



Matematisk statistik
Stockholms universitet

**Livslängdens inverkan på
ålderspensionsansvaret på Åland**

Malin Jingstål

Examensarbete 2008:12

Postadress:

Matematisk statistik
Matematiska institutionen
Stockholms universitet
106 91 Stockholm
Sverige

Internet:

<http://www.math.su.se/matstat>



Matematisk statistik
Stockholms universitet
Examensarbete 2008:12,
<http://www.math.su.se/matstat>

Livslängdens inverkan på ålderspensionsansvaret på Åland

Malin Jingstål*

September 2008

Sammanfattning

Denna rapport ger en livslängdsundersökning på Åland och jämför med livslängden i övriga Finland. Vi kommer att se på den förväntade livslängden idag samt prognoser på hur det kan komma att se ut i framtiden.

Då det visar sig vara högre livslängd på Åland än i övriga Finland blir det aktuellt för Pensions-Alandia att se över hur stor inverkan denna skillnad har på arbetspensionsansvaret för detta pensionsbolag med främst åländska försäkringstagare. Om arbetstagare lever längre på Åland kommer även utbetalningar av deras pensioner att vara under en längre tid än beräknat. Arbetspensionen i Finland är lagstadgad och beräkningsgrunderna är lika för alla finländska bolag och då även för Pensions-Alandia. Bolaget blir då tvungen att betala ut pension under längre tid än övriga finländska bolag som inte i samma omfattning har åländska försäkringstagare. Detta trots att premien, som är anpassad efter finsk livslängd, är lika för alla finländska bolag.

Det visar sig som befarat vara stor skillnad på pensionsansvaret med hänsyn till den åländska livslängden jämfört med nu när finländsk livslängd används i beräkningarna. För tillfället kompenseras detta för Pensions-Alandias del med att antalet invalidpensioner och arbetslöshetspensioner är betydligt färre på Åland än i övriga Finland. Vad som blir intressant är däremot hur framtiden kan komma att se ut. Vi kommer att få se att skillnaden i livslängd ser ut att minska inom de närmaste 40 åren. Det kommer till följd av det även att visas att det relativa värdet av pensionsansvaret när vi jämför Åland med Finland kommer att minska men dock inte försvinna helt.

*Postadress: Matematisk statistik, Stockholms universitet, 106 91, Sverige. E-post: Malin.Jingstal@alandia.com. Handledare: Anders Martin-Löf

Abstract

This survey gives a length of life investigation of the Aland Islands and compares it to the length of life in the rest of Finland. We will look at the expected length of life today and at predictions of how it may look like in the future.

It will be shown that the expected length of life today is higher on the Aland Islands than in the rest of Finland. Therefore it is of current interest for Pensions-Alandia to inspect the effect this difference in length of life has on the employment pension liability since the company concentrate on employees living on the Aland Islands. If employees have a longer length of life on the Aland Islands the payment time to the pensioners will be longer. The employment pension in Finland is statutory and the basis of calculations is equal for all pension institutions in Finland, and therefore even for Pensions-Alandia. The company will then have to pay pension for a longer time than other pension institutions in Finland who do not have as many policyholders in the Aland Islands. This is all though the premiums are the same for all companies and is adapted to Finnish expected length of life.

It will be shown, as feared, that it is a big difference in employment pension liability when calculating it with data from the Aland Islands in comparison with Finnish data as is done nowadays. At the moment this difference is compensated by the fact that there are fewer unemployment and disability pensions on the Aland Island than in the rest of Finland. Interesting is now how it will look like in the future. We will see that the difference in expected length of life will decrease. Therefore we will also see that the relative employment pension liability on the Aland Islands compared to Finland will decrease, however not completely disappear.

Förord

Detta arbete utgör ett examensarbete om 30 högskolepoäng vid Matematiska institutionen på Stockholms universitet. Det kommer även att utgöra en utredning till Alandia-bolagen på Åland, där arbetet utförs.

Arbetet är utfört under vår- och sommarterminen 2008 under handledning av Nils-Erik Felixsson, aktuarie på Pensions-Alandia. Till dig vill jag ge ett stort tack för att du svarat på alla mina frågor och för chansen att göra detta examensarbete hos Pensions-Alandia. Tack även till personalen på Pensions-Alandia som jag har kunnat vända mig till för att hitta svar på alla sorters frågor.

Tack även till min handledare på Stockholms universitet Anders Martin-Löf som har gett mig tips och råd på vägen.

Innehållsförteckning

1. Inledning.....	6
1.1 Bakgrund.....	6
1.2 Syfte.....	7
1.3 Allmänt om det finska pensionssystemet.....	8
1.3.1 Ålderspensionen.....	9
1.3.2 Finansiering.....	11
1.4 Alandia-bolagen.....	12
2. Livslängd.....	13
2.1 Förväntad återstående livslängd.....	13
3. Försäkringsteknik.....	17
3.1 Livförsäkringens sannolikhetssteori.....	17
3.2 Kommutationsfunktionerna.....	20
3.3 Kapitalvärdet av utbetalningarna.....	21
4. Pensionsansvar.....	24
4.1 Pensionsansvar.....	24
5. Prognos.....	28
5.1 Prognos över livslängden.....	28
5.2 Prognos på pensionsansvaret.....	33
6. Sammanfattning och slutsatser.....	36
6.1. Sammanfattning.....	36
6.2. Diskussion.....	36
6.3 Slutsatser.....	37
7. Källförteckning	38
A. Appendix	39
A.1 Livslängdstabeller	39
A.2 Framräknade kommutationsfunktioner	43
A.3 Bevis av Simpsons formel	45
A.4 Dödsrisker efter kön och språk i Finland 1980-2005.....	47

1. Inledning

1.1 Bakgrund

För alla som har en inkomst avsätter arbetsgivarna eller de egna företagen i Finland en viss procent av lönen/inkomsten till pension. Denna arbetspension är lagstadgad och en liten procent av lönen får även arbetstagaren betala. Från pensioneringen betalas sedan livsvarigt en månatlig summa ut från försäkringsbolaget till försäkringstagaren. Hur stor denna summa är beror i huvudsak på:

- Livsinkomst
- Den åldersrelaterade intjäningsprocenten
- Vid vilken ålder man väljer att ta ut pension

Det vi kommer att rikta in oss på i detta arbete är hur länge utbetalningarna är beräknade att ske. Det beror på en sak, nämligen:

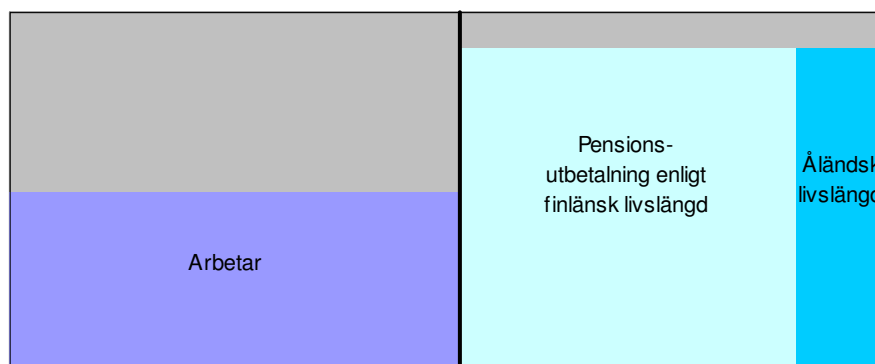
- Förväntad livslängd

Den förväntade livslängden används för att se till att tillräckliga avsättningar för framtida utbetalningar görs samt att premierna matchas för dessa utbetalningar.

Beräkningsgrunderna för den lagstadgade arbetspensionen är lika för alla arbetspensionsbolag i Finland så riskerna för ett enskilt bolag hänför sig till försäkringsbeståndets avvikelse från branschens genomsnitt. Dessa risker är främst anslutna till dödlighet, osäkerheten kring invalid- och arbetslöshetspensioner samt kreditförluster på försäkringspremier.

Pensionsansvaret, vad ett pensionsbolag är beräknat att betala försäkringstagaren vid försäkringsfall, för ålderspensionen är beroende av livslängden och på så sätt dödligheten. Då livslängden på Åland verkar vara längre jämfört med i övriga Finland kan detta bli ett problem för Pensions-Alandia som i första hand vänder sig till åländska företag och företagare. Om pensionsansvaret då har räknats med finsk statistik, alltså den finska livslängd som beräkningsgrunderna är grundade på, kommer det att finnas för lite kapital avsatt för ålderspensionerna på Åland. Nedan syns en illustration över situationen;

Figur 1.1 Illustration över Pensions-Alandias situation



- Premie betalas in till försäkringsbolaget fram till pensionering (första rektangeln i figuren ovan). Premien är baserad på samma beräkningar i hela Finland.
- Livslång utbetalning sker därefter, reserveringen till den utbetalningen är beräknad efter finsk livslängd (andra rektangeln i figuren ovan)
- Då invånare på Åland lever längre än i övriga Finland blir Pensions-Alandia att betala ut mer än beräknat till försäkringstagarna (sista rektangeln i figuren ovan)

Pensionsansvarets underskattning kommer i sin tur att påverka Pensions-Alandias utjämningsreserv som ska utjämna premier och pensionsutgifter så att bolagets resultat hålls jämt genom åren. Utjämningsreserven är beroende av pensionsansvaret samt premierna som båda i sin tur beror på livslängden. Utjämningsreserven är en reserv som används för oförutsedda händelser. För Pensions-Alandia sker då dessa oförutsedda händelser för ålderspension varje år om försäkringstagarna lever längre än vad som är räknat med i premiesättningen och pensionsansvaret. Inget avsätts då till reserven, det tas från den varje år istället.

1.2 Syfte

Syftet med detta arbete är att illustrera de olika livslängderna på Åland och i Finland samt visa vad det har för effekt på Pensions-Alandias pensionsansvar. Hur mycket mera skulle Pensions-Alandia behöva avsätta om vi tar hänsyn till skillnaden i livslängd än om bolaget som nu räknar med finsk livslängd? Om det visar sig finnas skillnad i livslängd, kommer denna skillnad att bestå i framtiden, öka eller minska? Vi ska även prognostisera hur pensionsansvaret kommer att utvecklas med livslängderna i framtiden.

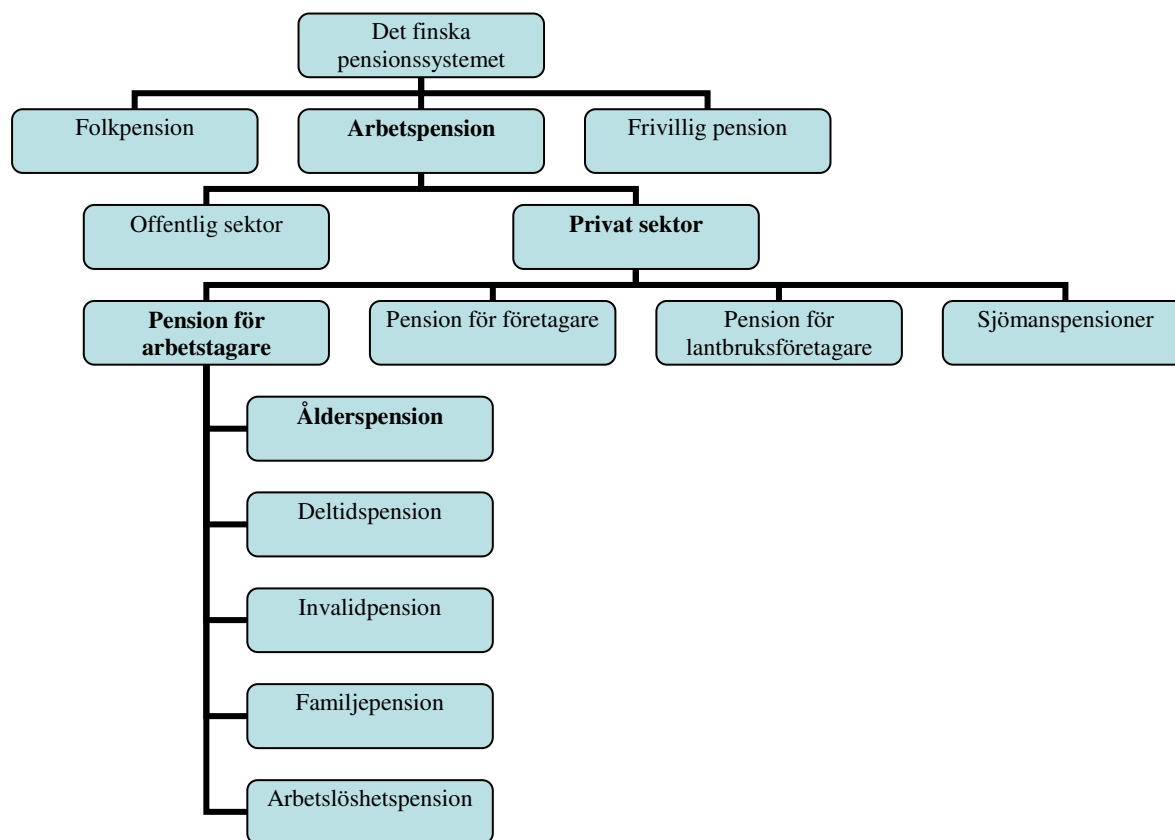
1.3 Allmänt om det finska pensionssystemet

Pensionssystemet i Finland består i huvudsak av ett folkpensionssystem och ett arbetspensionssystem, utöver dessa är övrigt pensionssparande frivilligt. Folkpensionssystemet omfattar alla i Finland bosatta personer och arbetspensionssystemet personer som varit anställda i arbets- eller tjänsteförhållande samt personer som har varit egenföretagare. Arbetspensionssystemet är dessutom indelat i två pensionssystem, den privata sektorns och den offentliga sektorns (indelningen gällde 2007, 2008 kunde även offentligt nyanställda på Åland försäkras på samma sätt som privata sektorn). Folkpensionsanstalten, som verkar under riksdagens tillsyn, tar hand om folkpensionerna. Den privata sektorns arbetspensioner sköts av privata pensionsanstalter och den offentliga sektorns arbetspensioner av bland annat Kommunernas pensionsförsäkring, Statskontoret och Kyrkans centralfond. I detta arbete koncentrerar vi oss på arbetspension i den privata sektorn.

När en företagare eller ett företag i Finland avlönar en arbetstagare inom den privata sektorn, är arbetsgivaren enligt lag skyldig att sköta arbetstagarens pensionsskydd. Företag väljer själva i vilket bolag de placerar sina anställdas pensioner. Alla arbetstagare inom den privata sektorn försäkras enligt samma lag om pension för arbetstagare (ArPL). En självständig företagare ordnar sitt arbetspensionsskydd enligt lagen om pension för företagare (FöPL). Lantbruksföretagare har en egen pension (LFöPL) medan sjömanspensionskassan har hand om sjömanspensionerna enligt lagen om sjömanspensioner (SjPL). I fortsättningen handlar denna uppsats om pensionen för arbetstagare.

Den lagstadgade arbetspensionsförsäkringen ger skydd i fall av ålderdom, arbetsoförmåga, familjeförsörjarens frånfalle och äldre personers arbetslöshet. I detta arbete kommer vi att rikta in oss på ålderspensionen.

Figur 1.2 Illustration av det finländska ålderspensionssystemet för arbetstagare inom privata sektorn



1.3.1 Ålderspensionen

Från och med 1.1.2005 räknas pensionen ut på basis av de årliga förvärvsinkomsterna. Arbetstagaren kan välja att gå i ålderspension mellan 63-68 års ålder jämfört med tidigare då pensionsåldern var satt till 65 år. Ålderspensionen uppgår då till det belopp som personen har hunnit tjäna in fram till den tidpunkt då pensionen börjar. Ju längre en person är i arbetslivet desto högre blir alltså pensionen. Pensionen tillväxer enligt följande årliga procentsatser av årsinkomsten (2008 års siffror):

18-52 år	1,5 %
53-62 år	1,9 %
63-67 år	4,5 %

Om det inte finns förvärvsinkomster, garanterar den bostättningsbaserade folkpensionen en minimiutkomst under pensionstiden.

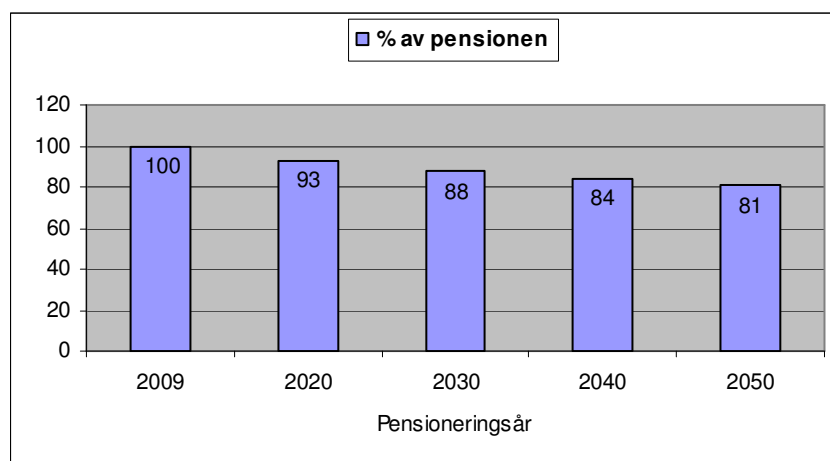
De under yrkesbanan intjänade pensionerna och pensionerna som är under utbetalning efter pensioneringen uppräknas automatiskt på basis av förändringarna i inkomstnivån och i konsumentpriserna. Årsinkomsterna justeras då med en lönekoeficient på vilken förtjänstutvecklingen inverkar med 80 % och prisutvecklingen med 20 %. Under pensionsutbetalningstiden justeras pensionerna med ett arbetspensionsindex, där andelen för lönerns förändring är 20 % och prisernas 80 %. År 2007 steg den intjänade lönen från år 2006 med 3,48 % (förhöjningen i lönekoeficient) och arbetspensionsindexet gjorde att pensionerna höjdes med 2,21 % jämfört med året innan.

Arbetspensionsavgifterna betalas i proportion till personens förvärvsinkomster, avgiften fastställs av Social- och hälsovårdsministeriet i Finland. För ArPL gäller för år 2008 att arbetstagarens avgift är 4,1 % för arbetstagare under 53 år och 5,2 % för dem som har fyllt 53 år medan avgiften för arbetsgivare beror främst på lönesumman men även arbetsgivarens storlek och pensionsbolagets kundåterbärningar. För 2008 är arbetsgivaren avgiftsbelagd enligt följande lönesummor 2006 med avdrag för återbärningar och dylikt;

<1 594 500 euro	21,4 %
1 594 500-25 512 000 euro	21,4-22,4 %
>25 512 000 euro	22,4 %

Det är ett allmänt problem för pensionsbolag i Norden att livslängderna har ökat eftersom de har ökat mer än man prognostiserat. Detta har Finland försökt lösa genom att införa en livslängdskoefficient. Livslängdskoefficienten är en koeficient med vilken pensionernas storlek anpassas till förändringen av förväntad livslängd. Koefficienten fastställs årligen av Social- och hälsovårdsministeriet och fastställs för första gången år 2009 för de personer som är födda 1947, varvid koefficienten får värdet 1. Livslängdskoefficienten beräknas för 62-åringar enligt Statistikcentralens dödlighetsstatistik de fem senaste åren. Livslängdskoefficienten bestäms så att kapitalvärdet för den pension som omvandlats med koefficienten är detsamma som kapitalvärdet för den icke-omvandlade pensionen 2009. När kapitalvärdet räknas ut används en räntesats på två procent.

Figur 1.3 Skattning av livslängdskoefficientens inverkan på ålderspensionerna i Finland i framtiden



Skattningen av livslängdkoefficientens inverkan på ålderspensionerna i Finland går att hitta på Alandia-bolagens hemsida; www.alandia.com

Den pensionsminskning som livslängdkoefficienten för med sig kan kompenseras genom att stanna längre kvar i arbetslivet eller genom att pensionsspara privat.

Denna koefficient kan också tänkas vara för hög på Åland då hela Finlands statistik är med i dess beräkningar, men detta går vi inte in på mer i detta arbete.

1.3.2 Finansiering

I många andra länder finansieras pensionerna med ett rent fördelningssystem, vilket innebär att de som är i arbetslivet direkt betalar de pensionerades pensioner. Ett annat sätt att finansiera pensionerna är genom fondering där varje generation finansierar sina egna pensioner genom sparande i fonder.

Ett av särdragen hos det finländska arbetspensionssystemet är att det tillämpas ett delvis fonderande system. Man förbereder sig på en del av de framtida pensionsutgifterna genom att spara på förhand. Cirka en fjärdedel av pensionspremierna för arbetstagarna, som arbetsgivarna och arbetstagarna tillsammans betalat, fonderas för betalningen av framtida pensioner. Resten, tre fjärdedelar, av premien används till att bekosta löpande pensioner, som betalas som bäst. Den delen kallas fördelningsdel.

Genom fondering behöver pensionsbolag inte höja pensionsförsäkringsavgiften när stora årskullar går i pension eftersom dessa årskullar redan har sparat en del till sig själva.

Varje pensionsanstalt svarar själva för den på förhand fonderade delen av pensionerna medan den del av pensionen som överstiger den fonderade delen (även de delar som härrör från pension intjänat hos andra försäkringsföretag) finansieras enligt ett fördelningssystem. Det innebär att det försäkringsbolag där arbetstagaren sist var försäkrad betalar ut pensionen i sin helhet, både den fonderade delen och fördelningsdelen. Pensionsskyddscentralen i Finland (PSC) utreder årligen kostnaderna för fördelningsdelen av de utbetalda pensionerna och beräknar då gottgörelse eller avgift för pensionsanstalterna. Om avgiften för ett bolag är större än gottgörelsen, betalar pensionsanstalten skillnaden till PSC. I motsatt fall betalar PSC skillnaden till pensionsanstalten.

Fördelningsdelen av pensionerna drabbas inte av att livslängden är längre på Åland då alla pensionsbolag gemensamt står för den kostnaden. Det betyder i praktiken att även om livslängden är högre hos Pensions-Alandias försäkringsbestånd, alltså att det betalas ut mer än beräknat för åländska försäkringstagare drabbar det inte endast Pensions-Alandia då alla pensionsanstalter betalar lika delar med avseende till antal försäkringsfall.

Om den åländska befolkningen lever längre kommer dock den fonderade pensionen inte räcka då premier, utbetalningarna och utbetalningslängden av den fonderade delen kommer att vara uträknade enligt beräkningsgrunderna [8] som baserar sig på finsk livslängd.

För att läsa mer om det finska pensionssystemet, se PSC:s handböcker och broschyrer [6] och [7].

1.4 Alandia-bolagen

Alandia-bolagen har sedan grundandet 1938 utvecklats parallellt med den åländska sjöfarten och det åländska samhället. Bolagets huvudkontor ligger i Mariehamn på Åland och det har även filialkontor belägna i Stockholm, Göteborg och Helsingfors.

I dag består Alandia-bolagen av fyra bolag; moderbolaget Redarnas Ömsesidiga Försäkringsbolag, Försäkringsaktiebolaget Alandia, Försäkringsaktiebolaget Pensions-Alandia samt Försäkringsaktiebolaget Liv-Alandia.

Pensions-Alandia försäkrar företag och enskilda företagare med de lagstadgade pensionsförsäkringarna i koassurans med Pensions-Veritas i Åbo. Pensions-Alandia är grundat år 1961. I huvudsak betjänar Pensions-Alandia de åländska företagen, därför är Pensions-Alandia mer utsatt än övriga finska bolag när livslängderna på Åland visar sig vara högre än i övriga Finland.

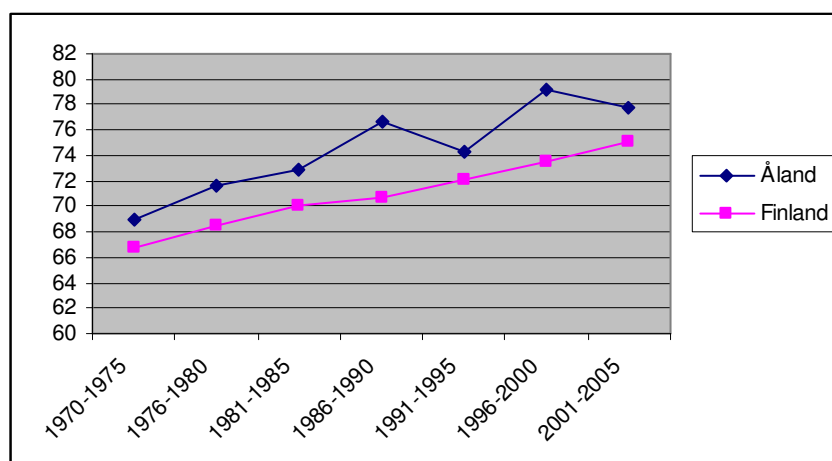
2. Livslängd

2.1 Förväntad återstående livslängd

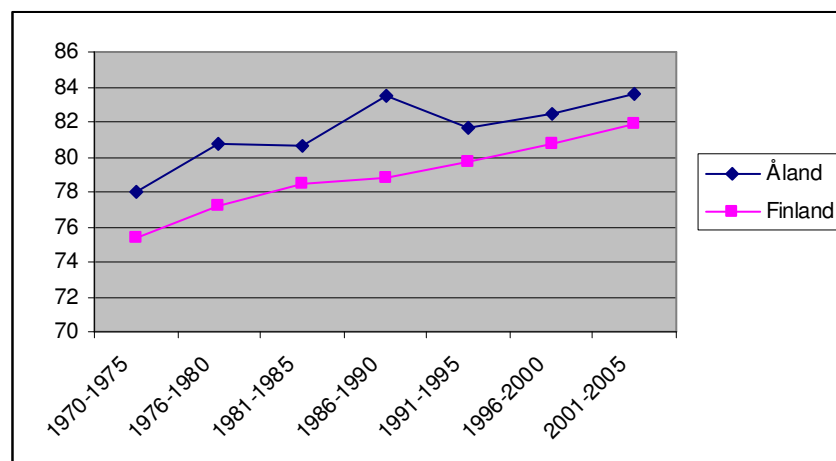
I pensionsverksamhet är den förväntade livslängden nödvändig att ha med i beräkningarna av hur premierna skall se ut för att matcha de kommande utbetalningarna samt beräkningar för hur lång utbetalningsfasen blir. Från Statistikcentralen i Finland kan förväntad medellivslängd för en nyfödd för hela Finland erhållas, för Åland vänder man sig till Ålands Statistik- och Utredningsbyrå (ÅSUB).

Uppgifter om befolkningen på Åland inkluderas i uppgifterna för den finländska befolkningen, även om uppgifterna också presenteras separat för Åland. Här nedan följer figurer över den historiskt förväntade livslängden i femårsperioder för män respektive kvinnor.

Figur 2.1 Förväntad medellivslängd för män år 1970-2005



Figur 2.2 Förväntad medellivslängd för kvinnor år 1970-2005

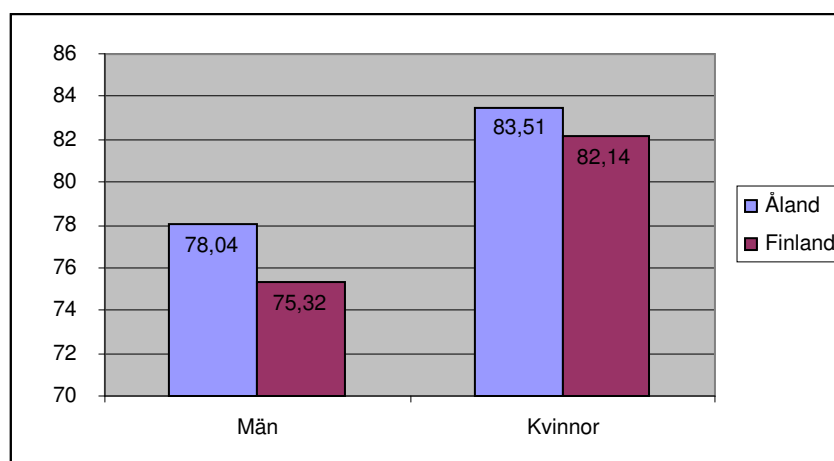


Av figurerna 2.1 och 2.2 kan man se att livslängden är längre för ålänningar än för resten av Finland. Av diagrammen framkommer även att kvinnor lever längre än män samt att livslängden totalt ökar. Det faktum att kvinnor lever längre än män har Finland tagit i beaktande genom att göra separata antaganden för kvinnor och män när man räknar pensionsansvaret i form av en åldersförskjutning hos kvinnorna (se avsnitt 3.2), och ökningen i livslängd genom att införa en livslängdskoefficient som vi kunde läsa om i avsnitt 1.3.1. Det som inte är beaktat är just skillnaden i livslängd mellan olika delar av Finland.

Beroende på att totalfolkmängden är liten på Åland (24 000 invånare år 1989 och idag dryga 27 000), är den slumpmässiga variationen i data relativt stor. Därför kan data variera en hel del årligen för en så liten population som den åländska beroende på i vilka åldrar dödsfall inträffar under det året. Därför tittar vi på femårsperioder här istället för på enskilda år. Det är även på grund av totalfolkmängdens små siffror som vi ser på hela folkmängden och inte endast på försäkringsbeståndet som egentligen brukar användas vid beräkning av försäkringar.

Sammanfattat över medeltalen mellan de fem åren mellan 2002 och 2006 ser den förväntade livslängden ut som följer:

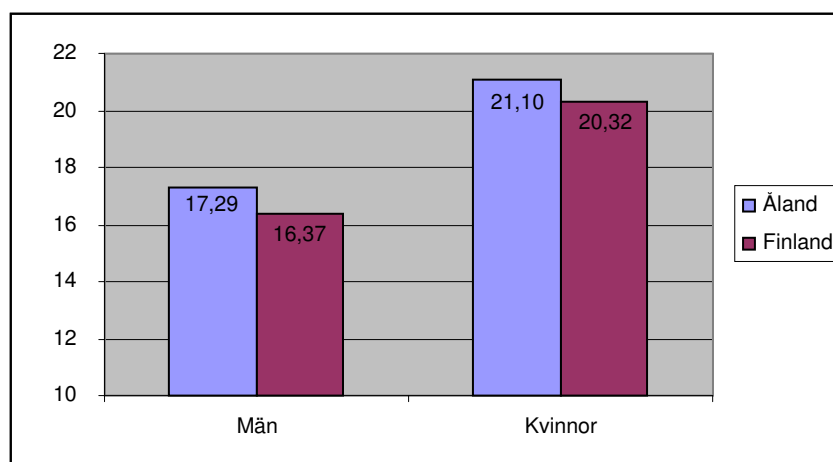
Figur 2.3 Förväntad återstående livslängd för en nyfödd åren 2002-2006



Det skiljer alltså nästan tre år i livslängd för män och över ett år för kvinnor. Att skillnaden är större för män drabbar Pensions-Alandia ännu mer då det är fler män än kvinnor som arbetar inom den privata sektorn (se avsnitt 4.1).

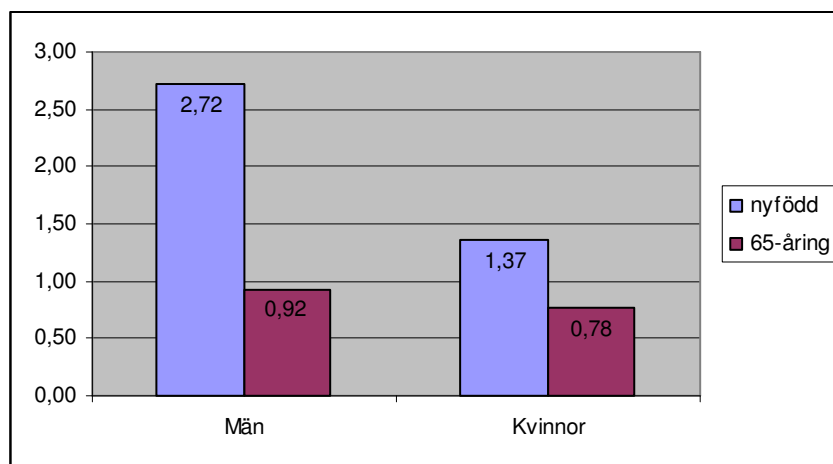
Vanligt inom pensionsförsäkring är inte att endast se på den förväntade livslängden från födseln utan även från pensioneringen. Då data för Åland är svårt att få tag på kan vi endast se på 5-års perioden mellan 2002-2006 men det visar ändå att skillnaden i den förväntade återstående livslängden fortsätter att existera även om man ser från 65-års ålder. Data kommer liksom ovan från tabeller från Statistikcentralen och ÅSUB och även här är Åland medräknat i hela Finlands siffror.

Figur 2.4 Förväntad återstående livslängd för en 65-årig individ åren 2002-2006



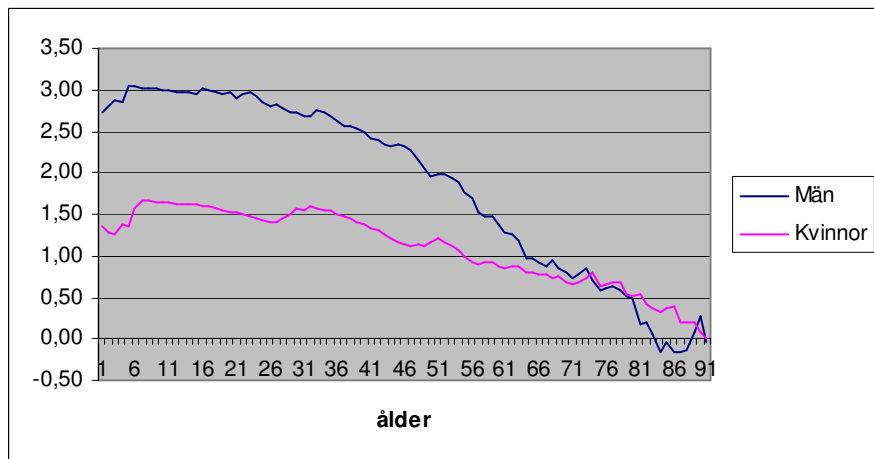
Skillnaden i förväntad återstående livslängd fortsätter alltså att bestå, trots att den minskar när vi ser på högre åldrar.

Figur 2.5 Skillnad mellan Åland och Finland i förväntad återstående livslängd för en nyfödd respektive en 65-årig individ åren 2002-2006



För männen sker här en drastisk minskning i skillnad på förväntad återstående livslängd då vi ser på en nyfödd och sedan ser på en 65-årig individ. Det visar på att män i Finland avlider i en större del i åldrarna innan 65 än på Åland. Fortfarande vid pensionsåldern är dock den förväntade återstående livslängden högre på Åland än i Finland. Att skillnaden i förväntad återstående livslängd minskar tar ner den extra drabbningen som Pensions-Alandia får då det är fler män än kvinnor som arbetar i den privata sektorn (se avsnitt 4.1), men eftersom skillnaden finns kvar under nästan alla åldrar och är som störst under vanligen arbetsföra åldrarna som synes i figuren nedan påverkas fortfarande Pensions-Alandia av att det är fler män än kvinnor inom den privata sektorn.

Figur 2.6 Skillnad mellan Åland och Finland i förväntad återstående livslängd 2002-2006



Frågan som återstår är; hur påverkar denna skillnad i livslängd pensionsansvaret? För att svara på den frågan går vi först igenom grunderna i försäkringsteknik som sedan leder oss in på hur vi kalkylerar pensionsansvaret.

3. Försäkringsteknik

3.1 Livförsäkringens sannolikhetsteori

Inom pensionsförsäkring med livslång utbetalning är det viktigt att kunna uppskatta den återstående livslängden för en försäkrad för att veta hur länge pension skall betalas ut. Den återstående livslängden är en ickenegativ stokastisk variabel som betecknas T . Då fördelningsfunktionen för T betecknas F , kan sannolikheten att en nyfödd individ avlider före åldern x betecknas

$$F(x) = P(T \leq x) \quad (3.1)$$

Täthetsfunktionen f definieras då genom

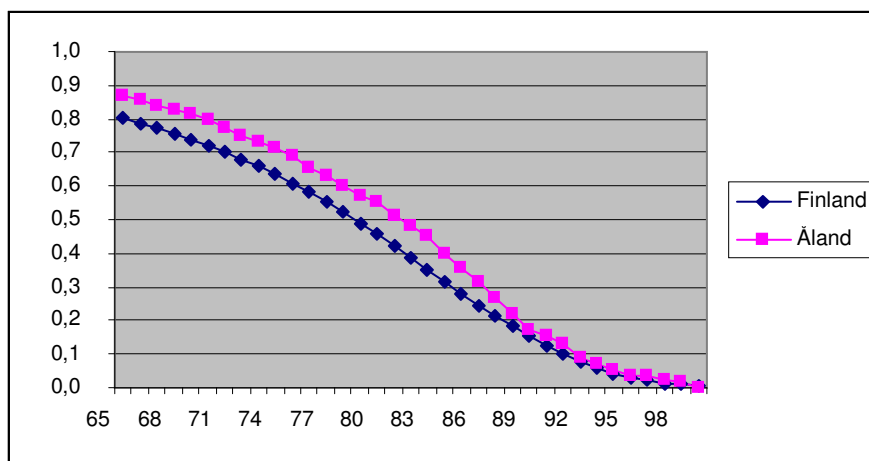
$$f(x) = F'(x) \quad (3.2)$$

Vi kommer framöver att ha nytta av att förstå oss på överlevelsefunktionen, $l(x)$, som är sannolikheten att överleva åldern x . $l(x)$ är definierad som ett minus sannolikheten att en individ avlider innan ålder x .

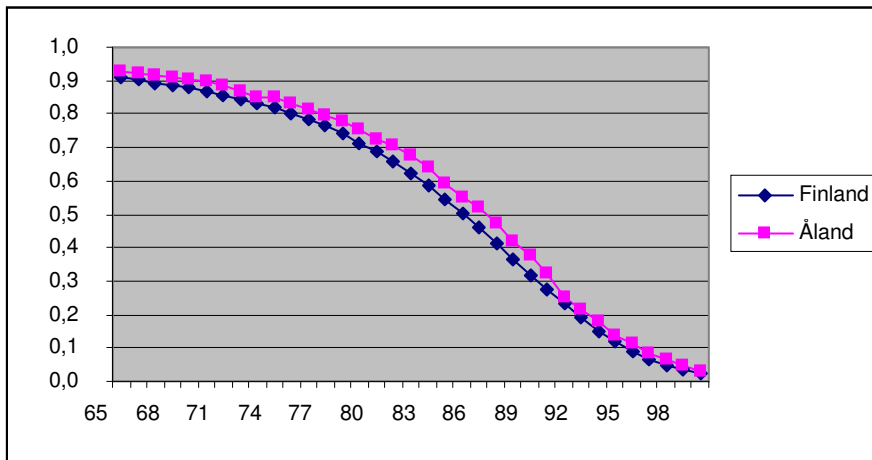
$$l(x) = 1 - F(x) = P(T > x) \quad (3.3)$$

Nedan följer grafer på hur överlevelsefunktionen ser ut för män och kvinnor mellan 65 och 99 år på Åland och i Finland separat (Åländsk data är fortfarande inkluderat i data för Finland). Data är hämtat från livslängdstabellerna som fås av Statistikcentralen och ÅSUB.

Figur 3.1 Överlevelsefunktionen, $l(x)$ för män att från födseln överleva åldern x när x är mellan 65 och 99 år



Figur 3.2 Överlevelsefunktionen, $l(x)$ för kvinnor att från födseln överleva åldern x när x är mellan 65 och 99 år



Sannolikheten för till exempel en kvinna på Åland att överleva åldern 80 år är 73 % medan motsvarande siffra för en kvinna i Finland är 69 %. Detta gäller när vi räknar från födseln.

Intressant i pensionsverksamheten är egentligen inte att veta hur länge en individ har kvar att leva från födseln som beräkningarna ovan visar, utan från t.ex. 65 år om personen går i pension då. Vi vill alltså veta den återstående livslängden givet att individen är x år, t.ex. $x = 65$ år. Vi kan nu få ut sannolikheten för en x -årig individ att överleva i t år genom

$$P(T_x > t) = P\langle T > x+t | T > x \rangle = \frac{l(x+t)}{l(x)} \quad (3.4)$$

Detta ger oss att till exempel sannolikheten för en 70 årig kvinna på Åland att överleva åldern 80 är 81 % och motsvarande siffra i Finland är 79 %. Sannolikheten ökar alltså ju äldre individen är när vi börjar räkna, jämför till exempel 81 och 79 % med siffrorna 73 och 69 % ovan.

Vi har sett figurer över den förväntade återstående livslängden för Åland och Finland, alltså

$$E[T_x] = \int_0^{\infty} P(T_x > t) dt = \int_0^{\infty} \frac{l(x+t)}{l(x)} dt \quad (3.5)$$

I det här arbetet arbetar vi i diskret tid, då kan väntevärdet av den återstående livslängden approximeras med

$$E[T_x] \approx \frac{\sum_{y=x}^w l(y)}{l(x)} - \frac{1}{2} \quad (3.6)$$

där w är den antagna ändliga högsta levnadsåldern. För härledning av (3.6) med trapetsregeln se Andersson [2].

I livslängdstabellerna som fås av Statistikcentralen och ÅSUB syns förutom "Förväntat antal levnadsår" ($E[T_x]$) och "Kvarlevande av 100 000 levande födda" ($100\,000 \cdot l(x)$) även dödsrisker som betecknas $q(x)$. De är sannolikheten att en person avlider inom ett år (anges ofta i promille).

$$q(x) = P(T_x \leq 1) = 1 - \frac{l(x+1)}{l(x)} \quad (3.7)$$

Livslängdstabeller för Finland och Åland kan läsas i appendix A.1. För att få så litet fel som möjligt i data är det även i denna uppsats sammanfogat i en 5-års period, medeltalet av 2002-2006 års livslängdstabeller.

Vi kommer i denna uppsats även att behöva se på någonting som kallas dödlighetsintensiteten och betecknas $\mu(x)$. $\mu(x)$ är dödssannolikheten per tidsenhet i åldern x .

$$\mu(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} \quad (3.8)$$

Samband finns mellan $\mu(x)$ och $l(x)$ och ges av

$$l(x) = e^{-\int_0^x \mu_s ds} \quad (3.9)$$

Det följer av att om vi använder oss av formel (3.3) och av att

$$l'(x) = \frac{d(1 - F(t))}{dt} = -f(t) \quad (3.10)$$

får vi att

$$\mu_x = \frac{f(x)}{1 - F(x)} = -\frac{l'(x)}{l(x)} = \frac{-d(\ln l(x))}{dx} \quad (3.11)$$

Vi har nu sambandet mellan dödligheten och livslängden. Detta betyder förstås att om man lever längre på Åland än i övriga Finland kommer dödlighetsintensiteten att vara lägre.

3.2 Kommutationsfunktionerna

När vi vill veta vad som skall betalas ut till försäkringstagarna under pensionstiden måste vi räkna ut väntevärdet av den framtida utbetalningen med avseende på ränta och dödlighet, detta kallas att räkna ut utbetalningens kapitalvärde. För att underlätta beräkningen av kapitalvärden har några hjälpfunktioner införts, de så kallade kommutationsfunktionerna. Kommutationsfunktionerna D och N definieras, för $x \geq 0$, som

$$D_x = l_0 e^{-\int_0^x \mu_s ds} e^{-\delta x} \quad (3.12)$$

och

$$N_x = \int_x^{\infty} D_t dt \quad (3.13)$$

Där x är åldern, μ är dödlighetsintensiteten och ränteintensiteten $\delta = \ln(1+i)$. Räntan är i och $l_0=1\ 000\ 000$. I de beräkningar som vi gör i fortsättningen antar vi att en årlig tillväxt på tre procent sker, alltså att räntan i är konstant 3 % genom tiden. Då data finns fram till ålder $w = 99$ tar vi det som slutvärde istället för ∞ .

Ur livslängdstabellerna som går att finna i appendix A.1 finns information om ”Kvarlevande av 100 000 levande födda” för varje ålder x , $100\ 000 \cdot l(x)$. Genom formel (3.9) får vi lätt ut D_x från

$$D_x = l_0 l(x) e^{-\delta x} \quad (3.14)$$

I numerisk beräkning av kommutationsfunktionen N används i Finland, genom Pensionsskyddscentralen, Simpsons metod som ser ut som följer:

$$\int_{x_0}^{x_{2n}} f(x) dx = \frac{1}{3} h [f_0 + 4(f_1 + f_3 + \dots + f_{2n-1}) + 2(f_2 + f_4 + \dots + f_{2n-2}) + f_{2n}] - R_n \quad (3.15)$$

Där vi använder steglängd $h=1$ och resttermen R_n antar vi vara 0. För bevis se appendix A.3

Så vi får då N_x genom formel (3.15)

$$N_x = \int_x^{99} D(t) dt = \frac{1}{3} [D_x + 4(D_{x+1} + D_{x+3} + \dots) + 2(D_{x+2} + D_{x+4} + \dots) + D_{99}] \quad (3.16)$$

Framräknade kommutationsfunktioner för Finland samt Åland skilt finns att se i Appendix A.2. Vi har där använt medeltalet av 2002-2006 års livslängdstabeller i uträkningarna för att komma undan de stora slumpmässiga avvikelserna som vi tidigare kunde läsa om.

I Finland skiljs män och kvinnors kommutationsfunktioner åt endast genom en åldersförskjutning av kvinnorna sju år tillbaka när kommutationsfunktionerna används i beräkningarna för kapitalvärdena. Detta då kvinnor lever ungefär sju år längre än män i Finland. Utöver det används alltså samma kommutationsfunktioner för män och kvinnor. I detta arbete ser vi ändå på skilda kommutationsfunktioner och inte bara en åldersförskjutning för att illustrera skillnaden skilt för kvinnor och män.

En annan skillnad i denna uppsats från ”verkligheten” blir att vi här använder just formel (3.14) för att räkna ut kommutationsfunktionen D då vi är intresserade av att se på skillnaden mellan Åland och Finland. I beräkningsgrunderna används egentligen Gompertz modell som bygger på att dödlighetsintensiteten ökar exponentiellt med åldern.

$$\mu_x = (a1)e^{(a2)(x+b_2)} \quad (3.17)$$

Där färdiga konstanter har fastfälls

$$(a1) = 5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-0,57}$$

$$(a2) = 0,095$$

$$b_2 = 0$$

Då vi har data över $l(x)$ för Åland och Finland separat använder vi i denna uppsats istället formel (3.14) då vi räknar D.

3.3 Kapitalvärdet av utbetalningarna

När vi nu har kommutationsfunktionerna kan vi räkna ut kapitalvärdet av de framtida betalningarna. Kapitalvärdet räknas på olika sätt beroende på hurdan försäkring det gäller, två exempel som vi kommer att ha nytta av i vidare beräkningar är för ”genast börjande livsvarig livränta” och ”uppskjuten livsvarig livränta”. De ser ut som följer för ett försäkringsbelopp på € 1:

$$\frac{N(x)}{D(x)} \quad (3.18)$$

respektive

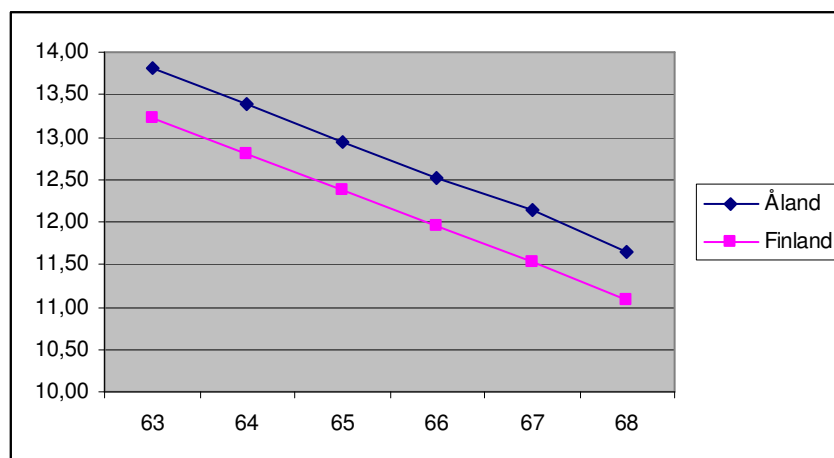
$$\frac{N(x+m)}{D(x)} \quad (3.19)$$

Där x är ålder och m är efter hur många år utbetalning skall ske (hur många år arbetstagaren har kvar att arbeta innan pensionering). För andra försäkringsexempel samt härledning av ovanstående kapitalvärdesberäkningar se Andersson, [2].

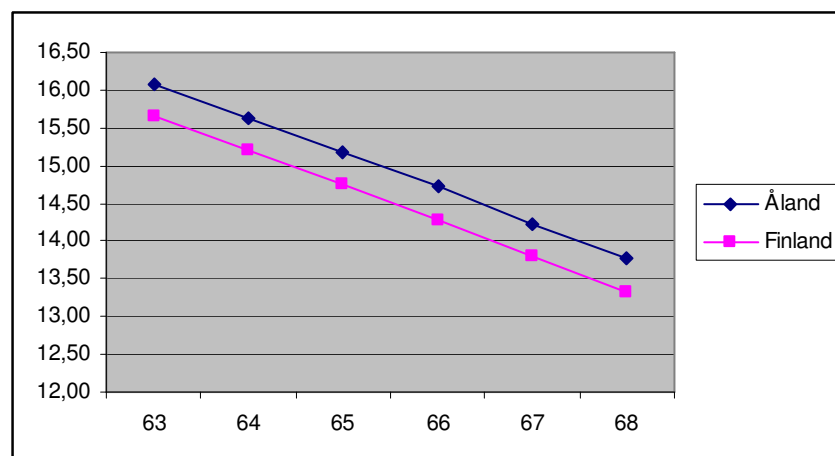
Försäkringsbeloppet är ovan satt till 1 €. I praktiken är försäkringsbeloppet naturligtvis högre vilket innebär att kapitalvärdena beräknat med 1 € ovan skall multipliceras med försäkringsbeloppet (nedan kallad den fonderade pensionen) för att få de rätta kapitalvärdena.

Nu kan vi jämföra vad skillnaden i kapitalvärde för € 1 på Åland och i Finland för män och kvinnor skulle bli om vi tar hänsyn till de olika långa livslängderna. Från försäkringen betalas det alltså ut 1 € per år så länge den försäkrade lever.

Figur 3.3 Kapitalvärdet av en livsvarig genast börjande livränta på € 1 för en 63-68-årig man.

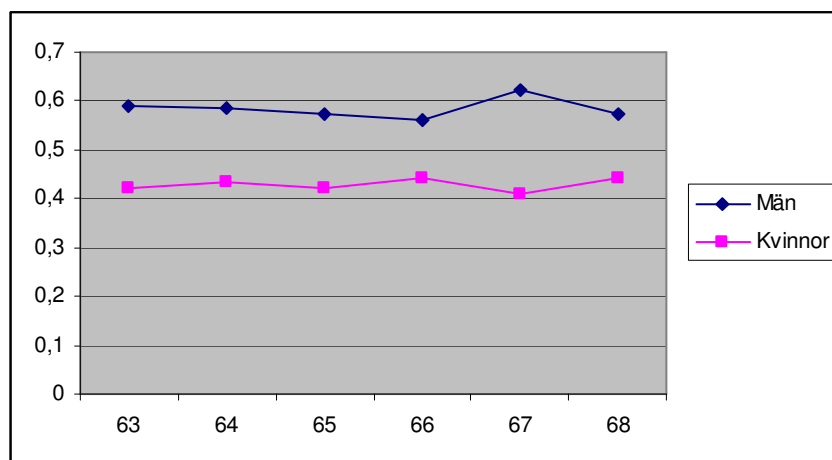


Figur 3.4 Kapitalvärdet av en livsvarig genast börjande livränta på € 1 för en 63-68-årig kvinna.



Som synes i figur 3.1 och 3.2 är värdet större på Åland då folk lever längre där. För en 65-årig man skiljer det 0,57 enheter vilket inte verkar mycket i detta fall, men när vi talar om belopp större än en euro blir det betydande, vilket vi kommer att se längre fram.

Figur 3.5 Skillnaden mellan Åland och Finland i kapitalvärdet av en livsvarig genast börjande livränta på € 1 för en 63-68-årig individ



Detta betyder att om pensionsbolag med åländska försäkringstagare använder sig av finsk livslängd i beräkningarna kommer de bolagen att räkna ut ett för lågt kapitalvärde. Det kommer alltså att finnas ett för litet belopp reserverat för utbetalningarna som ska ske i framtiden. Här ovan syns skillnaden för försäkringsbeloppet 1 €, längre fram kommer vi att få se hur stor inverkan egentligen blir när vi tar hänsyn till den fonderade pensionen försäkringstagarna verkligen har tjänat in.

4. Pensionsansvar

4.1 Pensionsansvar

Ett arbetspensionsförsäkringsbolags ansvarighet på grund av försäkringsavtal är samma som bolagets ansvarsskuld. Den består av premieansvar och ersättningsansvar.

Premieansvaret är det samma som kapitalvärdet av de utbetalningar som föranleds av framtida försäkringsfall till den del det för bolaget har uppkommit ansvar (framtidig ålderspension). Som premieansvar betraktas även det ansvar som reserverats för nedsättningar av försäkringsavgifter eller andra motsvarande förmåner samt för täckning av förluster.

Ersättningsansvaret motsvarar obetalda ersättningar och andra belopp som skall betalas med anledning av inträffade försäkringsfall (löpande ålderspension) samt en för skaderiska år riskteoretiskt beräknad reserv, den så kallade utjämningsreserven.

I beräkningsgrunderna för pension för arbetstagare, [8], fås formler för beräkning av ålderspensionsansvaret.

Pensionsansvaret för framtida ålderspension:

$$V_f = \sum_{x < 65} E \frac{N(65)}{D(x + 1/2)} + \sum_{x \geq 65} E \frac{N(x + 1/2)}{D(x + 1/2)} \quad (4.1)$$

och pensionsansvaret för löpande ålderspension:

$$V_l = \sum E \frac{N(x + 1/2)}{D(x + 1/2)} \quad (4.2)$$

E är den fonderade pensionen för varje åldersgrupp. Kommutationsfunktionerna är här förskjutna med ett halvt år där

$$D(x + 1/2) = \frac{D(x) + D(x + 1)}{2} \quad (4.3)$$

På samma sätt görs förskjutningen för N.

För enkelhetens skull antar vi i detta arbete att alla pensionerar sig vid 65 års ålder vilket leder till att sista summan i formeln (4.1) för V_f försvinner och summan för V_l , formel (4.2), börjar vid ålder $x = 65$. I verkligheten kan arbetstagarna i Finland välja att ta ut sin pension mellan 63 och 68 års ålder så detta kommer inte att stämma med Pensions-Alandias siffror, men då vi här endast är intresserade av att se på hur skillnaden i livslängd mellan Finland och Åland påverkar pensionsansvaret är det inte av betydelse för tillfället. Formlerna (4.1) och (4.2) är alltså i princip samma som summan av de uträknade kapitalvärdena (3.18) och (3.19) multiplicerat med värdet av den fonderade pensionen, E, för varje åldersgrupp. Formlerna (4.1) och (4.2) ovan har slutvärdet $x = 99$ då data räcker dit.

Den fonderade pensionen E beräknas enligt beräkningsgrunderna, [8], som:

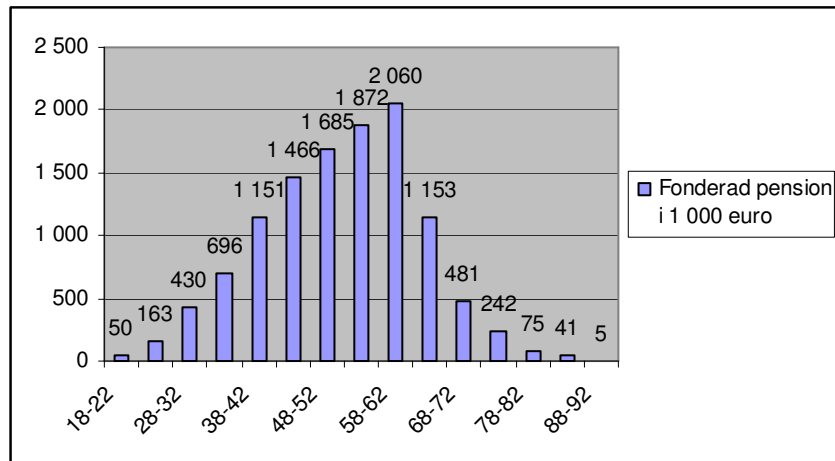
$$E(v) = \begin{cases} E(v-1) + \Delta E(v), & \text{när } x < 55 \\ (E(v-1) + \Delta E(v))(1+i) & \text{när } x \geq 55 \end{cases} \quad (4.4)$$

Där v är året (här 2007) och i är en koefficient med vilken man höjer den fonderade ålderspensionen och som bestäms av Social- och hälsovårdsministeriet, för år 2007 var i satt till 8,56 %. $\Delta E(v)$ fås ur:

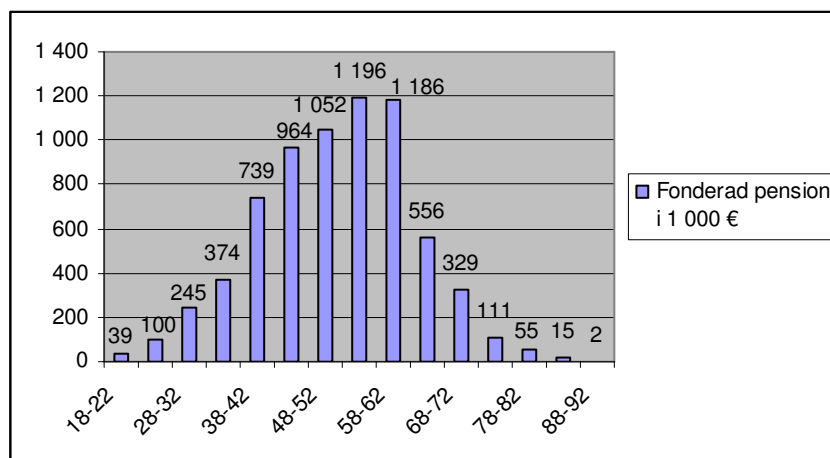
$$\Delta E(v) = \begin{cases} 0,005 \cdot S(v), & \text{när } x < 55 \\ 0, & \text{när } x \geq 55 \end{cases} \quad (4.5)$$

där S(v) är lönen år v.

Figur 4.1 Pensions-Alandias fonderade pension (E) 2007, män

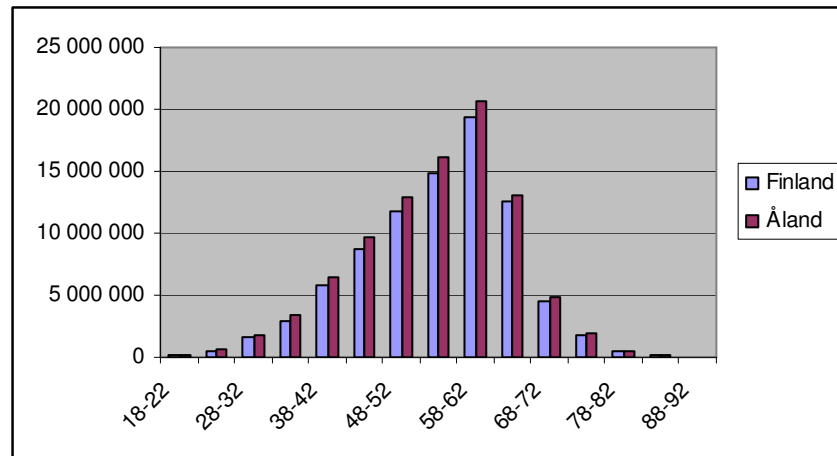


Figur 4.2 Pensions-Alandias fonderade pension (E) 2007, kvinnor

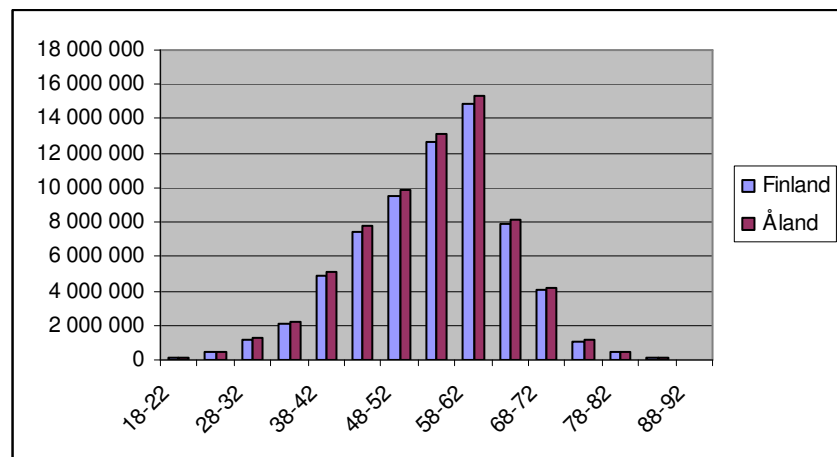


Med den fonderade pensionen som Pensions-Ålandia har (totalt € 11 570 641 för män och € 6 963 507 för kvinnor) blir pensionsansvaret som följer om vi räknar ut ansvaret enligt finsk och åländsk livslängd skilt enligt (4.1) och (4.2) med antagen pensionsålder vid 65 år:

Figur 4.3 Pensionsansvar 2007 för män



Figur 4.4 Pensionsansvar 2007 för kvinnor



Om vi i denna ögonblicksbild summerar det beräknade pensionsansvaret för alla åldrar för Åland respektive Finland ser vi hur stor skillnaden blir;

Män: Pensionsansvar(Åland) - Pensionsansvar(Finland)
 $96\,594\,256 - 89\,030\,764 = 7\,563\,492$

Kvinnor: Pensionsansvar(Åland) - Pensionsansvar(Finland)
 $69\,415\,926 - 66\,771\,937 = 2\,643\,990$

Till skillnad från att räkna kapitalvärdet för en euro ser vi här hur stor inverkan ett felaktigt dödlighetsantagande för de åländska försäkringstagarna har på Pensions-Alandia, hela € 10 207 482. Denna siffra ser inte lovande ut, men Pensions-Alandia drabbas inte av denna stora skillnad i dagsläget då det inte bara skiljer i livslängd mellan Åland och övriga Finland utan även i invaliditetsfall och arbetslöshetsnivåer, där Åland har lägre siffror än övriga Finland. Till exempel kan vi i Nordisk statistisk årsbok 2007, [4], läsa att arbetslösheten i procent var 7,8 % i Finland och endast 2,6 % på Åland år 2006. Vi kan på Pensions-Alandias utjämningsreserv 2006 se att den längre pensionstiden på Åland i dagsläget tas ut av att antalet invalid- och arbetslöshetspensioner är färre då utjämningsbeloppet för ålderspension är -1 206 735 € medan den för invalid- och arbetslöshetspension är 17 317 382 € respektive 4 875 669 €. Det totala utjämningsbeloppet blir alltså positivt.

Arbetsgivare får själva välja var försäkringarna samlas vilket betyder att Pensions-Alandia även har försäkrade från övriga Finland vilket i sin tur betyder att siffrorna för skillnaden i pensionsansvar blir lite lägre egentligen, men inte betydande då det är mest åländska företag som är försäkrade hos Pensions-Alandia.

Som synes har kvinnorna lägre pensionsansvar än männen när man räknar med kapitalvärdet av den fonderade pensionen. Detta syns redan på siffrorna för den fonderade pensionen, figur 4.1 och 4.2. Detta beror alltså inte på att kvinnor lever längre då den fonderade pensionen enligt formel (4.3) och (4.4) inte beror på livslängden. Tvärtom blir pensionsansvaret för samma fonderade pension högre för en kvinna än för en man då den förväntade livslängden är längre hos kvinnor än män. Att den fonderade pensionen är lägre för kvinnor beror främst på att det är färre kvinnor i den privata sektorn samt en liten del i att lönerna skiljer mellan män och kvinnor vilket i sin tur leder till lägre pension för kvinnorna. Detta syns bl.a. i en rapport från ÅSUB om löner inom den privata sektorn på Åland, [9], där kan man läsa följande (data från oktober 2006):

Bransch	Andel kvinnor	Andel män	Medelförtjänst ordinarie arbetstid, kvinnor	Medelförtjänst ordinarie arbetstid, män
Hela privata sektorn	34,3 %	65,7 %	€ 2 200	€ 2 711

Då skillnaden i livslängd är större för män än för kvinnor leder ovanstående resonemang till att skillnaden i pensionsansvar totalt blir större då det är fler män som arbetar inom den privata sektorn.

Frågan att besvara nu är om denna skillnad i ålderspensionsansvar kommer att bestå i framtiden eller om den kommer att öka/minska.

5. Prognos

5.1 Prognos över livslängden

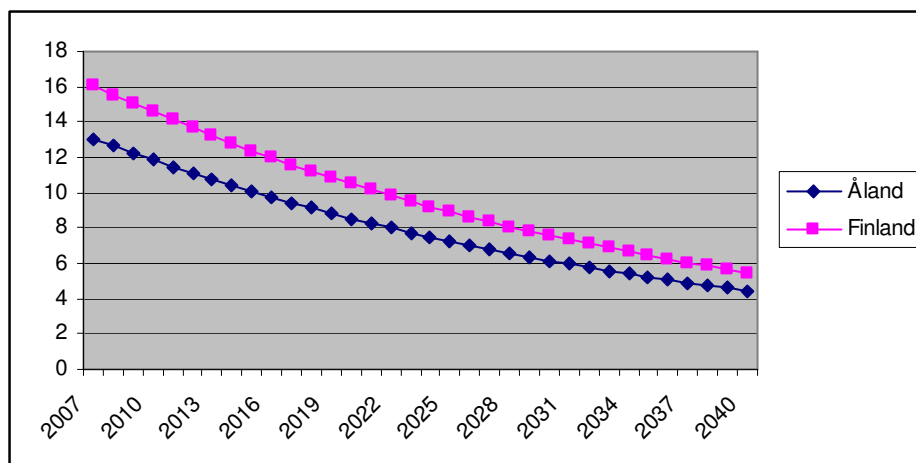
En fråga vi nu kan ställa oss är; kommer skillnaden i livslängd att bestå?

Ingen kan veta med säkerhet hur länge människor kommer att leva, men vi kan se bakåt i tiden och skatta livslängder framåt i tiden. På statistikcentralens hemsida finns prognoser för dödlighetskoefficienten för olika kommuner och åldrar fram till år 2040. Vi jämför då framöver medeltalet av Ålands 16 kommuners dödlighetskoefficienter med hela Finlands 416. Dödlighetskoefficienterna från statistikcentralen anger hur många promille av befolkningen i respektive åldersklass som avlider under ett år och motsvarar alltså vår tidigare nämnda dödsrisk, q_x , uttryckt i promille. Av dessa kan vi sedan få fram en prognos på förväntad återstående livslängd för olika åldrar på Åland och i Finland.

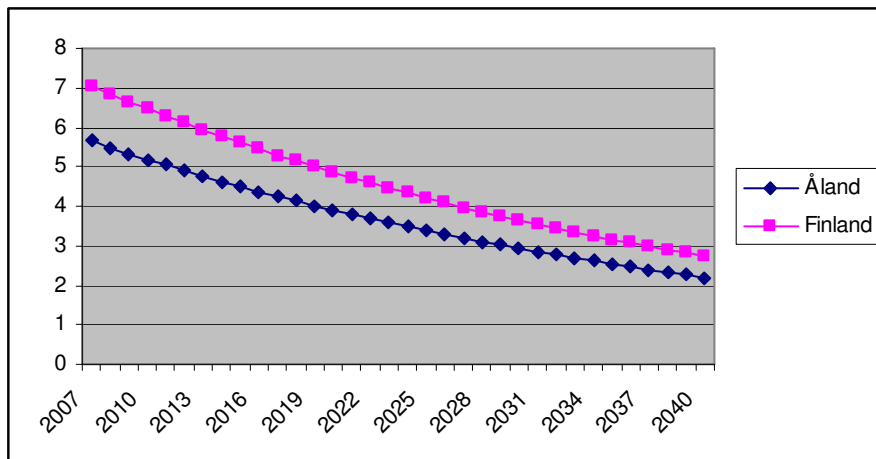
Statistikcentralens befolkningsprognos är en demografisk trendkalkyl, där befolkningsutvecklingen antagits fortsätta på samma sätt inom kommunerna som under de senaste åren. I prognosen har man inte försökt uppskatta hur ekonomiska, socialpolitiska, regionalpolitiska faktorer och dylikt inverkat på befolkningsutvecklingen.

Nedan syns figurer över de prognostiserade dödsriskerna (i promille) för år 2007-2040 för en 65-årig individ där vi ser att dödsriskerna minskar med tiden samt att skillnaden mellan Åland och Finland minskar. Även i prognoserna är uppgifterna för Åland inkluderade i uppgifterna för den finska befolkningen även om uppgifterna också presenteras separat för Åland.

Figur 5.1 Dödsriskerna i, promille, för år 2007-2040 för en 65-årig man



Figur 5.2 Dödsriskerna, i promille, för år 2007-2040 för en 65-årig kvinna



De individer bland 100 000 levande födda som vid aktuella dödsrisker beräknas uppnå åldern x år; de betecknas här l'_x . Antalet 0-åringar är $l'_0=100\ 000$ och kvarlevande vid övriga åldrar beräknas på följande sätt:

$$l'_x = l'_{x-1}(1 - q_{x-1}) \quad (5.1)$$

Återstående medellivslängden vid födelsen kallas kortare för medellivslängden. Den återstående medellivslängden beräknas med uttrycket i (3.6):

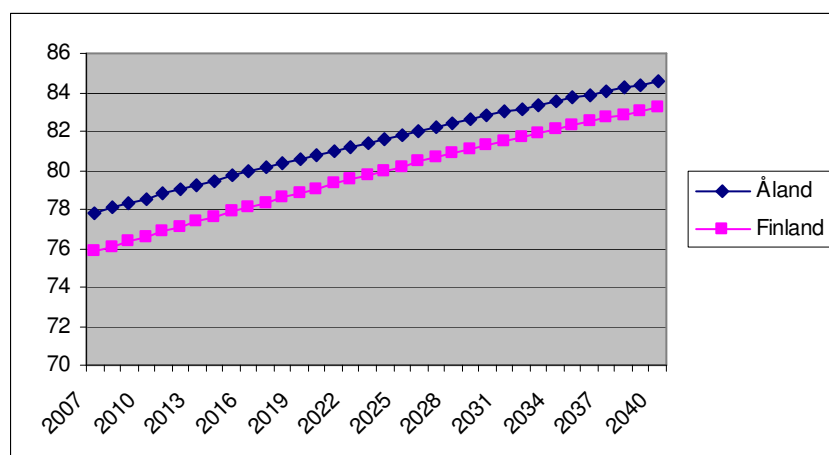
$$E[T_x] = \frac{\sum_{i=x}^w l'_i}{l'_x} - \frac{1}{2}$$

Den högsta ålder i hela år som antas kunna uppnås betecknas w , här sätter vi $w = 99$ då vi har data dit trots att många kan bli äldre än så.

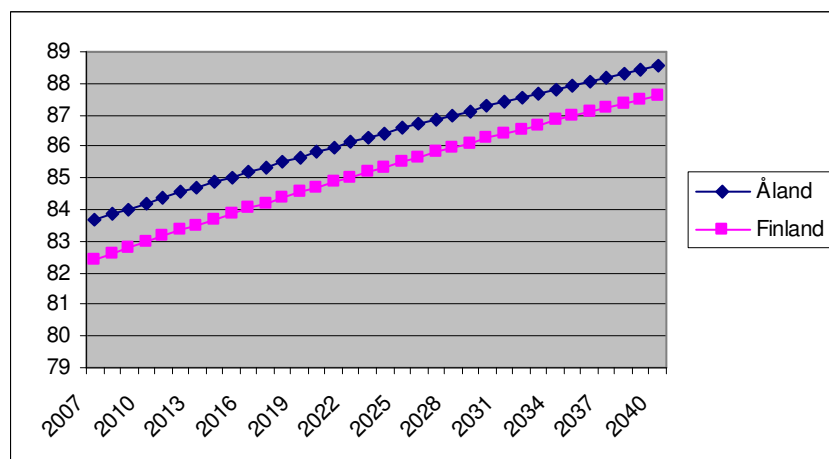
För bevis av formel (5.1) se Andersson, [2].

Genom att göra dessa beräkningar för hela Finland och sedan Åland skilt kan vi se att livslängderna närmar sig varandra, men det kommer fortfarande att finnas en liten skillnad.

Figur 5.3 Prognos över förväntad medellivslängd vid födseln för män, 2007-2040

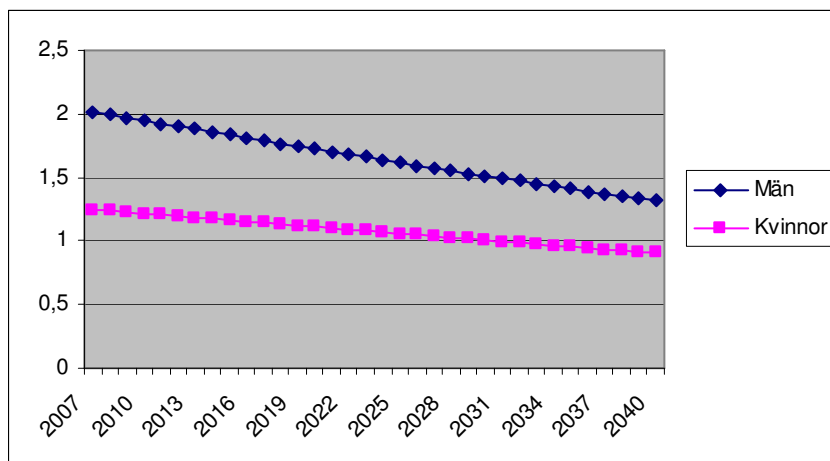


Figur 5.4 Prognos över förväntad medellivslängd vid födseln för kvinnor, 2007-2040



I figurerna ovan syns framför allt att livslängden fortsätter att öka. För männen ökar den förväntade livslängden från 77,8 år 2007 till 84,6 år 2040 på Åland och från 75,8 till 83,2 i Finland. Det är en livslängdsökning på 6,7 år på Åland och 7,4 år i Finland. Att skillnaden i livslängd mellan Åland och Finland minskar syns bättre i figur 5.5.

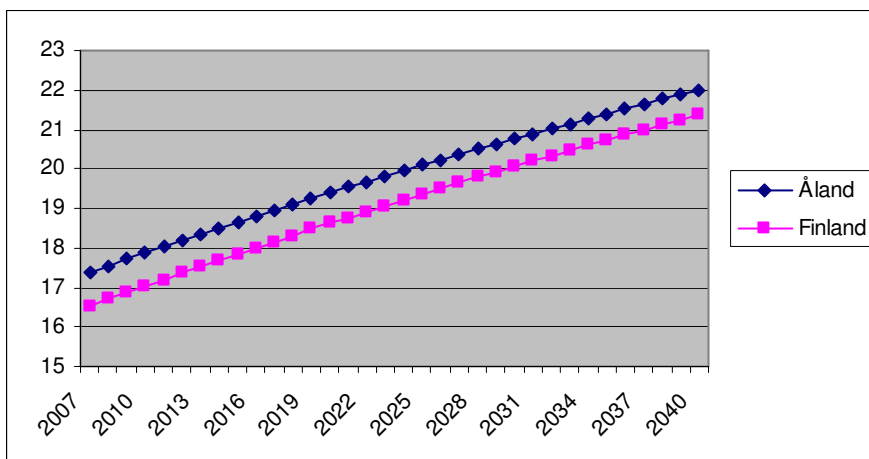
Figur 5.5 Skillnad mellan prognosen av den förväntade livslängden på Åland och i Finland



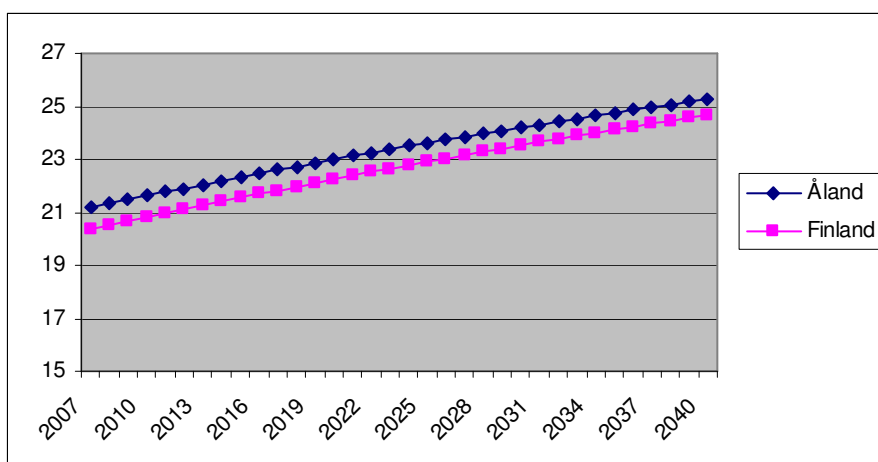
I figur 5.5 syns tydligt att skillnaden i livslängd kommer att minska, minskningen är 0,7 år för män och 0,3 för kvinnor. År 2040 har skillnaden alltså sjunkit till 1,3 år för män och 0,9 för kvinnor.

Skillnaden i återstående livslängd minskar även för en 65-åring.

Figur 5.6 Prognos över förväntad återstående livslängd för en 65-årig man

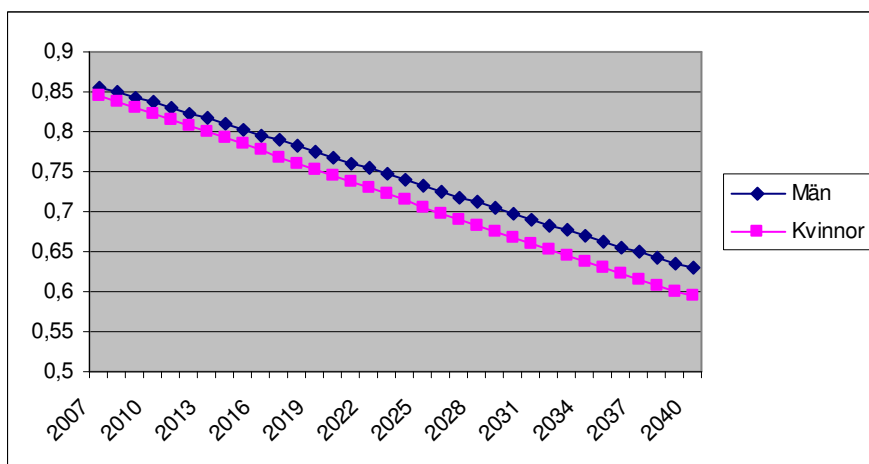


Figur 5.7 Prognos över förväntad återstående livslängd för en 65-årig kvinna



År 2040 förväntas alltså en 65-årig man leva tills han blir 86,9 år gammal på Åland och 86,4 år i Finland enligt prognosen och en 65-årig kvinna till 90,3 år på Åland och 89,7 år i Finland.

Figur 5.8 Skillnad mellan Åland och Finland i prognosen över förväntad återstående livslängd för en 65-årig individ



Intressant blir nu att se hur denna minskning i skillnaden i livslängd kommer att påverka pensionsansvaret. Kommer Åland fortsättningsvis att avsätta för liten summa till pensioner eller kommer det att jämnas ut sig i framtiden?

5.2 Prognos på pensionsansvaret

Hur mycket kommer då den prognostiserade minskning av skillnaden i livslängd på Åland och i Finland att påverka pensionsansvaret?

Vi börjar med att se på hur skillnaden i pensionsansvaret skulle bli om alla årskullar i Pensions-Ålandias försäkringsbestånd skulle ha samlat på sig € 1, E är alltså 1 för alla årskullar i formel 4.1 och 4.2 med hänsyn till vårt antagande om att alla går i pension vid ålder 65, alltså

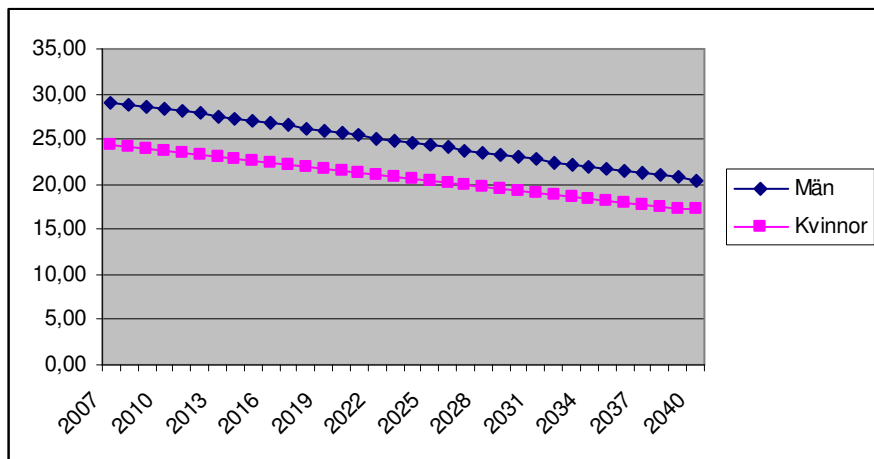
$$V_f = \sum_{x < 65} E \frac{N(65)}{D(x + 1/2)}$$

och

$$V_l = \sum_{x \geq 65} E \frac{N(x + 1/2)}{D(x + 1/2)}$$

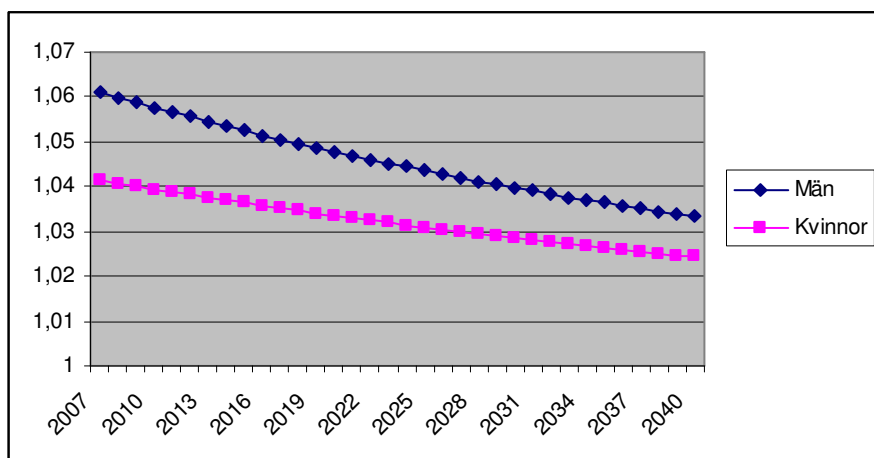
Vi räknar kapitalvärdena enligt ovanstående formler genom att räkna nya kommutationsfunktioner för varje år. I Finland räknas D och N talen inte om så ofta, men vi gör det i denna uppsats för att se på skillnaden år för år. I Finland används egentligen en åldersförskjutning bakåt i kommutationsfunktionerna för både män och kvinnor då det gått ett visst antal år.

Figur 5.9 Skillnad mellan Åland och Finland i pensionsansvar för 1 € per årskull



En följd av att livslängderna närmar sig varandra i Finland och på Åland blir självklart att även kapitalvärdena närmar sig varandra. Ovan syns att för männen ligger skillnaden på 28,86 enheter 2008 för att efter 21 år ligga på 20,47 enheter. Vi kommer längre fram att se på den relativa minskningen av pensionsansvaret för att inte få med inflationseffekten då vi använder fonderad pension i beräkningarna istället för 1€. Vi ser därför även på den relativa minskningen för pensionsbeloppet 1 € per årskull:

Figur nr 5.10 Kvot mellan Ålands och Finlands prognostiserade pensionsansvar för 1 € per årskull



Det relativa värdet minskar alltså också. Av figuren ovan syns att pensionsansvaret går från att vara 6,1 % högre på Åland än i Finland för män år 2008 till att år 2040 vara 3,3 % högre.

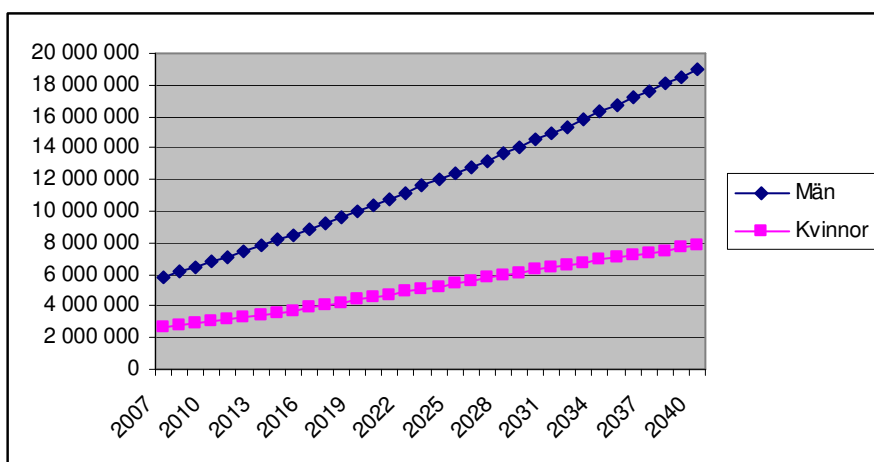
För att få en prognos över ”det riktiga” pensionsansvaret måste vi först prognostisera den fonderade ålderspensionen enligt formel 4.4 och 4.5. Vi behöver alltså prognostisera lönen S och koefficienten för höjning av den fonderade pensionen, i . Enligt Pensionsmyndigheten är $i = 7,3\%$ år 2008 men kan i fortsättningen prognostiseras med 4% . I beräkningsgrunderna för arbetspension, [8], finns även en formel för att räkna ut lön som man inte har siffror på, den räknas enligt:

$$S(v) = S(v-1) \cdot \frac{I(v)}{I(v-1)} \quad (5.2)$$

Där $I(v)$ är lönekoeficienten för år v . I rapporten Lagstadgade pensioner i Finland, [3], har man använt sig av en löneökning om $3,79\%$ år 2010 och framåt, vilket även vi gör i denna rapport. Vi antar att det i framtiden kommer att vara samma åldersproportion vilket är en grov uppskattning, men åter igen är det effekten av de olika livslängderna som är viktigast och inte hur korrekt själva pensionsansvaret blir. Då får vi ut ΔE ur formel (4.5) och genom ovanstående höjning av den fonderade pensionen i fås sedan en prognos på E genom (4.4).

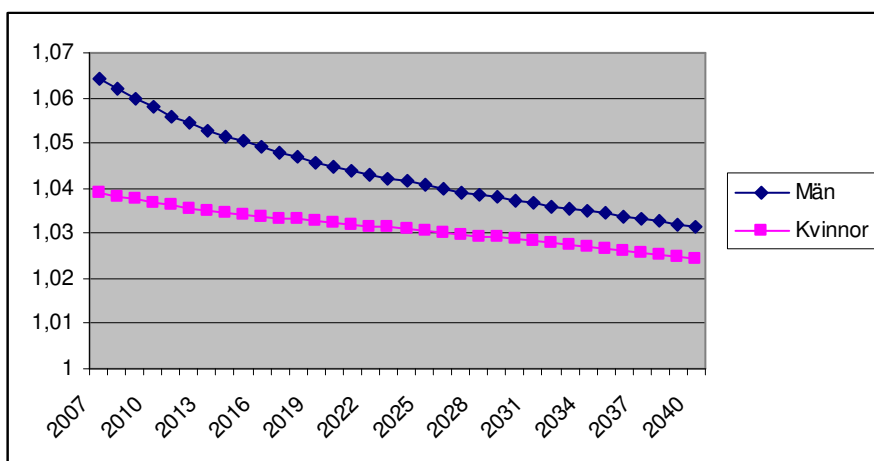
När vi prognostiserar kommutationsfunktionerna, D och N , enligt formel 3.14 och 3.16 genom att använda ovanstående uträknade prognostiserade sannolikheter att överleva ålder x , $l(x)$, får vi sedan ut pensionsansvaret för framtida ålderspensioner (formel 4.1) samt för löpande pensioner (formel 4.2) med pensionsålder 65. Detta genom att vi räknar ut nya kommutationsfunktioner och fonderade pensioner för varje år.

Figur 5.11 Skillnad mellan Åland och Finland i prognostiserat pensionsansvar



Skillnaden i det absoluta pensionsansvaret ökar på grund av inflationseffekten. För att få en mer riktig analys ser vi därför istället på det relativa pensionsansvaret:

Figur 5.12 Kvot mellan det prognostiserade pensionsansvaret på Åland och i Finland



Nu ser vi att minskningen av skillnaden i livslängd får effekt på pensionsansvaret. Medan männen år 2008 har ungefär 6,4 % högre pensionsansvar på Åland än vad uträkningarna resulterar i om man använder finsk livslängd som nu har de år 2040 sjunkit till ungefär 3 % mer. ”Problemen” med längre förväntad livslängd på Åland kommer alltså att avmattas, men ändå finnas kvar i framtiden.

6. Sammanfattning och slutsatser

6.1 Sammanfattning

Det har visat sig att befolkningen på Åland lever längre än befolkningen i övriga Finland. Detta gäller såväl för kvinnor som för män. Männen lever nästan tre år längre på Åland än i övriga Finland och skillnaden är över ett år för kvinnor. Detta får stor inverkan på Pensions-Alandias pensionsansvar då bolaget främst vänder sig till de åländska arbetstagarna. Beräkningsgrunderna för det finska ålderspensionssystemet är lika för alla bolag i Finland och då även för Pensions-Alandia. I beräkningsgrunderna används finsk statistik, alltså finsk livslängd när ålderspensionsansvaret skall räknas ut. Detta leder till att ett bolag som Pensions-Alandia kommer att avsätta för liten summa till ålderspensionsansvaret då utbetalningarna kommer att vara längre än beräknat. För Pensions-Alandias del skiljer det 7 563 492 € i pensionsansvar för män och 2 643 990 € för kvinnor om vi jämför vad bolaget borde ha avsatt med hänsyn till de åländska livslängderna och vad bolaget enligt beräkningsgrunderna nu avsätter till pensionsansvaret.

Från prognoserna för dödligheten i Finlands olika kommuner har vi räknat ut prognoser på livslängden på Åland och i Finland fram till år 2040 och det har visat sig att skillnaden i livslängd i framtiden kommer att minska om vi inte tar hänsyn till hur ekonomiska, socialpolitiska, regionalpolitiska faktorer och dylikt inverkat på befolkningsutvecklingen. I och med att skillnaden i livslängd minskar kommer även det relativa värdet av skillnaden i pensionsansvar att minska. Medan männen år 2008 har ungefär 6 % högre pensionsansvar på Åland än vad uträkningarna resulterar i om man använder finländsk livslängd som nu har de år 2040 sjunkit till ungefär 3 % högre pensionsansvar. Dock kommer det även i fortsättningen att finnas skillnad.

6.2 Diskussion

Då det är så stor skillnad i livslängd mellan befolkningen på Åland och i övriga Finland blir en fråga vi kan ställa oss direkt; när räknas en person som ålänning? Statistiken utgår ifrån var i Finland personer är skrivna så i princip är alla som är skrivna på Åland med i statistiken över Åland. Men vid diskussion av möjlig lösning till detta problem kommer argument som inflyttning och så vidare antagligen mot.

I rapporten Finlandssvenskarna 2005, [1], kan läsas att det har påvisats att den svenskspråkiga befolkningen har en längre förväntad livslängd än den finska. Orsaken beror delvis på socioekonomiska olikheter men skillnader kvarstår trots att de olikheterna beaktas. I Appendix A.4 kan vi se att dödligheten för svenskspråkiga i Finland alltid varit lägre än för finskspråkiga. Detta innebär i princip att den inverkan som skillnaden i livslängd har på pensionsansvaret som vi sett i denna avhandling även gäller för bolag i övriga Finland som främst vänder sig till svenskspråkiga försäkringstagare. Problemet växer då till att inte endast påverka Pensions-Alandia utan även andra finlandssvenska bolag.

Det blir ändå svårt att diskutera vad en möjlig lösning på detta problem skulle vara. En möjlighet är att hitta en koefficient vilken visar hur mycket mer en svenskspråkig individ får i pension och lägga detta på det gemensamma ansvaret, alltså på det som delas mellan alla

pensionsförsäkringsbolag. Svårigheten är då; var ska gränsen dras? Räcker det att dra gräns vid modersmål eller måste vi även ta hänsyn till andra faktorer och så vidare. I praktiken blir denna lösning alltså svår.

Intressant i framtiden blir att jämföra dessa skillnader i pensionsansvar om vi även tar hänsyn till hur länge arbetstagare inom den privata sektorn är i arbetslivet. År 2005 blev valbart att gå i pension mellan 63 och 68 års ålder, data finns alltså nu endast för 3 år, så det är för tidigt att säga om det finns skillnad i pensionsålder på Åland och i Finland, men i framtiden kan det vara intressant att ta i beaktande vid pensionsansvarsjämförelser som den vi gjort i denna rapport om skillnaden i livslängd inte minskar som det ser ut.

6.3 Slutsatser

Vi har sett att i dagsläget drabbas ålderspensionsdelen hos Pensions-Alandia stort av att skillnaden i livslängd på Åland och i övriga Finland är så stor som den är. Om arbetslösheten och/eller invalidpensionerna ökar på Åland kommer det att vara märkbart på hela Pensions-Alandias verksamhet.

Statistikcentralens prognos över dödligheten visar att skillnaden ovan kommer att minska, men inte försvinna helt. Det kommer alltså i fortsättningen att finnas skillnad i ålderspensionsansvaret om vi tar hänsyn till att den åländska befolkningen lever längre än i övriga Finland. Pensions-Alandia borde, om prognosen stämmer, fortfarande efter 30 år avsätta 3 % mer i ålderspension än vad beräkningsgrunderna visar på. Det är alltså av intresse att även i fortsättningen se på hur livslängderna utvecklas på riktigt då prognoser på livslängder ofta tenderar att inte helt överensstämmer med verkligheten.

7. Källförteckning

- [1] Finlandssvenskarna 2005 – en statistisk rapport
- [2] Gunnar Andersson: Livförsäkringsmatematik (2005)
- [3] Lagstadgade pensioner i Finland
- [4] Nordisk statistisk årsbok 2007
- [5] Numerisk och diskret matematik av S.Bjon – G.Högnäs – T.Koski – P. Lindholm – P.Salminen
- [6] Pensionsskyddscentralen: Handbok för beräkning av arbetspensioner 2007
- [7] Pensionsskyddscentralen: Ålderspension 2008 inom den privata sektorn, broschyr
Pensionsskyddscentralen: Arbetstagarens pension 2008, broschyr
- [8] Työntekijän eläkelain (TyEL) mukaisen eläkevakuutuksen erityisperusteet
(pensionsförsäkringens beräkningsgrunder enligt lag om pension för arbetstagare)
- [9] ÅSUB: Löner inom den privata sektorn 2006

Hemsidor med data:

www.alandia.ax

www.asub.ax

www.tilastokeskus.fi (statistikcentralen)

Appendix A.1. Livslängdstabeller

Dödlighets- och livslängdstal Finland 2002-2006

Ålder	Dödsrisiker o/oo			Kvarlevande av 100 000 levande födda			Förväntat antal levnadsår		
	Båda könen	Män	Kvinnor	Båda könen	Män	Kvinnor	Båda könen	Män	Kvinnor
0	3,06	3,38	2,73	100 000	100 000	100 000	78,79	75,32	82,14
1	0,25	0,30	0,19	99 694	99 662	99 727	78,03	74,57	81,37
2	0,18	0,23	0,12	99 669	99 632	99 708	77,05	73,59	80,38
3	0,20	0,25	0,16	99 651	99 609	99 696	76,07	72,61	79,39
4	0,16	0,18	0,14	99 631	99 584	99 681	75,08	71,63	78,40
5	0,18	0,22	0,14	99 615	99 565	99 666	74,09	70,64	77,42
6	0,12	0,12	0,12	99 597	99 544	99 652	73,11	69,66	76,42
7	0,14	0,09	0,18	99 585	99 532	99 641	72,11	68,66	75,44
8	0,13	0,15	0,11	99 572	99 523	99 622	71,12	67,67	74,45
9	0,11	0,13	0,10	99 559	99 509	99 611	70,13	66,68	73,46
10	0,13	0,17	0,09	99 547	99 496	99 601	69,14	65,69	72,47
11	0,11	0,12	0,10	99 535	99 479	99 592	68,15	64,70	71,47
12	0,11	0,13	0,08	99 524	99 468	99 582	67,16	63,71	70,48
13	0,13	0,17	0,10	99 513	99 455	99 575	66,16	62,72	69,48
14	0,20	0,26	0,14	99 500	99 439	99 565	65,17	61,73	68,49
15	0,23	0,28	0,18	99 480	99 413	99 550	64,18	60,74	67,50
16	0,34	0,44	0,22	99 457	99 386	99 533	63,20	59,76	66,51
17	0,41	0,52	0,29	99 424	99 342	99 511	62,22	58,78	65,53
18	0,66	1,03	0,28	99 384	99 290	99 482	61,25	57,81	64,55
19	0,61	0,87	0,34	99 318	99 188	99 454	60,29	56,87	63,57
20	0,63	0,90	0,36	99 257	99 102	99 420	59,32	55,92	62,59
21	0,77	1,09	0,43	99 194	99 013	99 384	58,36	54,97	61,61
22	0,71	1,06	0,34	99 118	98 905	99 342	57,40	54,03	60,63
23	0,75	1,17	0,32	99 048	98 800	99 308	56,44	53,09	59,65
24	0,68	1,10	0,23	98 973	98 685	99 276	55,49	52,15	58,67
25	0,64	0,95	0,31	98 906	98 576	99 252	54,52	51,21	57,69
26	0,67	0,96	0,36	98 843	98 483	99 222	53,56	50,26	56,71
27	0,67	0,97	0,35	98 777	98 388	99 186	52,60	49,30	55,73
28	0,67	1,05	0,26	98 711	98 293	99 151	51,63	48,35	54,75
29	0,74	1,08	0,38	98 645	98 189	99 125	50,66	47,40	53,76
30	0,79	1,20	0,36	98 572	98 083	99 087	49,70	46,45	52,78
31	0,87	1,28	0,44	98 495	97 966	99 051	48,74	45,51	51,80
32	0,87	1,31	0,40	98 409	97 841	99 007	47,78	44,57	50,82
33	0,78	1,08	0,47	98 323	97 712	98 967	46,82	43,62	49,84
34	0,93	1,24	0,61	98 247	97 607	98 921	45,86	42,67	48,86
35	1,15	1,58	0,70	98 155	97 487	98 861	44,90	41,72	47,89
36	1,15	1,60	0,68	98 043	97 332	98 791	43,95	40,79	46,93
37	1,22	1,72	0,70	97 930	97 177	98 724	43,00	39,85	45,96
38	1,36	1,96	0,75	97 811	97 010	98 655	42,05	38,92	44,99
39	1,40	2,00	0,77	97 677	96 820	98 581	41,11	37,99	44,03
40	1,55	2,17	0,90	97 541	96 627	98 505	40,17	37,07	43,06
41	1,72	2,36	1,05	97 390	96 417	98 416	39,23	36,15	42,10
42	1,94	2,64	1,21	97 223	96 190	98 313	38,29	35,23	41,14
43	2,08	2,81	1,33	97 035	95 936	98 193	37,37	34,32	40,19
44	2,40	3,33	1,45	96 833	95 667	98 063	36,45	33,42	39,24
45	2,73	3,88	1,55	96 601	95 348	97 921	35,53	32,53	38,30
46	2,78	3,91	1,61	96 337	94 978	97 769	34,63	31,65	37,36

47	3,12	4,20	2,01	96 070	94 607	97 612	33,72	30,77	36,42
48	3,34	4,68	1,98	95 770	94 209	97 415	32,83	29,91	35,49
49	3,64	4,98	2,29	95 451	93 769	97 223	31,93	29,04	34,56
50	4,06	5,54	2,56	95 103	93 302	97 001	31,05	28,18	33,64
51	4,50	6,01	2,97	94 717	92 785	96 752	30,18	27,34	32,72
52	4,75	6,58	2,90	94 291	92 227	96 464	29,31	26,50	31,82
53	5,02	6,92	3,10	93 843	91 621	96 185	28,44	25,68	30,91
54	5,65	7,99	3,28	93 372	90 987	95 887	27,58	24,85	30,00
55	5,72	8,21	3,21	92 844	90 260	95 572	26,74	24,05	29,10
56	6,56	9,11	3,98	92 313	89 519	95 265	25,89	23,24	28,19
57	6,76	9,29	4,24	91 708	88 703	94 886	25,06	22,45	27,31
58	7,49	10,45	4,55	91 088	87 879	94 483	24,23	21,65	26,42
59	8,05	11,17	4,98	90 406	86 961	94 053	23,40	20,88	25,54
60	8,58	12,21	5,05	89 679	85 990	93 585	22,59	20,11	24,66
61	8,82	12,45	5,34	88 909	84 940	93 113	21,78	19,35	23,78
62	9,83	13,78	6,11	88 125	83 883	92 615	20,97	18,59	22,91
63	10,43	14,78	6,38	87 258	82 727	92 050	20,18	17,84	22,05
64	11,14	16,07	6,62	86 349	81 505	91 462	19,38	17,10	21,18
65	12,31	17,55	7,57	85 387	80 195	90 856	18,60	16,37	20,32
66	13,17	18,65	8,30	84 336	78 787	90 169	17,82	15,66	19,47
67	13,88	19,95	8,56	83 225	77 317	89 421	17,05	14,94	18,63
68	15,60	22,61	9,56	82 070	75 775	88 655	16,29	14,24	17,79
69	17,24	24,35	11,25	80 790	74 062	87 807	15,53	13,56	16,95
70	19,14	27,82	11,96	79 397	72 259	86 819	14,80	12,88	16,14
71	21,13	30,12	13,91	77 877	70 249	85 781	14,07	12,24	15,33
72	22,94	32,23	15,76	76 233	68 134	84 588	13,37	11,60	14,54
73	26,31	37,54	17,89	74 484	65 939	83 256	12,67	10,97	13,76
74	28,10	39,53	19,86	72 525	63 465	81 767	12,00	10,37	13,01
75	32,05	45,36	22,81	70 488	60 959	80 144	11,33	9,78	12,26
76	34,60	49,57	24,68	68 231	58 197	78 318	10,69	9,22	11,53
77	39,57	55,43	29,53	65 872	55 316	76 386	10,05	8,67	10,81
78	44,91	61,87	34,80	63 267	52 252	74 133	9,44	8,15	10,12
79	49,18	68,04	38,59	60 429	49 025	71 556	8,86	7,66	9,47
80	55,81	75,21	45,76	57 461	45 694	68 800	8,30	7,18	8,83
81	61,21	82,11	51,04	54 259	42 265	65 656	7,76	6,72	8,23
82	70,33	92,82	60,06	50 942	38 799	62 310	7,23	6,28	7,64
83	78,33	102,44	67,98	47 367	35 207	58 576	6,74	5,87	7,09
84	87,56	111,38	77,95	43 665	31 604	54 606	6,26	5,48	6,57
85	96,25	121,61	86,50	39 849	28 094	50 357	5,82	5,10	6,09
86	110,76	137,71	100,87	36 022	24 686	46 013	5,38	4,73	5,61
87	120,85	141,53	113,73	32 045	21 293	41 389	4,99	4,41	5,18
88	137,96	165,60	128,84	28 190	18 296	36 704	4,60	4,06	4,78
89	153,01	179,75	144,65	24 321	15 276	32 002	4,26	3,76	4,41
90	168,02	198,50	158,86	20 618	12 545	27 397	3,93	3,47	4,07
91	192,96	227,16	183,24	17 175	10 063	23 077	3,62	3,21	3,74
92	208,98	235,02	201,97	13 873	7 777	18 868	3,37	3,01	3,47
93	230,12	263,31	221,42	10 992	5 953	15 086	3,13	2,78	3,22
94	246,56	277,42	238,83	8 475	4 390	11 765	2,91	2,59	2,99
95	260,59	311,22	248,63	6 406	3 177	8 988	2,70	2,39	2,77
96	292,06	325,05	284,50	4 750	2 189	6 777	2,47	2,24	2,52
97	321,59	360,22	313,11	3 371	1 487	4 856	2,28	2,07	2,33
98	329,76	349,46	326,83	2 302	964	3 351	2,12	1,95	2,16
99	348,86	406,11	337,67	1 545	635	2 256	1,92	1,73	1,96

Dödlighets- och livslängdstal
Åland
2002-2006

Ålder	Dödsrisiker o/oo			Kvarlevande av 100 000 levande födda			Förväntat antal levnadsår		
	Båda könen	Män	Kvinnor	Båda könen	Män	Kvinnor	Båda könen	Män	Kvinnor
0	2,91	4,18	1,52	100 000	100 000	100 000	80,79	78,04	83,51
1	0,74	1,43	0,00	99 709	99 582	99 848	80,02	77,36	82,64
2	0,73	0,00	1,52	99 636	99 440	99 848	79,08	76,47	81,64
3	1,43	2,76	0,00	99 563	99 440	99 697	78,14	75,47	80,76
4	1,38	0,00	2,90	99 421	99 166	99 697	77,25	74,68	79,76
5	0,66	0,00	1,40	99 283	99 166	99 407	76,36	73,68	78,99
6	0,00	0,00	0,00	99 217	99 166	99 269	75,41	72,68	78,10
7	0,00	0,00	0,00	99 217	99 166	99 269	74,41	71,68	77,10
8	0,00	0,00	0,00	99 217	99 166	99 269	73,41	70,68	76,10
9	0,00	0,00	0,00	99 217	99 166	99 269	72,41	69,68	75,10
10	0,00	0,00	0,00	99 217	99 166	99 269	71,41	68,68	74,10
11	0,00	0,00	0,00	99 217	99 166	99 269	70,41	67,68	73,10
12	0,00	0,00	0,00	99 217	99 166	99 269	69,41	66,68	72,10
13	0,00	0,00	0,00	99 217	99 166	99 269	68,41	65,68	71,10
14	0,57	1,09	0,00	99 217	99 166	99 269	67,41	64,68	70,10
15	0,00	0,00	0,00	99 161	99 057	99 269	66,45	63,75	69,10
16	0,00	0,00	0,00	99 161	99 057	99 269	65,45	62,75	68,10
17	0,00	0,00	0,00	99 161	99 057	99 269	64,45	61,75	67,10
18	0,64	1,25	0,00	99 161	99 057	99 269	63,45	60,75	66,10
19	0,00	0,00	0,00	99 098	98 934	99 269	62,49	59,83	65,10
20	0,76	1,45	0,00	99 098	98 934	99 269	61,49	58,83	64,10
21	0,78	1,50	0,00	99 022	98 790	99 269	60,53	57,91	63,10
22	0,00	0,00	0,00	98 945	98 642	99 269	59,58	57,00	62,10
23	0,00	0,00	0,00	98 945	98 642	99 269	58,58	56,00	61,10
24	0,00	0,00	0,00	98 945	98 642	99 269	57,58	55,00	60,10
25	0,70	1,36	0,00	98 945	98 642	99 269	56,58	54,00	59,10
26	0,68	0,00	1,38	98 876	98 508	99 269	55,62	53,07	58,10
27	0,66	0,00	1,35	98 808	98 508	99 131	54,66	52,07	57,18
28	1,31	1,29	1,33	98 743	98 508	98 998	53,69	51,07	56,25
29	0,00	0,00	0,00	98 614	98 380	98 866	52,76	50,13	55,33
30	1,24	1,18	1,30	98 614	98 380	98 866	51,76	49,13	54,33
31	1,23	2,40	0,00	98 492	98 265	98 737	50,82	48,19	53,40
32	0,61	1,22	0,00	98 371	98 029	98 737	49,89	47,31	52,40
33	0,00	0,00	0,00	98 311	97 910	98 737	48,92	46,36	51,40
34	0,00	0,00	0,00	98 311	97 910	98 737	47,92	45,36	50,40
35	0,00	0,00	0,00	98 311	97 910	98 737	46,92	44,36	49,40
36	0,51	1,05	0,00	98 311	97 910	98 737	45,92	43,36	48,40
37	0,50	1,02	0,00	98 261	97 807	98 737	44,94	42,41	47,40
38	0,50	1,02	0,00	98 212	97 707	98 737	43,96	41,45	46,40
39	0,00	0,00	0,00	98 163	97 608	98 737	42,98	40,49	45,40
40	0,53	1,04	0,00	98 163	97 608	98 737	41,98	39,49	44,40
41	0,54	1,07	0,00	98 111	97 506	98 737	41,01	38,53	43,40
42	1,09	2,15	0,00	98 058	97 402	98 737	40,03	37,57	42,40
43	1,62	3,20	0,00	97 951	97 192	98 737	39,07	36,65	41,40
44	1,62	2,24	1,08	97 793	96 881	98 737	38,13	35,77	40,40
45	1,62	2,23	1,04	97 635	96 663	98 630	37,19	34,85	39,44
46	1,08	0,00	2,08	97 476	96 448	98 527	36,25	33,93	38,48
47	1,07	1,12	1,02	97 371	96 448	98 322	35,29	32,93	37,56

48	2,07	1,08	3,01	97 268	96 340	98 221	34,33	31,96	36,60
49	4,53	5,19	3,90	97 066	96 235	97 925	33,40	31,00	35,71
50	2,96	5,09	0,96	96 626	95 736	97 543	32,55	30,16	34,85
51	2,93	4,05	1,89	96 340	95 249	97 449	31,64	29,31	33,88
52	2,93	5,09	0,94	96 058	94 863	97 265	30,74	28,43	32,94
53	1,48	2,06	0,94	95 777	94 380	97 174	29,82	27,57	31,97
54	2,49	4,06	0,99	95 635	94 186	97 083	28,87	26,62	31,00
55	1,45	0,97	1,93	95 397	93 803	96 987	27,94	25,73	30,03
56	5,76	6,68	4,82	95 259	93 712	96 799	26,98	24,76	29,09
57	6,75	9,44	3,92	94 710	93 087	96 333	26,13	23,92	28,23
58	4,06	4,94	3,13	94 071	92 208	95 956	25,31	23,14	27,34
59	4,77	6,20	3,27	93 690	91 753	95 655	24,41	22,25	26,42
60	8,05	10,00	5,68	93 243	91 184	95 343	23,52	21,39	25,51
61	7,06	8,32	5,60	92 492	90 273	94 802	22,71	20,60	24,65
62	2,70	2,52	2,92	91 839	89 522	94 271	21,87	19,77	23,79
63	9,94	13,21	6,19	91 591	89 297	93 996	20,92	18,82	22,85
64	8,88	12,54	4,75	90 680	88 117	93 414	20,13	18,06	21,99
65	11,68	15,05	7,99	89 875	87 013	92 970	19,31	17,29	21,10
66	12,85	20,80	4,83	88 825	85 703	92 227	18,53	16,54	20,26
67	11,78	13,85	9,83	87 684	83 920	91 781	17,76	15,88	19,36
68	11,46	18,14	5,14	86 651	82 757	90 879	16,97	15,10	18,55
69	12,64	16,60	8,74	85 658	81 256	90 412	16,16	14,37	17,64
70	21,22	29,95	12,73	84 575	79 907	89 622	15,36	13,60	16,79
71	25,31	33,79	17,18	82 781	77 514	88 481	14,68	13,01	16,00
72	19,43	19,15	19,72	80 685	74 895	86 960	14,05	12,44	15,27
73	14,57	23,85	6,01	79 118	73 460	85 246	13,32	11,68	14,57
74	29,53	40,23	19,90	77 965	71 708	84 733	12,51	10,95	13,65
75	32,52	45,50	21,85	75 663	68 824	83 047	11,87	10,39	12,92
76	31,22	41,27	23,22	73 202	65 692	81 232	11,26	9,86	12,20
77	28,65	42,83	17,65	70 917	62 981	79 347	10,60	9,26	11,48
78	40,59	56,02	29,53	68 886	60 283	77 946	9,90	8,66	10,67
79	34,42	28,61	38,34	66 089	56 906	75 644	9,30	8,14	9,98
80	49,13	76,53	31,51	63 814	55 278	72 744	8,61	7,36	9,36
81	48,54	57,98	42,94	60 679	51 048	70 452	8,03	6,93	8,65
82	54,97	60,88	51,66	57 734	48 088	67 426	7,41	6,33	8,01
83	88,71	121,69	70,14	54 560	45 161	63 944	6,82	5,71	7,42
84	82,80	93,88	77,04	49 720	39 665	59 458	6,43	5,43	6,95
85	77,31	126,45	51,65	45 603	35 941	54 878	5,97	4,94	6,48
86	112,23	145,90	95,88	42 078	31 396	52 043	5,43	4,58	5,81
87	134,48	184,50	110,89	37 355	26 816	47 054	5,05	4,28	5,37
88	133,17	198,69	101,89	32 332	21 868	41 836	4,76	4,13	4,98
89	122,77	102,81	131,53	28 026	17 523	37 573	4,41	4,04	4,49
90	210,56	185,38	221,22	24 585	15 721	32 631	3,96	3,44	4,09
91	200,61	307,03	160,79	19 409	12 807	25 413	3,88	3,11	4,11
92	152,26	176,83	145,54	15 515	8 875	21 327	3,73	3,27	3,81
93	245,86	257,66	242,72	13 153	7 305	18 223	3,30	2,86	3,37
94	215,01	314,29	193,02	9 919	5 423	13 800	3,22	2,68	3,29
95	223,55	0,00	257,81	7 786	3 719	11 136	2,96	2,68	2,96
96	215,14	324,32	192,31	6 046	3 719	8 265	2,67	1,68	2,81
97	265,16	296,30	255,21	4 745	2 513	6 676	2,27	1,25	2,36
98	403,64	983,11	367,89	3 487	1 768	4 972	1,91	0,56	2,00
99	497,24	0,00	500,00	2 079	30	3 143	1,86	3,00	1,88

Appendix A.2

Framräknade kommutationsfunktioner

x	Män				Kvinnor			
	Finland		Åland		Finland		Åland	
	D(x)	N(x)	D(x)	N(x)	D(x)	N(x)	D(x)	N(x)
0	1 000 000	29 649 434	1 000 000	29 976 041	1 000 000	30 500 400	1 000 000	30 619 184
1	967 594	28 666 304	966 816	28 993 413	968 227	29 516 385	969 398	29 635 931
2	939 125	27 712 933	937 317	28 041 182	939 844	28 562 816	941 163	28 679 599
3	911 560	26 787 752	910 017	27 118 046	912 363	27 636 397	912 369	27 753 791
4	884 791	25 889 548	881 077	26 221 694	885 649	26 737 834	885 795	26 854 121
5	858 860	25 017 891	855 415	25 354 800	859 731	25 864 833	857 494	25 982 777
6	833 664	24 171 583	830 500	24 510 616	834 570	25 018 119	831 362	25 138 411
7	809 288	23 350 290	806 310	23 693 558	810 169	24 195 440	807 148	24 319 413
8	785 644	22 552 764	782 826	22 897 760	786 428	23 397 561	783 639	23 523 880
9	762 651	21 778 785	760 025	22 127 679	763 438	22 622 333	760 814	22 751 908
10	740 344	21 027 234	737 888	21 377 489	741 125	21 870 459	738 655	22 002 030
11	718 657	20 297 891	716 396	20 651 688	719 477	21 139 861	717 140	21 274 384
12	697 646	19 589 694	695 530	19 944 488	698 451	20 431 298	696 253	20 567 540
13	677 242	18 902 397	675 272	19 260 425	678 055	19 742 749	675 974	19 881 675
14	657 406	18 235 021	655 604	18 593 747	658 241	19 074 994	656 285	19 215 396
15	638 094	17 587 410	635 809	17 949 259	638 975	18 426 085	637 170	18 568 914
16	619 338	16 958 647	617 290	17 321 703	620 256	17 796 863	618 612	17 940 871
17	601 033	16 348 584	599 311	16 714 498	602 057	17 185 401	600 594	17 331 511
18	583 223	15 756 416	581 855	16 122 906	584 352	16 592 584	583 101	16 739 508
19	565 654	15 182 057	564 207	15 550 851	567 171	16 016 522	566 117	16 165 139
20	548 702	14 624 903	547 774	14 994 088	550 464	15 458 084	549 628	15 607 109
21	532 242	14 084 490	531 045	14 455 403	534 239	14 915 433	533 620	15 065 722
22	516 180	13 560 287	514 805	13 931 835	518 456	14 389 458	518 077	14 539 714
23	500 612	13 051 965	499 811	13 425 377	503 183	13 878 350	502 988	14 029 417
24	485 465	12 558 922	485 253	12 932 068	488 372	13 382 938	488 338	13 533 592
25	470 806	12 080 873	471 120	12 454 729	474 035	12 901 448	474 114	13 052 599
26	456 659	11 617 139	456 776	11 989 898	460 085	12 434 739	460 305	12 585 225
27	442 934	11 167 415	443 472	11 540 830	446 525	11 981 148	446 277	12 132 062
28	429 615	10 731 136	430 556	11 102 824	433 366	11 541 556	432 697	11 692 522
29	416 661	10 308 063	417 472	10 679 775	420 632	11 114 274	419 534	11 266 528
30	404 090	9 897 686	405 313	10 267 572	408 225	10 700 183	407 315	10 853 139
31	391 851	9 499 772	393 047	9 869 185	396 193	10 297 699	394 935	10 451 952
32	379 952	9 113 870	380 683	9 481 511	384 482	9 907 690	383 432	10 062 976
33	368 401	8 739 752	369 146	9 107 543	373 133	9 528 615	372 264	9 684 976
34	357 286	8 376 922	358 395	8 742 956	362 095	9 161 320	361 422	9 318 339
35	346 452	8 025 086	347 956	8 390 649	351 334	8 804 332	350 895	8 962 027
36	335 828	7 683 948	337 821	8 046 943	340 862	8 458 556	340 675	8 616 447
37	325 527	7 353 322	327 637	7 715 024	330 710	8 122 501	330 752	8 280 578
38	315 502	7 032 802	317 769	7 391 564	320 852	7 797 038	321 119	7 954 846
39	305 713	6 722 239	308 201	7 079 386	311 272	7 480 705	311 766	7 638 248
40	296 215	6 421 279	299 224	6 774 966	301 973	7 174 401	302 685	7 331 224
41	286 964	6 129 726	290 205	6 480 952	292 914	6 876 679	293 869	7 032 790
42	277 949	5 847 272	281 452	6 194 467	284 083	6 588 496	285 310	6 743 401
43	269 141	5 573 759	272 665	5 918 059	275 475	6 308 439	277 000	6 462 087
44	260 569	5 308 911	263 877	5 649 137	267 097	6 037 470	268 932	6 189 321
45	252 137	5 052 575	255 614	5 390 131	258 940	5 774 171	260 816	5 924 240

46	243 843	4 804 591	247 617	5 137 820	251 009	5 519 515	252 955	5 667 604
47	235 815	4 564 800	240 405	4 894 635	243 305	5 272 077	245 076	5 418 336
48	227 985	4 332 895	233 142	4 657 027	235 743	5 032 857	237 694	5 177 286
49	220 310	4 108 778	226 104	4 428 276	228 425	4 800 509	230 075	4 943 027
50	212 828	3 892 210	218 381	4 205 047	221 265	4 575 954	222 502	4 717 121
51	205 485	3 683 076	210 941	3 991 420	214 269	4 357 924	215 814	4 497 728
52	198 301	3 481 188	203 968	3 783 009	207 410	4 147 369	209 132	4 285 491
53	191 258	3 286 428	197 019	3 583 476	200 786	3 943 025	202 851	4 079 330
54	184 404	3 098 609	190 887	3 388 699	194 334	3 745 741	196 758	3 879 726
55	177 602	2 917 603	184 574	3 201 763	188 055	3 554 300	190 839	3 685 756
56	171 014	2 743 334	179 024	3 019 298	181 991	3 369 560	184 921	3 498 048
57	164 519	2 575 544	172 650	2 843 990	175 986	3 190 299	178 671	3 316 025
58	158 243	2 414 223	166 039	2 674 077	170 136	3 017 536	172 788	3 140 585
59	152 030	2 259 037	160 407	2 511 586	164 429	2 849 980	167 229	2 970 341
60	145 953	2 110 118	154 769	2 353 264	158 844	2 688 638	161 829	2 806 074
61	139 971	1 967 100	148 760	2 202 171	153 440	2 532 231	156 224	2 646 752
62	134 204	1 830 104	143 226	2 055 585	148 175	2 381 712	150 824	2 493 558
63	128 500	1 698 671	138 705	1 915 381	142 980	2 235 858	146 004	2 344 911
64	122 914	1 573 066	132 885	1 778 608	137 930	2 095 702	140 874	2 201 654
65	117 416	1 452 815	127 399	1 649 499	133 026	1 959 949	136 120	2 063 038
66	111 995	1 338 208	121 826	1 523 840	128 174	1 829 633	131 100	1 929 502
67	106 705	1 228 781	115 817	1 405 993	123 408	1 703 572	126 666	1 800 643
68	101 530	1 124 760	110 885	1 291 847	118 788	1 582 769	121 768	1 676 326
69	96 344	1 025 724	105 703	1 184 307	114 225	1 465 978	117 614	1 556 860
70	91 261	932 038	100 920	1 080 308	109 651	1 354 323	113 190	1 441 188
71	86 138	843 215	95 047	982 829	105 183	1 246 641	108 494	1 330 570
72	81 111	759 729	89 161	890 219	100 700	1 143 961	103 524	1 224 291
73	76 213	680 950	84 905	803 965	96 227	1 045 237	98 527	1 123 532
74	71 216	607 336	80 466	720 470	91 754	951 508	95 082	1 026 720
75	66 412	538 454	74 980	643 381	87 313	861 719	90 476	933 755
76	61 556	474 530	69 484	570 513	82 838	776 892	85 921	845 751
77	56 804	415 307	64 676	504 184	78 442	696 016	81 482	761 874
78	52 095	360 907	60 102	441 083	73 911	620 053	77 712	682 563
79	47 454	311 094	55 083	384 128	69 263	548 233	73 221	606 690
80	42 942	265 956	51 949	330 288	64 656	481 513	68 363	536 244
81	38 563	225 166	46 576	280 977	59 904	418 969	64 280	469 706
82	34 369	188 769	42 598	236 671	55 196	361 690	59 728	407 840
83	30 279	156 393	38 840	195 708	50 377	308 614	54 993	350 311
84	26 389	128 145	33 119	159 646	45 595	260 924	49 646	298 058
85	22 775	103 524	29 136	128 891	40 822	217 422	44 487	250 957
86	19 429	82 506	24 710	101 522	36 214	179 225	40 960	208 540
87	16 270	64 603	20 491	79 402	31 626	144 987	35 955	169 529
88	13 573	49 811	16 223	60 557	27 229	115 909	31 037	136 601
89	11 003	37 415	12 621	46 734	23 050	90 456	27 062	107 141
90	8 772	27 692	10 993	34 657	19 158	69 713	22 818	82 567
91	6 832	19 774	8 695	24 971	15 667	52 006	17 253	61 945
92	5 126	13 951	5 850	17 449	12 436	38 292	14 057	47 271
93	3 809	9 392	4 675	12 715	9 654	26 984	11 662	33 564
94	2 727	6 254	3 369	8 143	7 310	18 838	8 574	24 178
95	1 916	3 847	2 243	5 916	5 421	12 212	6 717	16 006
96	1 282	2 362	2 178	3 303	3 969	7 849	4 840	10 750
97	845	1 218	1 429	1 788	2 761	4 193	3 796	6 048
98	532	631	976	347	1 850	2 229	2 745	3 161
99	340	113	16	5	1 209	403	1 684	561

Appendix A.3

Bevis av Simpsons formel

Simpsons formel är en Newton-Cotes formel som kommer ur följande härledning (för mer studier, se Numerisk och diskret matematik, [5]):

Vi har ett slutet intervall $[a, b]$ med nollpunkterna

$$x_i = a + ih, \quad i=0,1,\dots,n \quad (\text{A.1})$$

Där $h=(b-a)/n$, n är ett positivt heltal

Om vi använder oss av

$$K_i(x) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^n \frac{x - x_k}{x_i - x_k} \quad (\text{A.2})$$

och introducerar en ny variabel t enligt regeln $t = \frac{1}{h}(x - a)$ så övergår $K_i(x)$ på formeln

$$K_i(x) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^n \frac{t - k}{i - k} \quad (\text{A.3})$$

$x_0 < x_1 < \dots < x_n$ utgör en given indelning av $[a, b]$. Då är kvadratsumman

$$Q(f) = \sum_{i=0}^n a_i f(x_i) \quad (\text{A.4})$$

exakt för alla polynom av gradtal $\leq n$ om och endast om

$$a_i = \int_a^b K_i(x) dx \quad (\text{A.5})$$

där $K_i(x)$ är som formel (A.2).

Om vi gör variabeltransformationen (A.3) ovan i integralen (A.5) fås uttrycket

$$a_i = \int_a^b K_i(x) dx = h \int_0^n \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^n \frac{t - k}{i - k} dt \quad (\text{A.6})$$

Det kan visas (genom induktionsbevis) att

$$\prod_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^n \frac{t - k}{i - k} = \frac{(-1)^{n-i}}{i!(n-i)!} \frac{t(t-1)\dots(t-n)}{(t-i)} \quad (\text{A.7})$$

Vi får nu ut kvadratsumman

$$Q(f) = \sum_{i=0}^n a_i f(x_i) = \sum_{i=0}^n f(x_i) \frac{h(-1)^{n-i}}{i!(n-i)!} \int_0^n \frac{t(t-1)\dots(t-n)}{(t-i)} dt \quad (\text{A.8})$$

Vi kan skriva $a_i = (b-a)H_i^{(n)}$ där

$$H_i^{(n)} = \frac{1}{n} \frac{(-1)^{n-i}}{i!(n-i)!} \int_0^n \frac{t(t-1)\dots(t-n)}{(t-i)} dt \quad (\text{A.9})$$

Observera att $h = (b-a)/n$. Nu får vi Newton-Cotes (slutna) formel av ordningen n som

$$Q(f) = (b-a) \sum_{i=0}^n H_i^{(n)} f(a+ih) \quad (\text{A.10})$$

För $n = 2$ får vi Simpsons formel genom följande:

$$\begin{aligned} H_0^{(2)} &= \frac{1}{2} \frac{(-1)^2}{2!} \int_0^2 \frac{t(t-1)(t-2)}{t} dt = \frac{1}{6} \\ H_1^{(2)} &= \frac{1}{2} \frac{(-1)^1}{1} \int_0^2 \frac{t(t-1)(t-2)}{(t-1)} dt = \frac{2}{3} \\ H_2^{(2)} &= \frac{1}{2} \frac{(-1)^2}{2!} \int_0^2 \frac{t(t-1)(t-2)}{(t-2)} dt = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Då fås

$$Q(f) = 2h \sum_{i=0}^2 H_i^{(2)} f(a+ih) = \frac{h}{3} (f(a) + 4f(a+h) + f(a+2h)) \quad (\text{A.11})$$

Denna formel används för att approximera integralen

$$I(f) = \int_a^b f(x) dx = \sum_{i=1}^m I_i(f) = \sum_{i=1}^m \int_{a+2(i-1)h}^{a+2ih} f(x) dx \quad (\text{A.12})$$

$I=[a, b]$ och $n=2m$ för något positivt heltal m .

Följaktligen utgör

$$Q(f) = \sum_{i=1}^m Q_i(f) = \sum_{i=1}^m \frac{h}{3} (f(a+2(i-1)h) + 4f(a+(2i-1)h) + f(a+2ih)) \quad (\text{A.13})$$

en approximation till $I(f)$.

Summeringen ovan ger den s.k. Simpsons regel (Thomas Simpson, 1710-1761)

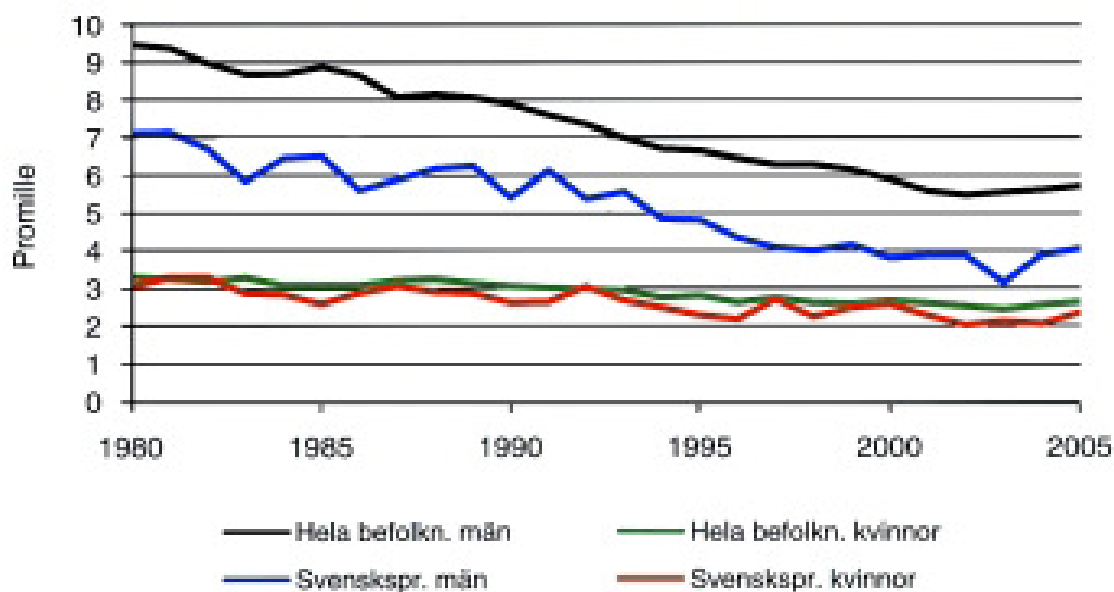
$$Q(f) = \frac{h}{3} (f(a) + 4f(a+h) + 2f(a+2h) + \dots + 4f(b-h) + f(b))$$

Appendix A.4

Dödsrisker efter kön och språk i Finland 1980-2005.

(Åldersstandardiserade efter 1990 års befolkning) Kopia ur Finlandssvenskarna 2005, [1]

Dödligheten bland 35-64 åringar efter språk



Dödligheten bland 65-84 åringar efter språk

