *V*0 = 300 enligt fråga 1, vad blir antal oacceptabla fall på kriterierna för motsvarande bestånd med p-avd = 1,75?

	Nr	Andel aktier Sf %	Andel obliga-tioner Af %	Premie-ränte-avdrag (p-avd)	Återbäring vid *t* = 0 (*V*0)	Utfall av kriterier (antal oacceptabla fall per tusen) Kriterium 1	Kriterium 2	Kriterium 3
Scenario 1 Avk = 10 % Vol = 0,17	20	20	80	1,75	0	23	69	23
Scenario 2 Avk = 6 % Vol = 0,23	21	7	93	1,75	0	56	34	1
	22	57	43	1,75	300	13	136	101
Scenario 3 Avk = 10 % Vol = 0,23	23	11	89	1,75	0	33	56	9
Scenario 4 Avk = 6 % Vol = 0,17	24	10	90	1,75	0	48	35	2
	25	81	19	1,75	300	13	132	103

Fråga 3: Hur stort skulle p-avd behöva vara om vi ökar på aktieandelen *Sf* med 5 procentenheter utgående från nivån på *Sf* enligt fråga 1 där p-avd = 2,00?

	Nr	Andel aktier Sf %	Andel obli-ga-tioner Af %	Premieränteavdrag (p-avd)	Återbäring vid *t* = 0 (*V0*)	Be-sluts-krite-rium 1 (antal oaccep-tabla fall per tusen)	Utfall av övriga kriterier (antal oacceptabla fall per tusen) Krit-erium 2	Krit-erium 3	Antal av 10 000 under/över viss kollektiv konsolidering år 5 < 100	< 95	> 105
Scenario 1 Avk = 10 % Vol = 0,17	26	25	75	2,20	0	10	61	25	1252	176	6017
Scenario 2 Avk = 6 % Vol = 0,23	27	12	88	2,54	0	10	37	7	219	0	6965
	28	62	38	2,50	300	10	131	100	4581	3544	4372
Scenario 3 Avk = 10 % Vol = 0,23	29	16	84	2,35	0	10	53	17	766	39	6276
Scenario 4 Avk = 6 % Vol = 0,17	30	15	85	2,38	0	10	33	5	155	0	7189
	31	86	14	2,45	300	10	125	97	4562	3592	4397

Fråga 4: Vad blir antalet oacceptabla fall på kriterierna för bestånd med *V*0 = 0 givet *Sf* och *Af* bestämda enligt kriterium 2 för bestånd med *V*0 = 300?

	Nr	Premieränteavdrag (p-avd)	Återbäring vid *t* = 0 (*V0*)	Andel aktier Sf %	Andel obliga-tioner Af %	Antal av 10 000 under/ över viss kollektiv konsolidering år 5			Utfall av kriterier (antal oacceptabla fall per tusen)		
						< 100	< 95	> 105	Kriterium 1	Kriterium 2	Kriterium 3
Scenario 1 Avk = 10 % Vol = 0,17	*4*	*2,00*	*300*	*51*	*49*	*3683*	*2141*	*4671*	*0*	*10*	*6*
	32	2,00	0	51	49	3313	1871	5060	43	161	110
	5	*1,75*	*300*	*49*	*51*	*3593*	*2032*	*4699*	*0*	*10*	*6*
	33	1,75	0	49	51	3197	1740	5106	55	172	119
Scenario 2 Avk = 6 % Vol = 0,23	*11*	*2,00*	*300*	*30*	*70*	*3004*	*1247*	*4849*	*0*	*10*	*4*
	34	2,00	0	30	70	2490	933	5415	237	290	205
	35	*1,75*	*300*	*29*	*71*	*2901*	*1137*	*4876*	*0*	*10*	*4*
	36	1,75	0	29	71	2382	849	5464	281	311	220
Scenario 3 Avk = 10 % Vol = 0,23	*37*	*2,00*	*300*	*35*	*65*	*3509*	*1880*	*4678*	*0*	*10*	*5*
	38	2,00	0	35	65	3080	1572	5127	90	203	145
Scenario 4 Avk = 6 % Vol = 0,17	*19*	*2,00*	*300*	*40*	*60*	*3003*	*1329*	*4887*	*0*	*10*	*5*
	39	2,00	0	40	60	2525	1022	5468	194	262	187

De jämförande fallen med *V*0 = 300 återges i kursiv stil i raden före varje efterfrågad rad. Vissa av dessa återfinns även i resultattabellen under fråga 1.