Matematisk statistik
Stockholms universitet

Värderingsmodeller för optioner: Black & Scholes modell jämförd med Hestons modell

En empirisk undersökning där Sveriges OMXS30 ligger till grund för jämförelsen mellan modellerna

Elias Berg

Examensarbete 2007:3

ISSN 0282-9169

Postadress:

Matematisk statistik
Matematiska institutionen
Stockholms universitet
106 91 Stockholm
Sverige

Internet:

http://www.matematik.su.se/matstat

Matematisk statistik
Stockholms universitet
Examensarbete **2007:3**,
http://www.matematik.su.se/matstat

Värderingsmodeller för optioner: Black & Scholes modell jämförd med Hestons modell

En empirisk undersökning där Sveriges OMXS30 ligger till grund för jämförelsen mellan modellerna

Elias Berg*

April 2007

Sammanfattning

I denna uppsats jämförs prissättning för indexoptioner i Black & Scholes modell och Hestons modell. Det svenska OMX-indexet ligger till grund för jämförelsen mellan modellerna. I det inledande avsnittet ges en kort introduktion till den svenska optionsmarknaden och tidigare forskning på området. Därefter beskrivs teorin bakom modellerna där partiella differentialekvationer ligger till grund för prissättningen. Dessutom beskrivs svårigheterna med att kalibrera Hestons modell och hur de kan övervinnas. Dessutom beskrivs en vidareutveckling av Black & Scholes modell. Det avslutande kapitlet går igenom resultaten av den empiriska studien.

*E-post: elias.berg@tele2.se. Handledare: Thomas Höglund.

Abstract

This paper studies the pricing bias for index options using different valuation models, the Black & Scholes model and the Heston model. The Swedish OMX-index is analysed in both models. It is a European option, without dividends for the period studied, 1999-2006. In the first sections the main theory behind the models is presented. In the following section the calibration problem is addressed. Different methods are presented as well as practical implementation. Another method for calculating prices with the Black & Scholes model is also developed here. In the last section the results of the empirical study are presented and discussed.

Innehåll

Innehåll **3**

Figurer **4**

1 Introduktion **5**

2 Black och Scholes **7**
2.1 Teori . . . 9
2.2 Skattning av σ . . . 11
2.2.1 Historisk Volatilitet . . . 11
2.2.2 Implicit Volatilitet . . . 11

3 Stokastisk Volatilitet **13**
3.1 Hestonmodellen . . . 13
3.1.1 Parametrar . . . 13
3.2 Prissättning . . . 15
3.2.1 PDE och Lösning . . . 15
3.3 Numerisk Integration . . . 16

4 Kalibrering och utveckling **19**
4.1 Hestons kalibreringsproblem . . . 19
4.2 Kalibreringsmodeller . . . 20
4.2.1 Lsqnonlin . . . 20
4.2.2 Adaptive Simulated Annealing (ASA) . . . 20
4.3 Black & Scholes - två nya metoder . . . 21
4.3.1 Minimering av felet . . . 21
4.3.2 Implicit volatilitetsstruktur . . . 21

5 Resultat **23**
5.1 Slutsats och diskussion . . . 25

Litteraturförteckning **27**

A Appendix **29**

A.1 Heston PDE 29
A.2 Tabeller - Alla År 31
A.3 Tabeller - 1999-2000 32
A.4 Tabeller - 2000-2001 33
A.5 Tabeller - 2001-2002 34
A.6 Tabeller - 2002-2003 35
A.7 Tabeller - 2003-2004 36
A.8 Tabeller - 2004-2005 37
A.9 Tabeller - 2005-2006 38
A.10 Tabeller - Alla år, procentuella fel 39
A.11 Parameterskattningar 40
A.12 Antal optioner (1/2) 41
A.13 Antal optioner (2/2) 42

Figurer

2.1 Köp- och säljoption 8

3.1 Förändring av täthetsfunktion vid olika ρ 14
3.2 Förändring av täthetsfunktion vid olika σ 14
3.3 Integral konvergerar mot noll 17

4.1 Volatilitets yta 22
4.2 Volatilitets yta med linje 22

5.1 Det procentuella felet för optionerna, indelade efter moneyness 24

Kapitel 1

Introduktion

De finansiella marknaderna spelar en viktig roll i ekonomin. Ett företag som behöver pengar kan emittera (sälja) aktier. Den som köper en aktie får därmed en möjlighet att få del av företagets framtida vinster. Företagen betalar regelbundet utdelningar till aktieägarna som baseras på hur bra det går för företaget. Går det dåligt för företaget kan det innebära att aktieägarna inte får någon utdelning. På aktiemarknaden handlar riskvilliga investerare och allmänheten med aktier. Syftet med en organiserad marknadsplats för aktier, en börs, är att bidra till en effektiv förmedling av riskkapital mellan företag och investerare. Det finns också omfattande marknader för finansiella derivat. Ett av de vanligaste derivaten är optioner. En option är en rättighet att köpa eller sälja en finansiell tillgång på ett förutbestämt datum, lösendag, till ett förutbestämt pris, lösenpris (K). Tillgången kan vara en aktie eller en obligation. En köpoption ger rätten till att köpa medan en säljoption ger rättighet till att sälja. De optioner som behandlas i denna uppsats kallas europeiska aktieoptioner och kan endast lösas in på lösendagen. Optioner som kan lösas in under löptidens gång kallas amerikanska. I Sverige är det OMX Stockholmsbörsen som tillhandahåller handeln med optioner. De handlas i kontrakt där ett kontrakt motsvarar 100 stycken underliggande aktier. För aktieoptioner är handelsposten tio kontrakt, medan det är ett kontrakt för indexoptioner. En post indexoptioner motsvarar med andra ord 100 stycken av den underliggande tillgången. OMXS30 index är ett viktat index bestående av de 30 mest omsatta aktierna på Stockholmsbörsen. En unik egenskap för den Svenska aktie- och indexmarknaden är att under en stor del av året förekommer ingen utdelning. Det betyder att justering för detta måste göras endast för månaderna april till juli. Under varje del av året tillhandahålls handeln med optioner från minst 3 klasser av löptider vilka är en, två och tre månader till lösendag.

Syfte med uppsatsen är att jämföra Black & Scholes och Hestons optionsprissättnings modeller med marknaden för OMX index optioner handlade på Stockholmsbörsen. Avsikten är att undersöka till hur stor grad modellerna felprissätter optioner och om de skiljer sig åt för olika löptider och grad av moneyness[1].

Avgränsning

Eftersom detta arbete är en 20 poängs magisteruppsatts på matematiska - statistiska institutionen på Stockholms Universitet avgränsas arbetet till enbart OMX indexoptioner på Stockholmsbörsen. Data över dagliga slutkurser för indexet OMXS30 och för de indexoptioner som handlats under perioden 1999-2006 har tillhandahållits från Stockholmsbörsen, både innehållande priser och handelsvolymer. Eftersom utdelning förekommer för månaderna april till juli har dessa månader inte tagits med i beräkningarna (Byström 2000). Optioner där ingen handel eller där väldigt låg likviditet har förkommit under dagen har också exkluderats. Optioner med en löptid under 15 dagar och över 60 dagar har också tagits bort. Vissa dagar, väldigt få, har exkluderats p.g.a. andra fel, felaktiga priser, saknad av köp eller sälj kurs, fel lösenpris, etc. Räntan som används har erhållits från Riksbanken och utgörs av tre månaders STIBOR.

Tidigare forskning

Efter genombrottet för Black och Scholes formel 1973 har det kommit flertalet forskningsrapporter på området. McBeth och Merville (1979) utvärderade Black & Scholes modell genom att jämföra marknaden på köpoptioner med de teoretiska optionspriserna från Black & Scholes formel. Resultatet visade sig vara att Black & Scholes formel underprissätter innanför-gränsen[2]-optioner och överprissätter utanför-gränsen[3]-optioner med en löptid som är mindre än 90 dagar. I samma rapport redovisades även Blacks resultat som menar på att långt-innanför-gränsen[4]-optioner har modellpriser som är generellt högre än marknaden, samtidigt som långt-ifrån-gränsen[5]-optioner värderas lägre än marknaden. Hull och White (1987) presenterade en mer komplex optionsmodell som bygger på stokastisk volatilitet, vilket de flesta studier idag utgår ifrån. Hull och White menar att Black & Scholes formel underprissätter innanför-gränsen-optioner medan den överprissätter utanför-gränsen-optioner, ju djupare desto större blir överprissättningen.

[1]Moneyness är skillnaden mellan lösenpriset på en option och värdet på optionens underliggande tillgång. Vidare anger termen till vilken grad optionen har ett positivt monetärt värde.

[2]Översättning från engelskans in-the-money (innanför-gränsen)

[3]Översättning från engelskans out-of-the-money (utanför-gränsen)

[4]Översättning från engelskans deep-in-the-money (långt innanför gränsen)

[5]Översättning från engelskans deep-out-of-the-money (långt- utanför-gränsen)

Kapitel 2

Black och Scholes

Det finns sex faktorer som påverkar priset på en option:

1. Dagens aktiepris
2. Lösenpriset, det pris man får köpa ett antal aktier för vid tiden T
3. Tiden till lösendag, den dagen optionen upphör
4. Volatilitet för aktiekurs (standaravvikelsen)
5. Den riskfria räntan

Förväntade utdelningar under optionens löptid påverkar också optionens pris, men vi använder oss av en formel för aktier utan utdelning.

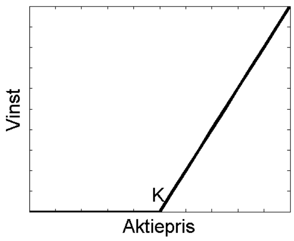
Aktie och lösenpris

Om en option löses in i framtiden är vinsten för en köpoption skillnaden mellan aktiepriset och lösenpriset. Köpoptionen ökar alltså i värde med stigande aktiepris och minskar i värde med ökande lösenpris.

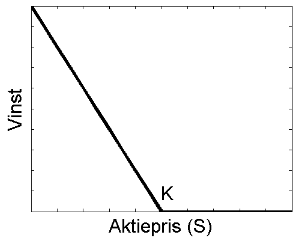
$$Max(S - K, 0)$$

För en säljoption är ersättningen skillnaden mellan lösenpriset och aktiepriset. De fungerar alltså tvärtemot köpoptionen. Säljoptionen minskar i värde med stigande aktiepris och ökar i värde med ökande lösenpris.

$$Max(K - S, 0)$$



(a) Köpoption



(b) Säljoption

Figur 2.1.

Tid till lösendag

För köpoptioner ger en längre tid till lösendagen ett högre pris på optionen. Det beror på att det är större sannolikhet att den underliggande tillgången är värd mer än lösenpriset på lösendagen. För säljoptioner gäller detsamma eftersom det är större sannolikhet för den underliggande tillgången att vara värd mindre än lösenpriset på lösendagen.

Volatilitet

Volatiliteten på en finansiell tillgång är ett statistiskt mått på hur stor osäkerheten är när det gäller fluktuationer i det framtida priset. En ökad volatilitet ökar också chansen för att en aktie eller ett index ska stiga, men också risken för att det kan sjunka i värde. För aktier är en ökat volatilitet alltså förknippat med en högre risk. För optioner är det annorlunda. En innehavare av en köpoption drar nytta av en prisökning, men har samtidigt en begränsad risk vid prisfall då den maximala förlusten är premien, priset för optionen. Med andra ord ökar priset på en köpoption med volatiliteten. Detsamma gäller för en säljoption som ökar i värde av en sjunkande kurs på den underliggande varan men har en begränsad risk för prisökningar.

Riskfri ränta

Ränteförändringar bidrar till prisförändringar hos optioner som inte är alldeles enkla att förstå. En ökad ränta i en ekonomi innebär normalt förväntningar om stigande aktiekurser (Hull, J.C. 1997). Men nuvärdet minskar av framtida betalningar som ägaren av optionen får. För en köpoption ger den första effekten ett ökat pris medan den andra ett minskat pris. Man kan visa att den första effekten av räntehöjning alltid är större än sänkningen av den andra effekten, med andra ord, en högre ränta ger högre priser på köpoptioner. För säljoptioner ger båda dessa effekter ett minskat pris med ökad ränta. Riksbankens 30-dagars Stiborränta används för att värdera optionerna.

2.1 Teori

Black & Scholes (1973) gör följande viktiga antaganden vid optionsvärdering:

1. Priset på den underliggande tillgången, S_t, följer en geometisk brownsk rörelse med *konstant* drift, μ och *konstant* volatilitet, σ.

   $$dS = \mu S dt + \sigma S dZ \tag{2.1}$$

   Där dZ är en Wienerprocess.

2. Det är möjligt att ta korta positioner i underliggande tillgången. En kort position innebär att man säljer en lånad tillgång t.ex. en aktie. Antag att man lånar en aktie som idag är värd 100 SEK som man sedan säljer omgående. Går aktien ner till 90 SEK köps den tillbaka och man lämnar tillbaka den lånade aktien. Man har nu gjort en vinst på 10 kr. Skulle aktien gå upp gör man istället en förlust.

3. De finns inga arbitragemöjligheter

4. De förekommer inga transaktionskostnader vid köp eller försäljning av aktien eller optionen.

5. Det är möjligt att låna pengar till den konstanta riskfria räntan.

6. Handeln i aktien är kontinuerlig och effektiv.

En av de mest centrala delarna av teorin handlar om hur aktiepriset antas röra på sig. En variabel har en lognormal sannolikhetsfördelning om variabelns naturliga logaritm är normalfördelad. Då Black & Scholes modell bygger på att avkastningarna har en normalfördelning är det detsamma som att aktiepriset har en lognormal fördelning. Det grundläggande steget i Black-Scholes formel är att skapa en riskfri portfölj och att arbitragefrihet råder. Huvuddragen i beräkningarna är följande: Antag att f är priset på en köpoption på S. Ito's lemma ger,

$$df = (\frac{\partial f}{\partial S}\mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial^2 S}\sigma^2 S^2)dt + \frac{\partial f}{\partial S}\sigma S dz \tag{2.2}$$

Nästa steg är att sätta ihop en portfölj med en kort position i optionen och en lång position med Δ antal aktier. Π utrycker värdet av portföljen

$$\Pi = -f + \Delta S \tag{2.3}$$

Där förändringen av portföljvärdet kan skivas som

$$d\Pi = -df + \Delta dS \tag{2.4}$$

Genom att stoppa i ekvation 2.1 och 2.2 i 2.4 erhålls

$$d\Pi = -(\frac{\partial f}{\partial S}\mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial^2 S}\sigma^2 S^2)dt - \frac{\partial f}{\partial S}\sigma S dz + \Delta\mu S dt + \Delta\sigma S dz \quad (2.5)$$

$$= (-\frac{\partial f}{\partial S}\mu S - \frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial^2 S}\sigma^2 S^2 + \Delta\mu S)dt + (-\frac{\partial f}{\partial S}\sigma S + \Delta\sigma S)dz \quad (2.6)$$

För att portföljen ska vara riskfri måste $\Delta = \frac{\partial f}{\partial S}$, Vi får då

$$d\Pi = (-\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial^2 S}\sigma^2 S^2)dt \quad (2.7)$$

Villkoret om arbitragefrihet betyder att förändringen av portföljvärdet måste vara lika med den riskfria räntan.

$$d\Pi = r\Pi dt = r(-f + \frac{\partial f}{\partial S}S)dt \quad (2.8)$$

Ekvation 2.7 och 2.8 ger

$$(-\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial^2 S}\sigma^2 S^2)dt = r(-f + \frac{\partial f}{\partial S}S)dt \quad (2.9)$$

Vilket kan skrivas som

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS\frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 f}{\partial^2 S} = rf \quad (2.10)$$

Detta är Black & Scholes berömda partiella differentialekvation, PDE. Lösningen till den beror på randvillkoret. I fallet med en europeisk köpoption är villkoret värdet på lösendagen

$$f = Max(S - K, 0), \quad t = T \quad (2.11)$$

Med det slutgiltiga villkoret kan ekvation lösas bakåt i tiden. Black & Scholes prissättningsformel för en köpoption är

$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2) \quad (2.12)$$

där

$$d_1 = \frac{ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}, \; d_2 = \frac{ln(S_0/K) + (r - \sigma^2/2)(T - t)}{\sigma\sqrt{T}} = \quad (2.13)$$

$$= d_1 - \sigma\sqrt{T - t} \quad (2.14)$$

N(x) är den kumulativa fördelningsfunktionen för en standardiserad normalfördelning. Genom paritet kan man sedan få fram priset för en säljoption. Den förväntade avkastningen, μ, finns inte med i Black & Scholes ekvation. Detta betyder att prisättnigsformeln är oberoende av individuella preferenser. Denna egenskap tillsammans med enkelheten gör att Black & Scholes prissättningsformel är väldigt användbar bland praktiker och akademiker.

2.2 Skattning av σ

För att kunna använda teorin i praktiken behöver vi numeriska skattningar för alla indataparametrar. Som vi sett ovan är de S, r, T,t och σ. Av dessa kan alla utom σ observeras direkt på marknaden. De två enklaste metoderna för att få en uppfattning av σ är att använda sig av antingen ”historisk volatilitet” eller ”implicit volatilitet”.

2.2.1 Historisk Volatilitet

En möjlighet att bestämma volatiliteten är att observera historiska aktiepriser vid fixa tidsintervall, t.ex. veckovis, månadsvis eller årsvis, beroende på hur lång periods volatilitet som önskas. Eftersom volatilitet inte är konstant över tiden är en lösning att använda historiska data för en period som är lika lång som optionens löptid (Björk, T. 2004). Vill man t.ex. prissätta en option som har en löptid på sex månader, använder man således historiska data sex månander bakåt i tiden.

2.2.2 Implicit Volatilitet

Ett argument emot historisk volatilitet är att den verkliga volatiliteten inte är konstant utan förändras över tiden. Om vi använder historisk volatilitet får vi en bra uppskattning av hur volatiliteten varit under den senaste tiden, men säger inte allt om framtiden. Istället kan vi gå bakvägen, då alla parametrar är kända förutom volatiliteten kan vi prova oss fram till vilken volatilitet som ger ett likadant pris som marknadspriset. Vi har nu bestämt den volatilitet marknaden har använt för att komma fram till optionspriset. Detta kallas implicit volatilitet eftersom det är den volatiliteten som är underförstådd i priset. Ordet implicit betyder just underförstådd.

Volatilitetsleende

Om vi väljer ut flera optioner på samma underliggande tillgång, där alla har lika lång löptid men med olika lösenpriser, kan vi enligt ovan ta fram den implicita volatiliteten för respektive option. Intiutivt kan vi förvänta oss att dessa kommer vara identiska. Men i praktiken är det troligt att det inte kommer vara så. Mönstret som de implicit volatiliteterna uppvisar påminner mycket om ett leende (smile eller skew). Volatiliteten för köpoptioner är högre för innanför-gränsen-optioner och utanför-gränsen-optioner än för på-gränsen-optioner. Förklaringarna för detta är relaterade till de antaganden som Black & Scholes gör för prissättningen. Däribland antagandet om lognormal fördelning för avkastningarna (Hull, J.C. 1997).

Kapitel 3

Stokastisk Volatilitet

3.1 Hestonmodellen

Stokastiska volatilitetsmodeller (SV) har använts av många aktiemäklare för att prissätta och hedga optioner. Bland många av dessa SV-modeller är Hestons SV modell en av de mest populära. Det beror på att den inte tillåter negativ volatilitet, tillåter korrelation mellan tillgångarnas avkastning och volatiliteten och har en lösning på sluten form. Heston (1993) föreslog följande modell:

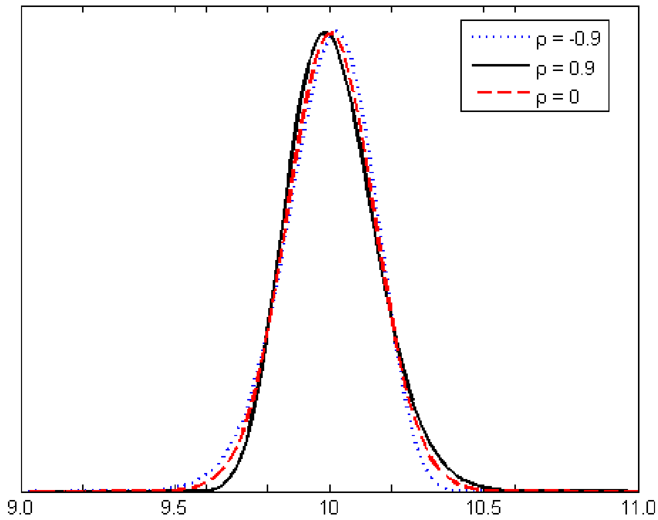
$$dS_t = \mu S_t dt + \sqrt{v_t} S dW_t^1 \tag{3.1}$$

$$dv_t = \kappa(\theta - v_t)dt + \sigma \sqrt{v_t} dW_t^2 \tag{3.2}$$

$$dW_t^1 dW_t^2 = \rho dt \tag{3.3}$$

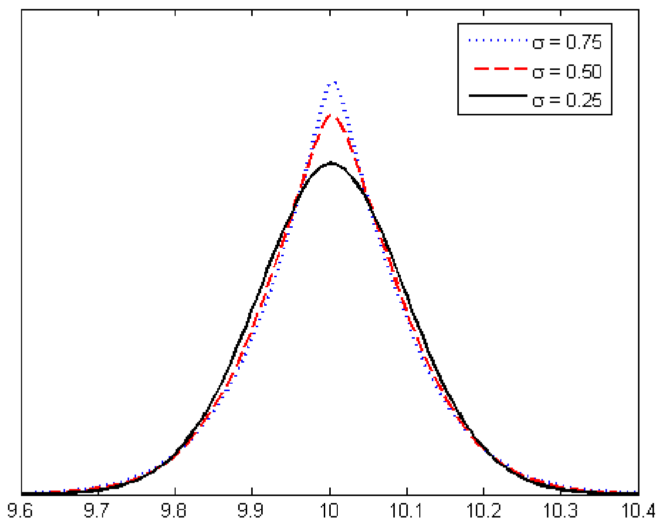
3.1.1 Parametrar

Denna modell bygger på en del av tankarna som finns i Black & Scholes men istället för att anta att volatiliteten är konstant låter man även den vara en Brownsk rörelse. Processen för v_t kallas mean-reverting, det vill säga att processen strävar tillbaka till sin långsiktiga volatilitet, θ, då avvikelser förekommer. κ anger styrkan hos mean-reverting, ju högre desto snabbare återvänder processen till den långsiktiga volatiliteten. σ är i detta fall svängningarna i volatiliteten. Hestonmodellen kan till skillnad från Black & Scholes modell, som antar lognormalfördelning för aktiepriset, beskriva olika fördelningar. Parametern ρ, kan tolkas som korrelation mellan logavkastningarna och volatiliteten för tillgången, påverkar tyngden på svansarna. För $\rho > 0$ ökar volatiliteten då tillgångens pris/avkastning ökar. Detta innebär större högersvans samtidigt som det minskar den vänstra. Omvänt gäller för $\rho < 0$, volatiliteten ökar då tillgångens pris/avkastning minskar. Det innebär en större vänstersvans och en mindre högersvans. Empirisk erfarenhet visar på att en tillgångs avkastning är negativt korrelerad med volatiliteten, känt som ”leverage effect”. ρ påverkar alltså skevheten på fördelningen.



Figur 3.1. Förändring av täthetsfunktion vid olika ρ

σ påverkar topparna (kurtosis) för täthetsfunktionen. Då σ är noll är volatiliteten deterministisk och logavkastningar är då normalfördelade. En ökning av σ kommer ge ökad kurtosis, vilket ger tjockare svansar på båda sidorna, vilket kan ses på bilden nedan.



Figur 3.2. Förändring av täthetsfunktion vid olika σ

3.2 Prissättning

För att kunna prissätta optioner med antagande om stokastisk volatilitet kan man använda arbitrageargument eller använda sig av den riskneutrala värderingsmetoden. För den första skapar vi på samma sätt som för Black & Scholes en arbitragefri portfölj. Men i och med att vi bara har en tillgång med risk, men två stycken slumpvariabler (dW_t^1 och dW_t^2), är marknaden ej komplett. Vi kan alltså inte replikera en option enbart med arbitragefrihetsvillkoret, utan vi behöver ytterligare antaganden. Vi vet samtidigt att marknaden skulle vara komplett om vi hade ytterligare en option på S, med två tillgångar, den underliggande aktien, S, och en benchmark option J. På nytt kan vi då skapa vår riskfria portfölj, Π. Den består av en option H som vi vill prissätta, -Δ_1 andelar av underliggande S och -Δ_2 andelar av benchmark optionen J.

$$\Pi = +H - \Delta_1 S - \Delta_2 J \tag{3.4}$$

Förändringen av portföljvärdet kan skrivas som

$$d\Pi = +dH - \Delta_1 dS - \Delta_2 dJ \tag{3.5}$$

H och J är funktioner av variablerna t, S_t, v_t. Utifrån den tvådimensionella versionen av Ito´s formel får vi fram vad Δ_1 och Δ_2 måste vara för att portföljen ska vara riskfri. Se appendix.

3.2.1 PDE och Lösning

Utifrån beräkningarna i appendix får vi fram att PDE för optionen blir

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} &+ \frac{1}{2} v S^2 \frac{\partial^2 H}{\partial S^2} + \rho\sigma v S \frac{\partial^2 H}{\partial S \partial v} + \frac{1}{2}\sigma^2 v \frac{\partial^2 H}{\partial v^2} \\ &+ rS\frac{\partial H}{\partial S} + \{\kappa[\theta - v(t)] - \Lambda(S,v,t)\sigma\sqrt{v}\}\frac{\partial H}{\partial v} - rH = 0 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Den ospecificerade termen $\Lambda(S,v,t)$ står för marknadspriset för volatilitetsrisktagandet. Heston (1993) väljer denna till att vara propotionell mot voltiliteten, $\Lambda(S,v,t) = k\sqrt{v}$ eller $\Lambda(S,v,t)\sigma\sqrt{v} = k\sigma v$. Om vi sätter $\lambda = k\sigma$ får vi då koeffcienten framför $\frac{\partial H}{\partial v}$ i ekvation 3.6 till att vara $\{\kappa[\theta - v(t)] - \lambda v\}$.

Heston (1993) löser denna ekvation för europeiska optioner med hjälp av karakteristiska funktioner. Lösningen till ekvationen har klara likheter med Black & Scholes formel,

$$C(S,v,t) = SP_1 - Ke^{-r(T-t)}P_2 \tag{3.7}$$

där

$$P_j(x, v_t, T, K) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\int_0^\infty Re\left(\frac{e^{-i\phi\ ln(K)} f_j(x, v_t, T, \phi)}{i\phi}\right) d\phi \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}
x &= \ln(S_t) \\
f_j(x, v_t, T, \phi) &= exp\{C(T-t,\phi) + D(T-t,\phi)v_t + i\phi x\} \\
C(T-t,\phi) &= r\phi ir + \frac{a}{\sigma^2}[(b_j - \rho\sigma\phi i + d)\tau - 2\ln(\frac{1-ge^{dr}}{1-g})] \\
D(T-t,\phi) &= \frac{b_j - \rho\sigma\phi i + d}{\sigma^2}\frac{1-e^{dr}}{1-ge^{dr}} \\
g &= \frac{b_j - \rho\sigma\phi i + d}{b_j - \rho\sigma\phi i - d} \\
d &= \sqrt{(\rho\sigma\phi i - b_j)^2 - \sigma^2(2u_j\phi i - \phi^2)}
\end{aligned}$$

för $j = 1, 2$ och där

$$u_1 = \frac{1}{2}, \quad u_2 = -\frac{1}{2}, \quad a = \kappa\theta, \quad b_1 = \kappa + \lambda - \rho\sigma, \quad b_2 = \kappa + \lambda \tag{3.9}$$

Denna formel ser vid en första anblick inte alldeles enkel ut, det är t.ex. inte alls lika enkelt som det är med Black & Scholes där man ganska enkelt kan räkna ut optionspriserna. Men med Matlab fungerar det väldigt bra. Det problem som uppstår är gränsvärderna för integralen i (3.8). Denna integral kan inte lösas exakt utan vi approximerar med hjälp av någon numerisk integral teknik, t.ex. Gauss Legandre eller Gauss Lobatto integration.

3.3 Numerisk Integration

Gaussisk areaberäkningsregler (Guassian quadrature rules) approximerar en integral för funktionen $f(x)$ över [a,b] genom:

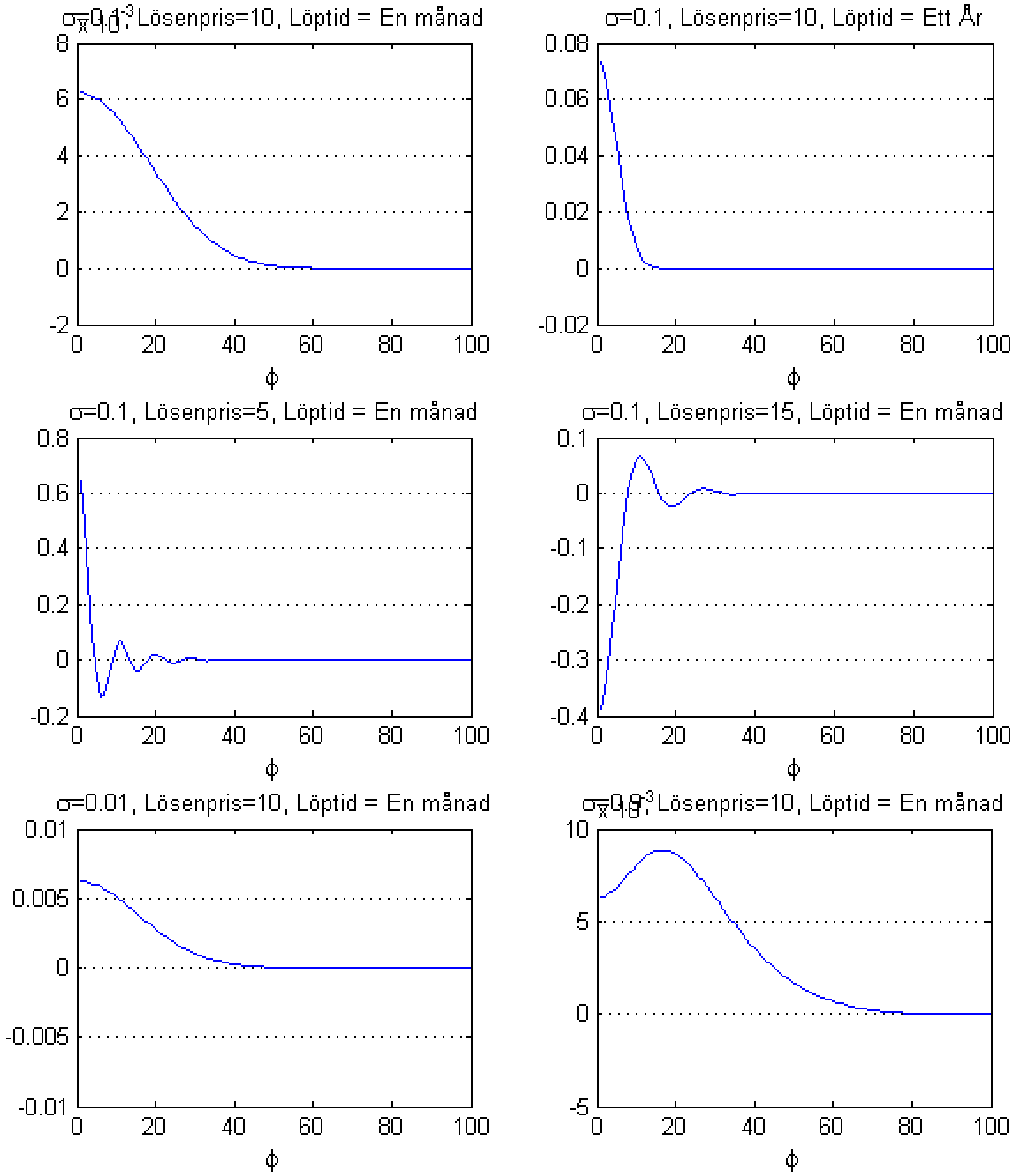
$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{n} W_i f(x_i) \tag{3.10}$$

där

$$W_i = \int_a^b l_i(x)dx \tag{3.11}$$

$$l_i(x) = \prod_{j=0, j\neq i}^{n} (\frac{x - x_j}{x_i - x_j}) \tag{3.12}$$

I Matlab finns en funktion quadl(@fun,a,b) som implementerar Gauss Lobatto areaberäkningar på funktinen @fun över intervallet [a,b]. Integralen beräknas över [-1,1] med noder från Legendre polynomen. Däremot stöter vi på problem då vi i Matlab inte kan specifiera b som oändlighet i ekvation (3.8) eftersom programmet bara räknar på karakteriskiska integraler. Men om vi plottar upp integranden för olika parametrar kan vi se att den väldigt snabbt konvergerar till noll. Om vi då använder oss av ett tillräckligt stort b kan vi lösa ut integralen med tillräckligt stor noggranhet. b=100 har använts i denna uppsats.



Figur 3.3. Integralen från (3.8). Vi kan se att den konvergerar snabbt mot noll. Konstanta parametrar är $\kappa = 2, \theta = 0.05, \rho = -0.5, v_0 = 0.05, S_0, r = 0.1$

Kapitel 4

Kalibrering och utveckling

4.1 Hestons kalibreringsproblem

Priset som man får betala för en mer realistisk modell är ofta en ökad komplexitet hos modellen. Det är också inte helt ovanligt att estimeringsprocessen blir lika avgörande som själva modellen. Hestonmodellen har fem parameterar som måste estimeras, κ, θ, σ, v0 och ρ. Bakshi, Cao & Chen (1997) visar att de implicit bestämda parametrarna (de parametrar som ger det korrekta optionspriset) inte ger samma skattningar som när man använder historiska/tidsserieskattningar för parametrarna. Vi kan med andra ord inte få fram empiriska skattningar för parametrarna. Detta är ett generellt problem för stokastiska volatilitetsmodeller. En vanlig lösning på detta är att man söker efter de parametrar som ger det korrekta marknadspriset för optionen. Detta kallas det inversa problemet, eftersom vi löser ut parameterarna indirekt via någon implicit struktur. En av de mest populära lösningarna för det här är att minimera diskrepansen mellan modellpriset och marknadspriset, vilket oftas visar sig vara ett icke linjärt minstakvadrat optimeringsproblem. Mer specifikt, den kvadratiska skillnanden mellan modellens optionspris och marknadspriset minimeras för parameterområdet. Denna minimering utförs för de N optioner som handlas under samma dag och upprepas under följande dagar.

$$min\ S(\Omega) = min \sum_{i=1}^{N} w_i [C_i^{\Omega}(K_i, T_i) - C_i^{M}(K_i, T_i)]^2 \tag{4.1}$$

Men vad ska vi använda för marknadspris? För varje enskild option finns både ett köpbud och ett säljbud. Detta skapar en viss flexibilitet när vi kalibrerar. Vi använder medelvärdet av köp- och sälj- buden som marknadspris och accepterar parameteruppsättningar Ω_0 som uppfyller villkoret:

$$\sum_{i=1}^{N} w_i [C_i^{\Omega_0}(K_i, T_i) - C_i^{M}(K_i, T_i)]^2 \leq \sum_{i=1}^{N} w_i [bid_i - ask_i]^2 \tag{4.2}$$

Det betyder att modellpriset inte exakt måste matcha medelpriset utan vi accepterar parameteruppsättningen om det hamnar inom köp-sälj avvikelsen. Vikterna väljs till att vara $\frac{1}{bid_i - ask_i}$. Valet är intuitivt riktigt. Då förhållandet är stort, får vi ett större spann av priser som modellen kan anta. Det betyder att vi vill ha en lägre vikt för de optionerna som har en stor avvikelse i köp och sälj kurs. Samtidigt ska vi komma ihåg att minimeringsproblemet ovan inte är alldeles enkelt, S(Ω) är varken konvex eller visar på någon särskild struktur. Detta betyder att det är svårt att hitta globala minima (beroende till stor del på optimeringsmetoden). En unik lösning behöver inte ens existera, i så fall kan vi bara använda lokala parameteruppsättningar. Vi använder oss av två olika metoder för att kalibrera optionspriser.

4.2 Kalibreringsmodeller

4.2.1 Lsqnonlin

Metoden som genomgående kommer att användas är en Matlabfunktion av minsta kvadratmetoden för ickelinjära modeller, lsqnonlin(fun,x0,ng,ög). Den minimerar en vektorbaserad funktion, fun, med hjälp av den vektorbaserade startgissningen, x0, där nedre och övre gränser för parametrarna är specificerade i ng (nedregräns) och ög (övregräns). Lsqnonlin använder sig av interior-reflective Newton metod för storskaliga problem som använder öppna eller stängda gränser. Givet att vår underliggande tillgång har hög likviditet kan man räkna med att systemet inte är underdimensionerat (antalet parametrar är fler än antalet ekvationer). Vill man fördjupa sig inom området föreslår Matlab läsning av Coleman & Li (1996 & 1994). Resultatet som lsqnonlin producerar är beroende på vilken startgissning man använder. Detta är med andra ord inte en globalminimeringsmetod utan en lokalmetod. Vi kan på inget sätt veta om lösningen är global eller lokal men om villkoret 4.2 är uppfyllt är lösningen acceptabel. Hittar optimeringsmodellen inte en acceptabel lösning får man köra om den med ett annat startvärde.

4.2.2 Adaptive Simulated Annealing (ASA)

ASA är utvecklat av Lester Ingber, teoretisk fysiker. Till skillnad från lsqnonlin är ASA ett globalt optimeringsverktyg, bevis finns tillgängligt på Ingbers hemsida www.ingber.com. Där finns även C++ koden som open-source. ASA kan implementeras i Matlab men kräver lite manuellt arbete. Shinichi Sakata har utvecklat funktionen asamin till Matlab som fungerar som en gateway mellan ASA och Matlab. Detta betyder att asamin använder den kod som Ingbers ASA använder sig av genom Matlab. ASA har en stor nackdel och det är att den är väldigt tidskrävande i jämförelse med lsqnonlin. Att låta ASA gå igenom alla handelsdagar under åren 1999-06 är i detta examensarbete för tidskrävande. Därför använder vi ASA i första hand till att hitta ett globalt minimum under den första optionsdagen för varje period. I och med att månaderna april till juli är uteslutna från materialet får vi sju stycken sammanhängande perioder: Aug99-Mars00, Aug00-Mars01 osv till period

Aug05-Mars06. Efter att vi har hittat ett globalt minimum för dessa perioder låter vi lsqnonlin ta över där vi använder oss av vårt globalt funna parameteruppsättning som startvärde. Under normala förhållande kan vi nämligen räkna med att ett nytt globalt minimum kan hittas i närheten av det som hittades igår. Men skulle det ha skett en marknadskollaps är en sådan förväntning inte speciellt trolig. För en mer djupare läsning om ASA hänvisas läsaren till Ingeber (1993 och 1996). Medelvärdet av parameterskattningarna finns i tabell A.11 i appendix.

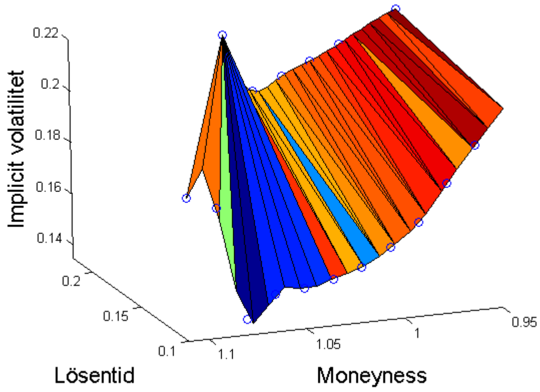
4.3 Black & Scholes - två nya metoder

4.3.1 Minimering av felet

Vi har hittills studerat två av metoderna för att räkna ut priser för Black & Scholes formel, den som använder historisk volatilitet och den som använder ett medelvärde av gårdagens implicita volatiliteter. Den senare har utvecklats något för att se om ytterligare förbättringar erhålls. Istället för att använda ett medelvärde av gårdagens implicita volatiliteter söker vi den volatilitet som minimerar felet för gårdagens optioner och använder den för att prissätta dagens optioner.

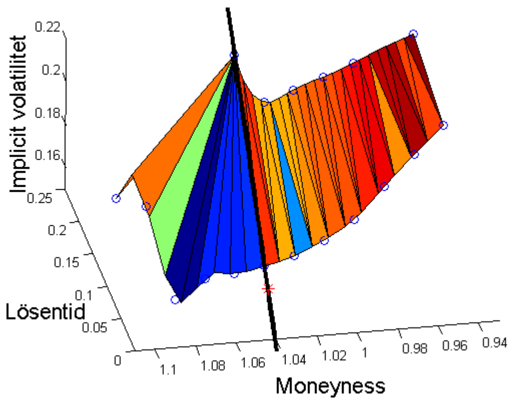
4.3.2 Implicit volatilitetsstruktur

Under inläsningsperiod och programeringsperioden växte ett intresse fram för att implementera teorin för implicit volatilitetsstruktur för att ytterligare förbättra Black & Scholes model. Med andra ord, optionerna som prissätts under dagen använder gårdagens implicita volatilitet, men istället för att använda ett medelvärde försöker vi matcha optionen för moneyness och lösentid innan vi bestämmer volatiliteten. Antag att vi vill bestämma volatiliteten för en option med moneyness 1.03 med en lösentid på två måndader. Den option som handlades igår och som är närmast dessa förutsättningar kommer att ange volatiliteten för dagens option. Problemet uppstår då vi inte hittar optioner som är exakt lika eller snarlika. Detta kan inträffa ganska ofta då lösentiden sjunker för varje dag som går och moneyness även den med stor sannolikhet förändras. Lösningen som används här är att interpolera fram fler punkter för gårdagens optioner och på så sätt få fram en yta över den implicita volatiliteten för olika lösentider och grad av moneyness. För detta används matlabfunktionerna spline och delaunay, den första funktionen för att interpolera fram nya punkter och den andra för att koppla ihop punkterna till en yta. För den 1:a sep 2000 får vi fram denna yta.



Figur 4.1. Ringarna motsvarar volatiliteten för de observerade optionerna dagen innan

Utifrån denna yta kan vi sedan förhållandevis enkelt ta fram volatiliteter som ligger både på och utanför ytan. Antag att vi vill hitta volatiliteten för den optionen enligt de värden på moneyness och löptid enligt ovan. Vi söker då två punkter med en moneyness på 1.03 för två olika lösentider. För de två punkterna kan vi sedan dra en linje och med enkel matematik kan vi ta reda på ekvationen för linjen i lösentid och implicit volatilitet.



Figur 4.2. Linjen kan skrivas med formeln $Imp.Vol = k * Losentid + m$

I detta fall får vi fram den volatilitet för optionen vi vill prisätta till att vara 14.27% (stjärnan i fig 4.2), jämfört med 18.04% då vi använder oss av ett medelvärde av gårdagens implicita volatiliteter (summan av alla blå ringar dividerat med antalet). Den implicita volatiliteten för denna option är 14.15%. Med andra ord får vi fram en betydligt bättre estimering av volatiliteten för prisättning med den implicita volatilitetsytan än med ett medelvärdes volatilitet.

Kapitel 5

Resultat

Vi har alltså två modeller, Black & Scholes som vi har utvecklat fyra olika versioner av för att prisätta optioner och Hestons. Totalt jämförs fem modeller:

- (1) Historisk volatilitet
- (2) Implicit volatilitet från dagen innan
- (3) Implicit volatilitet som minimerar felen dagen innen
- (4) Volatilitets yta
- (5) Heston

Under perioden 1999-2006 har totalt 11870 (se tabeller A.48-A.55 för uppdelning per period) köpoptioner prissatts. Under denna tid har börsen till en början stigit kraftigt för att sedan falla brant till att så småningom återhämta stora delar av raset. För att jämföra de olika modellerna använder vi oss att det procentuella absoluta felet mellan modellen och marknadspriset.

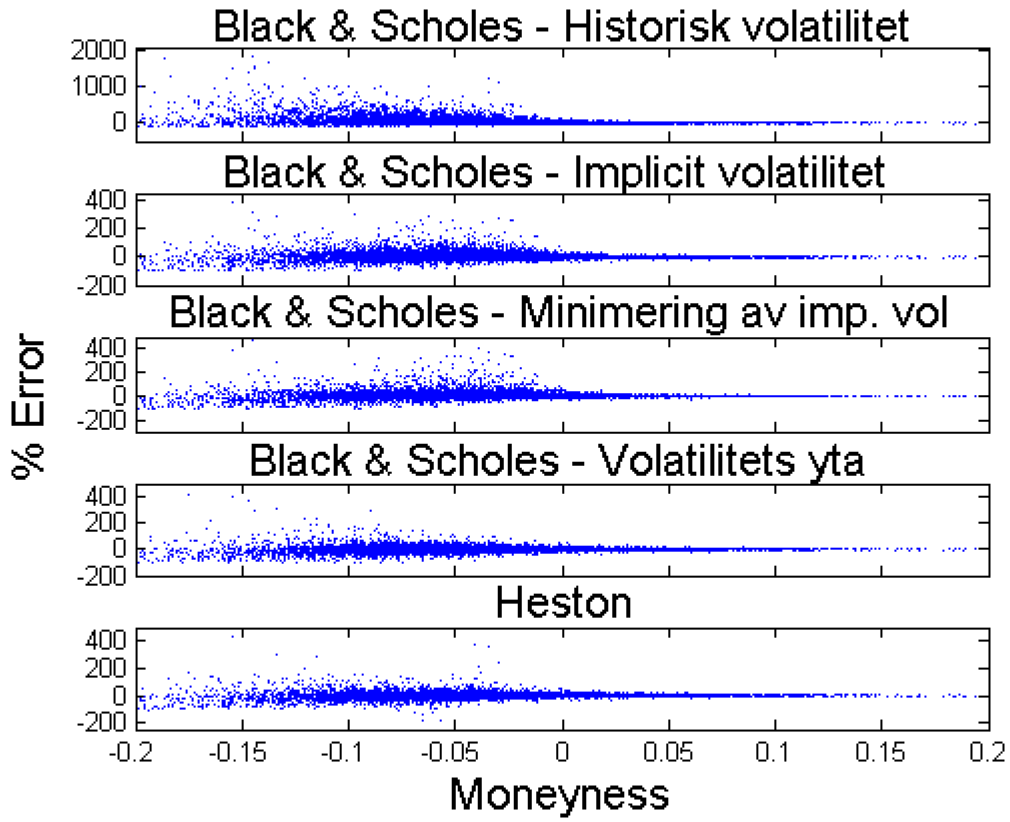
$$e = \frac{|P_{Marknad} - P_{Modell}|}{P_{Marknad}} \tag{5.1}$$

och moneyness är definerat som

$$m = \frac{OMXindexvarde - Losenpris}{Losenpris} \tag{5.2}$$

Moneyness är ett mått på hur värdefull optionen är, skulle en option på lösendagen ha en negativ moneyness skulle den vara värdelös. Är däremot moneynessen av positivt värde kommer optionen ha ett värde på lösendagen. Gränserna är satta till:

far-out-of-the-money (långt-utanför-gränsen) $m < -0.05$
out-of-the-money (utanför-gränsen) $-0.05 < m < -0.01$
at-the-money (på-gränsen) $-0.01 < m < 0.01$
in-of-the-money (innanför-gränsen) $0.01 < m < 0.05$
deep-In-the money (långt-innanför-gränsen) $m > 0.05$



Figur 5.1. Det procentuella felet för optionerna, indelade efter moneyness

I grafen ovan har vi plottat de procentuella felen mellan modellerna och marknaden som en funktion av moneyness för alla år. Vi kan tydligt se att det förekommer stora fel i så gott som alla modeller men felen ser ut att minska med metod och modell. För en mer kvalitativ analys av felprissättningen visas resultaten i tabeller för de olika modellerna. Tabellerna är uppdelade efter nivåerna för moneyness men också indelade efter tid till lösendag. Optioner med en löptid på 15-30 dagar räknas som kort löptid, 31-45 normal löptid och 46-60 lång löptid. Tabellerna (A.1-A.40) visar på att modellerna har liknande struktur av felen. För båda modellerna, skiljer sig priserna kraftigt åt mot marknadspriserna för långt-ifrån-gränsen- till långt-innanför-gränsen-optioner. De procentuella felen är alla signifikant skilda från noll, tabeller (A.41-A.45). Även de procentuella absoluta felen visar på det graferna indikerade, felprissättning för båda modellerna, tabellerna (A.1-A.40). I likhet med lösenprisbiasen verkar det även finnas en bias för löptiden. Även om det inte är lika tydligt för varje period så minskar det absoluta procentuella felet med löptid, tabell (A.1-A.5). Tabellerna A.42 och A.43 visar på en systematisk överprissättning av utanför-gränsen-optioner och underprissättning av innanför-gränsen-optioner. Byström (2000) förklarar detta med att marknaden har räknat med den negativa korrelationen mellan aktiers avkastning och volatiliteten men att modellerna missat detta. Att samma mönster inte syns i tabell A.44 har troligtvis med att vi indirekt har tagit med detta i beräkningarna då vi använder oss av volatitilitetsytan.

Att Black & Scholes modell med historisk volatilitet har fel som är upp till fem ggr större än de andra modellerna visar på den stora betydelsen som volatiliteten har (det enda som skiljer tabell A.1 till A.4 åt är volatiliteten) i Black & Scholes formel. Skillnaden mellan Heston och de tre första metoderna (tabell A.1-A.3) för Black & Scholes är stora. Heston visar upp resultat som är bättre i samtliga klasser för moneyness och löptid. Detta i sig är inget överraskande utan ligger mer i linje med vad Shu & Zhang (2004) kom fram till, som dock har använt ett lite annourlunda sätt att kalibrera Hestonmodellen. Mer överraskande är att Black & Scholes vid användning av en implicit volatilitetsyta resulterar i riktigt bra resultat, det visar sig till och med att den ger bättre resultat i 8 av de 15 olika kategorierna. Det totala felet visar även det att modellerna ger liknande resultat, 11.80 för Heston respektive 11.81 för Black & Scholes med volatilitetsyta. Intressant är att Hestonmodellen ger bättre resultat under perioden 1999-2002. Under de åren var volatiliteten på marknaden betydligt högre än 2003-2006, då istället Black & Scholes modell ger en bättre anpassning.

5.1 Slutsats och diskussion

Slutsatsen av denna uppsats är att det är svårt att peka ut en vinnare. Det är dock inga tvivel om att Hestons modell är överlägsen den standardiserade Black & Scholes modellen. Därför är det intressant att en mer utvecklad version av Black & Scholes modell visar upp bra resultat i jämförelse med Hestons modell. Dessutom är den i förhållande till Hestons modell enklare att använda. Det betyder att när användarvänlighet är ett viktigt kriterium kan en utvecklad version av Black & Scholes modell med volatilitetsyta vara att föredra framför Hestons modell.

Som framgår i denna empiriska studie och tidigare forskning finns en stor diskrepans i prissättningen av optionskontrakt hos båda modellerna. De största svårigheterna ligger i att prissätta optioner som är långt ifrån gränsen och har en kort löptid. Detta kan bero på att ingen av modellerna klarar av de stora svängningar som kan uppstå då lösendagen närmar sig. Även problem med att använda ett korrekt marknadspris, då skillnaden mellan köp- och säljkurs är stor, kan ha bidragit till detta. Det är därför troligt att en stokastisk volatilitetsmodell med hoppintensistet (SVSJ) skulle klara av denna typ av optioner bättre. Men det skulle dock ske till priset av en ökad kompliceringsgrad eftersom ytterligare parametrar då måste skattas. Artur Sepp (2003) undersöker betydligt fler modeller i en studie på den tyska börsen, DAX. Av tolv modeller rankas Hestons modell som tia och en SVSJ modell som tvåa, medan Black & Scholes modell bara är med som referens och inte rankas.

Litteraturförteckning

[1] G. Bakshi, C. Cao and Z. Chen. Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance 52, 2003-2049.*, 1997.

[2] Tomas Bjork. Arbitrage theory in continuous time second edition. *Oxford University Press*, 2004.

[3] F. Black, M. Scholes. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy, Vol.81, pp. 637-59*, 1973.

[4] H. Bystrom. *Stochastic Volatility and Pricing Bias in the Swedish OMX-Index Call option Market*. Lunds Universitet, 2000.

[5] T.F. Coleman and Y. Li. On the convergence of reflective newton methods for large-scale nonlinear minimization subject to bounds. *Mathematical Programming, Vol. 67, Number 2, pp. 189-224*, 1994.

[6] T.F. Coleman and Y. Li. An interior, trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds. *IAM Journal on Optimization, Vol. 6, pp. 418-445*, 1996.

[7] S. Heston. A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. *Review of Financial Studies 6, 327-343*, 1993.

[8] J. Hull, A. White. The pricing of options on assets with stochastic volatilities. *Journal of Finance, Vol.42, pp. 281-300*, 1987.

[9] John C. Hull. *Options, Futures, and Other Derivatives Third Edition*. Prentice-Hall, Inc., 1997.

[10] L. Ingber. Simulated annealing: Practice versus theory. *Mathematical Computer Modelling, Vol.18 No.11 pp 29-57.*, 1993.

[11] L. Ingber. Adaptive simulated annealing (asa): Lessons learned. *Control and Cybernetics, Vol.25 No.1 pp 33-54.*, 1996.

[12] J. MacBeth, L. Merville. An empirical examination of the black & scholes call option pricing model. *Journal of finance No.34, pp 1173-1186*, 1979.

[13] Arthur Sepp. Pricing european-style options under jump difusion processes with stochastic volatility: Applications of fourier transform. *University of Tartu, J. Liivi 2, 50409 Tartu, Estonia*, 2003.

[14] J Shu, J. Zhang. Pricing s & p 500 index options under stochastic volatility with indirect inference method. *Journal of derivatives accounting, Vol.1 No.2 pp 1-16*, 2004.

Bilaga A

Appendix

A.1 Heston PDE

$$\Pi = H - \Delta_1 S - \Delta_2 J \tag{A.1}$$

Där förändringen av portföljvärdet kan skivas som

$$d\Pi = dH - \Delta_1 dS - \Delta_2 dJ \tag{A.2}$$

Två dimensionella Ito formeln ger

$$\begin{aligned} d\Pi &= [\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{2}vS^2\frac{\partial^2 H}{\partial S^2} + \frac{1}{2}\sigma^2 v\frac{\partial^2 H}{\partial v^2} + \rho\sigma vS\frac{\partial^2 H}{\partial S\partial v}]dt + \frac{\partial H}{\partial S}dS + \frac{\partial H}{\partial v}dv \\ &- \Delta_1 dS - \Delta_2\{[\frac{\partial J}{\partial t} + \frac{1}{2}vS^2\frac{\partial^2 J}{\partial S^2} + \frac{1}{2}\sigma^2 v\frac{\partial^2 J}{\partial v^2} + \rho\sigma vS\frac{\partial^2 J}{\partial S\partial v}]dt + \frac{\partial J}{\partial S}dS + \frac{\partial J}{\partial v}dv\} \end{aligned} \tag{A.3}$$

Vilket kan skrivas som

$$\begin{aligned} d\Pi &= [\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{2}vS^2\frac{\partial^2 H}{\partial S^2} + \frac{1}{2}\sigma^2 v\frac{\partial^2 H}{\partial v^2} + \rho\sigma vS\frac{\partial^2 H}{\partial S\partial v}]dt \\ &- \Delta_2[\frac{\partial J}{\partial t} + \frac{1}{2}vS^2\frac{\partial^2 J}{\partial S^2} + \frac{1}{2}\sigma^2 v\frac{\partial^2 J}{\partial v^2} + \rho\sigma vS\frac{\partial^2 J}{\partial S\partial v}]dt \\ &+ [\frac{\partial H}{\partial S} - \Delta_2\frac{\partial J}{\partial S} - \Delta_1]dS + [\frac{\partial H}{\partial v} - \Delta_2\frac{\partial J}{\partial v}]dv \end{aligned} \tag{A.4}$$

För att göra portföljen riskfri väljer vi

$$\frac{\partial H}{\partial S} - \Delta_2\frac{\partial J}{\partial S} - \Delta_1 = 0 \tag{A.5}$$

$$\frac{\partial H}{\partial v} - \Delta_2\frac{\partial J}{\partial v} = 0 \tag{A.6}$$

För att få bort dS och dY väljer vi

$$\Delta_2 = \frac{\partial H}{\partial v}/\frac{\partial J}{\partial v} \tag{A.7}$$

$$\Delta_1 = \frac{\partial H}{\partial v} - \frac{\partial J}{\partial v}\frac{\partial H}{\partial v}/\frac{\partial J}{\partial v} \tag{A.8}$$

Portföljen är riskfri med (6.7) och (6.8) men arbitragefriheten bidrar till att portföljen måste vara lika med den riskfria räntan.

$$\begin{aligned} d\Pi &= [\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{2}vS^2\frac{\partial^2 H}{\partial S^2} + \frac{1}{2}\sigma^2 v\frac{\partial^2 H}{\partial v^2} + \rho\sigma vS\frac{\partial^2 H}{\partial S\partial v}]dt && \text{(A.9)} \\ &- \Delta_2[\frac{\partial J}{\partial t} + \frac{1}{2}vS^2\frac{\partial^2 J}{\partial S^2} + \frac{1}{2}\sigma^2 v\frac{\partial^2 J}{\partial v^2} + \rho\sigma vS\frac{\partial^2 J}{\partial S\partial v}]dt && \text{(A.10)} \\ &= r\Pi dt && \text{(A.11)} \end{aligned}$$

Där Π är givet från (6.1). Tillsammans med (6.7) och (6.8) får vi

$$\begin{aligned} &[\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{2}vS^2\frac{\partial^2 H}{\partial S^2} + \frac{1}{2}\sigma^2 v\frac{\partial^2 H}{\partial v^2} + \rho\sigma vS\frac{\partial^2 H}{\partial S\partial v} - rH + rS\frac{\partial H}{\partial S}]/\frac{\partial H}{\partial v} && \text{(A.12)} \\ &= [\frac{\partial J}{\partial t} + \frac{1}{2}vS^2\frac{\partial^2 J}{\partial S^2} + \frac{1}{2}\sigma^2 v\frac{\partial^2 J}{\partial v^2} + \rho\sigma vS\frac{\partial^2 J}{\partial S\partial v} - rJ + rS\frac{\partial J}{\partial S}]/\frac{\partial J}{\partial v} && \text{(A.13)} \end{aligned}$$

Notera att vänstersidan är en funktion av endast H och högersidan är en funktion av J. Det finns bara en möjlighet att denna ekvation håller och det är att båda sidor är lika med en funktion $-k(t, S, v)$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{2}vS^2\frac{\partial^2 H}{\partial S^2} + \frac{1}{2}\sigma^2 v\frac{\partial^2 H}{\partial v^2} + \rho v\sigma S\frac{\partial^2 H}{\partial S\partial v} - rH + rS\frac{\partial H}{\partial S} = -k(t, S, v)\frac{\partial H}{\partial v} \qquad \text{(A.14)}$$

Där k(t,S,v) defineras som

$$k(t, S, v) = \kappa(\theta - v) - \sigma\sqrt{v}\Lambda(t, S, v) \qquad \text{(A.15)}$$

där $\kappa(\theta - v)$ är drifttermen för procssen v_t. Λ är marknadspriset för volatilitetsrisktagandet. Λ kan inte bestämmas med enbart arbitrageteoriargument. I teorin bestäms den av benshmarkoptionen J. Med andra ord är det marknaden som bestämmer priset för volatilitetsrisken. PDE kan skrivas

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{2}vS^2\frac{\partial^2 H}{\partial S^2} + \frac{1}{2}\sigma^2 v\frac{\partial^2 H}{\partial v^2} + \rho v\sigma S\frac{\partial^2 H}{\partial S\partial v} - rH + rS\frac{\partial H}{\partial S} + (\kappa(\theta - v) - \sigma\sqrt{v}\Lambda)\frac{\partial H}{\partial v} = 0$$

A.2 Tabeller - Alla År

Tabell A.1. Black & Scholes (Alla år), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av historisk volatilitet och felen i procent.

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	157.86	107.02	95.96	129.26
Utanför	71.35	44.31	40.16	55.47
På gränsen	26.61	21.03	20.57	23.59
Innanför	11.70	12.72	11.97	12.04
Långt innanför	5.76	8.19	7.84	6.79
Alla Moneyness	74.33	54.56	47.48	62.82

Tabell A.2. Black & Scholes (Allar år), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av implicit volatilitet, felen i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	34.81	22.52	21.37	28.16
Utanför	20.95	11.80	13.51	16.30
På gränsen	8.55	6.46	8.30	7.83
Innanför	4.46	4.35	5.81	4.62
Långt innanför	2.62	2.75	3.33	2.77
Alla Moneyness	18.79	12.89	13.42	15.86

Tabell A.3. Black & Scholes (Alla år), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av implicit volatilitet med minimering av felen dagen innan, i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	38.34	20.45	17.29	28.40
Utanför	25.58	9.82	10.20	16.97
På gränsen	9.99	5.26	6.53	7.77
Innanför	5.04	3.95	4.80	4.69
Långt innanför	2.81	2.76	3.08	2.84
Alla Moneyness	21.55	11.34	10.57	16.16

Tabell A.4. Black & Scholes (Alla år), volatilitetsyta

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	28.42	20.02	14.60	23.06
Utanför	11.86	8.50	7.56	9.79
På gränsen	6.47	5.07	5.04	5.73
Innanför	4.33	3.96	3.60	4.12
Långt innanför	2.61	2.57	2.61	2.60
Alla Moneyness	13.86	10.73	8.38	11.81

Tabell A.5. Heston (Alla år), medelvärde för det procentuella absoluta felen

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	27.53	18.39	16.20	22.35
Utanför	13.20	8.43	8.04	10.48
På gränsen	6.28	5.23	5.50	5.78
Innanför	4.01	3.84	4.21	3.99
Långt innanför	2.48	2.62	2.94	2.59
Alla Moneyness	13.91	10.19	9.18	11.80

A.3 Tabeller - 1999-2000

Tabell A.6. Black & Scholes (99-00), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av historisk volatilitet och felen i procent.

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	120.10	59.05	39.55	84.67
Utanför	57.42	33.28	32.13	43.91
På gränsen	22.77	13.43	19.80	19.24
Innanför	8.41	5.89	7.67	7.58
Långt innanför	3.26	2.73	3.78	3.21
Alla moneyness	47.39	28.18	24.87	36.93

Tabell A.7. Black & Scholes (99-00), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av implicit volatilitet, felen i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	33.90	23.76	22.35	28.31
Utanför	22.17	13.48	15.80	17.95
På gränsen	8.98	7.07	11.19	8.85
Innanför	4.22	4.17	6.85	4.47
Långt innanför	2.43	2.08	3.27	2.50
Alla Moneyness	15.98	12.14	13.58	14.29

Tabell A.8. Black & Scholes (99-00), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av implicit volatilitet med minimering av felen dagen innan, i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	39.69	19.61	19.78	29.09
Utanför	26.46	10.39	12.03	18.03
På gränsen	10.66	5.67	8.40	8.63
Innanför	4.63	3.86	5.11	4.45
Långt innanför	2.56	2.02	2.79	2.45
Alla Moneyness	18.79	9.86	10.84	14.41

Tabell A.9. Black & Scholes (99-00), volatilitetsyta

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	26.92	15.99	21.18	21.96
Utanför	12.98	9.18	10.40	11.18
På gränsen	7.15	5.25	6.02	6.32
Innanför	3.87	3.82	3.81	3.85
Långt innanför	2.18	1.93	2.70	2.21
Alla Moneyness	11.70	8.50	9.70	10.29

Tabell A.10. Heston (99-00), medelvärde för det procentuella absoluta felen

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	25.61	16.12	21.48	21.44
Utanför	12.30	8.35	9.79	10.47
På gränsen	6.96	5.33	5.87	6.22
Innanför	3.50	3.41	3.69	3.49
Långt innanför	2.03	2.01	2.62	2.14
Alla Moneyness	11.13	8.31	9.50	9.92

A.4 Tabeller - 2000-2001

Tabell A.11. Black & Scholes (00-01), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av historisk volatilitet och felen i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	222.78	147.00	156.13	187.40
Utanför	77.12	58.31	52.31	66.09
På gränsen	42.58	36.34	36.17	39.40
Innanför	21.67	25.53	24.89	23.14
Långt innanför	8.01	9.22	14.45	9.00
Alla Moneyness	129.97	94.55	90.64	112.32

Tabell A.12. Black & Scholes (00-01), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av implicit volatilitet, felen i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	32.32	21.05	24.36	27.33
Utanför	14.70	9.56	12.60	12.62
På gränsen	7.97	6.77	8.33	7.62
Innanför	4.62	4.91	7.11	5.03
Långt innanför	2.11	2.66	3.43	2.39
Alla Moneyness	20.12	14.20	16.27	17.60

Tabell A.13. Black & Scholes (00-01), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av implicit volatilitet med minimering av felen dagen innan, i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	37.98	19.30	17.87	28.74
Utanför	17.85	8.45	10.40	13.33
På gränsen	8.89	5.51	7.39	7.49
Innanför	5.23	4.75	5.88	5.18
Långt innanför	2.28	2.61	3.22	2.47
Alla Moneyness	23.70	12.89	12.55	18.45

Tabell A.14. Black & Scholes (00-01), volatilitetsyta

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	27.69	20.78	12.38	23.16
Utanför	9.77	9.02	7.06	8.98
På gränsen	7.43	5.81	4.67	6.43
Innanför	5.51	6.96	3.61	5.65
Långt innanför	2.80	3.40	1.82	2.86
Alla Moneyness	16.90	14.04	8.54	14.67

Tabell A.15. Heston (00-01), medelvärde för det procentuella absoluta felen

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	26.03	17.04	16.15	21.55
Utanför	9.80	8.30	9.33	9.22
På gränsen	6.66	6.04	6.29	6.39
Innanför	4.71	6.31	5.39	5.23
Långt innanför	2.61	2.96	2.34	2.67
Alla Moneyness	15.94	11.95	11.27	13.91

A.5 Tabeller - 2001-2002

Tabell A.16. Black & Scholes (01-02), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av historisk volatilitet och felen i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	145.14	117.55	101.71	130.02
Utanför	66.79	51.49	45.79	58.61
På gränsen	32.22	28.43	32.78	31.24
Innanför	15.12	17.27	18.53	16.13
Långt innanför	5.77	10.04	9.55	7.48
Alla Moneyness	70.99	64.98	52.28	66.44

Tabell A.17. Black & Scholes (01-02), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av implicit volatilitet, felen i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	41.99	25.16	20.37	33.42
Utanför	17.48	10.55	13.13	14.56
På gränsen	9.22	7.13	9.57	8.68
Innanför	5.31	4.56	7.21	5.37
Långt innanför	3.07	3.13	3.48	3.15
Alla Moneyness	20.41	14.11	12.68	17.37

Tabell A.18. Black & Scholes (01-02), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av implicit volatilitet med minimering av felen dagen innan, i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	39.97	22.91	16.85	31.12
Utanför	16.31	9.12	11.40	13.23
På gränsen	9.05	6.41	8.43	8.21
Innanför	5.51	4.32	6.46	5.33
Långt innanför	3.27	3.13	3.21	3.23
Alla Moneyness	19.51	12.75	10.82	16.19

Tabell A.19. Black & Scholes (01-02), volatilitetsyta

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	36.59	24.76	16.75	29.95
Utanför	10.86	8.01	7.85	9.47
På gränsen	7.47	6.60	4.63	6.78
Innanför	5.50	3.99	4.66	5.00
Långt innanför	2.87	2.42	3.00	2.78
Alla Moneyness	16.81	13.04	9.04	14.53

Tabell A.20. Heston (01-02), medelvärde för det procentuella absoluta felen

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	33.91	21.85	15.88	27.43
Utanför	10.50	7.95	7.00	9.14
På gränsen	6.99	6.60	5.53	6.66
Innanför	4.99	4.46	4.99	4.86
Långt innanför	2.70	3.08	3.33	2.90
Alla Moneyness	15.68	12.06	8.75	13.57

A.6 Tabeller - 2002-2003

Tabell A.21. Black & Scholes (02-03), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av historisk volatilitet och felen i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	151.71	137.87	118.98	140.14
Utanför	52.83	61.00	47.96	54.55
På gränsen	31.51	39.86	28.78	33.66
Innanför	19.12	33.78	17.88	23.29
Långt innanför	10.28	13.14	11.11	11.61
Alla Moneyness	93.29	91.50	87.06	91.54

Tabell A.22. Black & Scholes (02-03), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av implicit volatilitet, felen i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	30.24	18.38	21.39	24.55
Utanför	13.49	9.14	9.40	11.30
På gränsen	8.62	6.44	8.19	7.89
Innanför	5.77	5.26	7.41	5.80
Långt innanför	3.13	3.35	3.61	3.28
Alla Moneyness	19.76	12.74	16.32	16.85

Tabell A.23. Black & Scholes (02-03), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av implicit volatilitet med minimering av felen dagen innan, i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	31.57	17.31	18.28	24.15
Utanför	14.66	7.87	7.58	11.11
På gränsen	8.90	5.84	7.10	7.70
Innanför	6.13	4.80	6.77	5.81
Långt innanför	3.35	3.56	4.34	3.55
Alla Moneyness	20.77	11.84	13.94	16.60

Tabell A.24. Black & Scholes (02-03), volatilitetsyta

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	26.01	17.66	16.16	21.21
Utanför	10.26	7.28	6.12	8.51
På gränsen	6.65	5.70	6.85	6.39
Innanför	5.37	5.54	3.47	5.22
Långt innanför	3.31	3.23	2.40	3.18
Alla Moneyness	16.73	11.91	12.03	14.29

Tabell A.25. Heston (02-03), medelvärde för det procentuella absoluta felen

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	25.39	16.51	18.04	20.97
Utanför	10.09	7.78	7.58	8.86
På gränsen	6.83	5.41	6.95	6.41
Innanför	5.20	5.07	5.52	5.19
Långt innanför	3.23	2.96	3.61	3.16
Alla Moneyness	16.37	11.34	13.68	14.24

A.7 Tabeller - 2003-2004

Tabell A.26. Black & Scholes (03-04), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av historisk volatilitet och felen i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	79.55	35.99	29.21	49.52
Utanför	45.13	16.81	18.65	28.58
På gränsen	16.67	9.14	9.55	12.34
Innanför	6.33	4.66	6.13	5.75
Långt innanför	1.93	1.69	2.13	2.05
Alla Moneyness	37.83	18.76	18.95	26.75

Tabell A.27. Black & Scholes (03-04), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av implicit volatilitet, felen i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	33.84	20.35	18.09	24.50
Utanför	20.32	9.61	10.32	14.07
På gränsen	8.18	5.81	6.66	6.97
Innanför	3.56	3.54	4.28	3.66
Långt innanför	1.24	1.56	1.14	1.42
Alla Moneyness	16.86	10.92	11.41	13.51

Tabell A.28. Black & Scholes (03-04), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av implicit volatilitet med minimering av felen dagen innan, i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	48.04	16.81	13.37	26.89
Utanför	30.02	6.98	7.39	16.27
På gränsen	11.63	3.85	4.92	7.29
Innanför	4.65	2.70	3.11	3.77
Långt innanför	1.51	1.33	0.69	1.41
Alla Moneyness	24.21	8.50	8.33	15.01

Tabell A.29. Black & Scholes (03-04), volatilitetsyta

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	17.49	14.81	9.66	14.38
Utanför	9.38	7.09	5.84	7.68
På gränsen	4.56	4.00	3.76	4.18
Innanför	3.02	2.73	3.27	2.96
Långt innanför	1.13	2.08	0.63	1.40
Alla Moneyness	8.69	8.00	6.38	7.91

Tabell A.30. Heston (03-04), medelvärde för det procentuella absoluta felen

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	17.31	15.33	11.03	14.88
Utanför	8.83	7.15	7.05	7.79
På gränsen	4.34	4.38	4.48	4.38
Innanför	3.07	2.86	3.46	3.06
Långt innanför	1.27	1.21	1.13	1.33
Alla Moneyness	8.45	8.23	7.43	8.14

A.8 Tabeller - 2004-2005

Tabell A.31. Black & Scholes (04-05), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av historisk volatilitet och felen i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	138.69	56.49	51.36	92.81
Utanför	69.68	41.12	36.11	52.42
På gränsen	19.19	16.47	15.92	17.62
Innanför	6.42	9.55	8.50	7.52
Långt innanför	0.38	0.15	0.02	0.55
Alla Moneyness	50.54	32.82	28.57	40.37

Tabell A.32. Black & Scholes (04-05), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av implicit volatilitet, felen i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	31.06	24.97	17.86	26.63
Utanför	23.78	11.02	13.45	17.28
På gränsen	7.33	5.12	8.43	6.94
Innanför	3.42	2.87	3.31	3.27
Långt innanför	0.34	0.20	0.21	0.75
Alla Moneyness	15.95	10.51	11.16	13.26

Tabell A.33. Black & Scholes (04-05), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av implicit volatilitet med minimering av felen dagen innan, i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	34.09	23.43	13.51	26.73
Utanför	32.33	9.23	9.39	19.46
På gränsen	9.40	4.15	6.05	7.06
Innanför	4.07	2.60	2.46	3.45
Långt innanför	0.33	0.20	0.20	0.74
Alla Moneyness	20.54	9.18	7.94	14.34

Tabell A.34. Black & Scholes (04-05), volatilitetsyta

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	22.16	20.86	11.32	19.99
Utanför	13.97	8.44	6.76	10.44
På gränsen	5.46	3.81	4.22	4.68
Innanför	3.17	2.41	2.53	2.88
Långt innanför	0.54	0.19	0.19	0.91
Alla Moneyness	10.34	8.32	5.91	8.75

Tabell A.35. Heston (04-05), medelvärde för det procentuella absoluta felen

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	27.61	19.29	11.93	21.92
Utanför	15.26	7.98	6.25	10.74
På gränsen	5.58	3.85	3.93	4.68
Innanför	2.95	2.59	3.04	2.87
Långt innanför	0.58	0.16	0.08	0.82
Alla Moneyness	11.45	7.91	5.69	9.11

A.9 Tabeller - 2005-2006

Tabell A.36. Black & Scholes (05-06), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av historisk volatilitet och felen i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	104.82	79.31	82.87	90.05
Utanför	123.16	56.01	53.03	81.14
På gränsen	25.79	19.07	17.87	21.59
Innanför	6.61	8.19	6.62	7.14
Långt innanför	0.21	0.30	0.00	0.51
Alla Moneyness	67.81	39.51	39.10	51.40

Tabell A.37. Black & Scholes (05-06), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av implicit volatilitet, felen i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	48.09	39.05	27.03	40.87
Utanför	33.52	17.33	16.43	23.34
På gränsen	9.61	6.98	6.64	8.00
Innanför	3.56	4.77	4.64	4.14
Långt innanför	0.13	0.30	0.00	0.43
Alla Moneyness	20.96	14.47	12.83	16.83

Tabell A.38. Black & Scholes (05-06), medelvärde för absolutbeloppen av felen, användning av implicit volatilitet med minimering av felen dagen innan, i procent

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	53.00	40.89	25.71	43.46
Utanför	41.21	14.94	11.90	24.23
På gränsen	11.48	5.95	5.24	8.10
Innanför	4.21	4.55	4.42	4.36
Långt innanför	0.14	0.31	0.00	0.46
Alla Moneyness	25.20	13.31	9.86	17.52

Tabell A.39. Black & Scholes (05-06), volatilitetsyta

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	35.66	30.87	13.86	30.23
Utanför	15.57	10.07	8.38	11.71
På gränsen	6.39	5.47	5.43	5.85
Innanför	3.22	3.44	3.56	3.35
Långt innanför	0.09	0.12	0.00	0.22
Alla Moneyness	11.58	9.72	7.22	9.91

Tabell A.40. Heston (05-06), medelvärde för det procentuella absoluta felen

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	45.96	33.58	18.32	36.24
Utanför	24.15	10.80	9.23	15.51
På gränsen	6.55	5.59	6.19	6.15
Innanför	3.03	3.30	4.01	3.27
Långt innanför	0.13	0.00	0.00	0.13
Alla Moneyness	15.97	10.32	8.17	12.20

A.10 Tabeller - Alla år, procentuella fel

Tabell A.41. Black & Scholes (alla år), medelvärde för de procentuella felen, användning av historisk volatilitet

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	144.13	96.21	92.42	118.34
Utanför	66.39	38.83	37.66	50.91
På gränsen	23.39	16.57	19.02	20.32
Innanför	9.43	9.65	10.98	9.72
Långt innanför	4.02	7.45	6.98	5.49

Tabell A.42. Black & Scholes (alla år), medelvärde för de procentuella felen, användning av implicit volatilitet

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	11.09	3.88	5.37	7.57
Utanför	14.83	2.40	3.17	8.14
På gränsen	3.70	-1.90	-0.67	1.01
Innanför	-0.29	-1.90	-1.73	-0.96
Långt innanför	-1.54	-1.66	-1.05	-1.50

Tabell A.43. Black & Scholes (alla år), medelvärde för det procentuella felen, användning av implicit volatilitet med minimering av felen dagen innan

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	9.75	3.57	3.40	6.48
Utanför	17.10	2.79	2.25	9.08
På gränsen	3.85	-1.46	-1.23	1.11
Innanför	-0.44	-1.98	-1.95	-1.10
Långt innanför	-1.71	-1.81	-1.36	-1.69

Tabell A.44. Black & Scholes (alla år), medelvärde för de procentuella felen, volatilitetsyta

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	-0.87	-0.59	-0.30	-0.67
Utanför	1.50	-0.23	0.64	0.75
På gränsen	0.91	-0.14	0.09	0.41
Innanför	0.44	-0.06	-0.05	0.22
Långt innanför	-0.27	-0.34	-0.52	-0.33

Tabell A.45. Heston (alla år), medelvärde för de procentuella felen

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	-3.37	-3.80	3.62	-2.29
Utanför	3.41	-1.21	1.95	1.59
På gränsen	0.76	-0.42	1.49	0.53
Innanför	0.73	0.31	1.38	0.70
Långt innanför	0.06	0.48	1.54	0.41

A.11 Parameterskattningar

Tabell A.46. Resultat från Heston kalibreringen, medelvärden

Period	Typ	κ	θ	σ	ρ	v0
Aug99 - Mars00	Parameter	1.8276	0.1210	0.5962	−0.3529	0.0342
	Std.	1.8311	0.0944	0.4110	0.2579	0.0246
Aug00 - Mars01	Parameter	3.8763	0.1380	0.8792	-0.2454	0.0379
	Std.	2.0027	0.0821	0.6094	0.2226	0.0298
Aug01 - Mars02	Parameter	1.1034	0.4333	0.9568	-0.3533	0.0519
	Std.	1.9684	0.1766	0.7463	0.2445	0.0436
Aug02 - Mars03	Parameter	2.4907	0.3262	1.0879	-0.4781	0.0643
	Std.	1.8582	0.2109	0.7969	0.2411	0.0529
Aug03 - Mars04	Parameter	4.7893	0.0497	0.3830	-0.2796	0.0156
	Std.	1.6211	0.0249	0.2068	0.1998	0.0101
Aug04 - Mars05	Parameter	1.8573	0.0534	0.3062	-0.3575	0.0119
	Std.	1.6277	0.0326	0.1474	0.2218	0.0070
Aug05 - Mars06	Parameter	6.2115	0.0160	0.3185	-0.4307	0.0078
	Std.	1.4598	0.0196	0.1601	0.2450	0.0052
1999-2006	Parameter	3.1800	0.1605	0.6438	-0.3551	0.0316
	Std.	2.4832	0.1839	0.5862	0.2450	0.0354

Tabell A.47. Parameter = medel av parametervärdet över perioden. Std. = medelvärdet av standavvikelserna över perioden

A.12 Antal optioner (1/2)

Tabell A.48. Antal option för åren 1999-2006

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	1700	1246	628	3574
Utanför	1726	1237	889	3852
På gränsen	841	567	359	1767
Innanför	1099	565	275	1939
Långt innanför	407	217	114	738
Alla Moneyness	5773	3832	2265	11870

Tabell A.49. Antal optioner för 1999-2000

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	192	151	65	408
Utanför	276	190	143	609
På gränsen	140	93	61	294
Innanför	195	103	46	344
Långt innanför	100	55	38	193
Alla Moneyness	903	592	353	1848

Tabell A.50. Antal optioner för 2000-2001

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	464	308	127	899
Utanför	236	159	99	494
På gränsen	104	72	34	210
Innanför	131	59	29	219
Långt innanför	60	25	10	95
Alla Moneyness	995	623	299	1917

Tabell A.51. Antal optioner för 2001-2002

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	396	253	100	749
Utanför	304	189	89	582
På gränsen	146	73	40	259
Innanför	217	91	48	356
Långt innanför	158	68	46	272
Alla Moneyness	1221	674	323	2218

Tabell A.52. Antal optioner för 2002-2003

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	386	262	183	831
Utanför	168	112	66	346
På gränsen	73	41	20	134
Innanför	90	44	16	150
Långt innanför	55	52	13	120
Alla Moneyness	772	511	298	1581

A.13 Antal optioner (2/2)

Tabell A.53. Antal option för åren 2003-2004

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	149	161	113	423
Utanför	211	180	138	529
På gränsen	97	89	49	235
Innanför	148	93	44	285
Långt innanför	29	15	6	50
Alla Moneyness	634	538	350	1522

Tabell A.54. Antal option för åren 2004-2005

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	65	57	22	144
Utanför	254	173	149	576
På gränsen	132	83	66	281
Innanför	144	60	38	242
Långt innanför	2	1	1	4
Alla Moneyness	597	374	276	1247

Tabell A.55. Antal option för åren 2005-2006

Moneyness	Dagar 15-30	Dagar 31-45	Dagar 46-60	Alla Dagar
Långt utanför	48	54	18	120
Utanför	277	234	205	716
På gränsen	149	116	89	354
Innanför	174	115	54	343
Långt innanför	3	1	0	4
Alla Moneyness	651	520	366	1537