Matematisk statistik
Stockholms universitet

Modell över det förväntade utfallet i en livförsäkringsportfölj

Stefan Ekwall

Examensarbete 2007:16

ISSN 0282-9169

Postadress:
Matematisk statistik
Matematiska institutionen
Stockholms universitet
106 91 Stockholm
Sverige

Internet:
http://www.matematik.su.se/matstat

Matematisk statistik
Stockholms universitet
Examensarbete **2007:16**,
http://www.matematik.su.se/matstat

Modell över det förväntade utfallet i en livförsäkringsportfölj

Stefan Ekwall*

November 2007

Sammanfattning

Föreliggande rapport ger en redogörelse för konstruktion och implementation av en sannolikhetsteoretisk modell, modellen beskriver det förväntade ekonomiska utfallet av en befintlig livförsäkringsportfölj. Ett livförsäkringskontrakts ekonomiska utfall beror på flera osäkerhetsfaktorer. Dels beror det på dödlighet och framtida kapitalavkastning, dels kan försäkringstagaren göra olika aktiva val som påverkar kontraktets ekonomiska utfall. Implementation av modellen sker i programmeringsspråket Matlab. Matlab är ett högnivåspråk som har specialiserats för att hantera matematiska funktioner på ett enkelt och effektivt sätt.

*E-post: stefanekwall81@hotmail.com. Handledare: Thomas Höglund.

Abstract

Before us lies a report that gives an account of the construction and implementation of a probability model, the model describes the expected economical result for an existing life assurance portfolio. A life assurance contracts economical result depends on many uncertain factors. Partly mortality and future income from capital, partly the choices that the insured can make which will affect the economical result for the contract. The model is implemented in the programming language Matlab. Matlab is a high-level language that specifies on handling mathematical functions in a simple and efficient way.

Förord

Här följer ett examensarbete om 20 akademiska poäng i matematisk statistik med inriktning mot försäkringsmatematik, skrivet på matematiska institutionen vid Stockholms Universitet. Arbetet utgör en del av min magisterexamen i matematisk statistik på Matematiska-Datalogiska linjen vid Stockholms Universitet. Jag vill passa på att tacka alla som bistått mig i mitt arbete.

Innehållsförteckning

1. Introduktion

1.1 Bakgrund

Ett försäkringsbolag har en portfölj med livförsäkringsavtal. Varje avtal innebär olika ekonomiska konsekvenser för bolaget, vilka beror på slumpmässiga händelser och därför själva är slumpmässiga. De ekonomiska konsekvenserna beror inte enbart på kapitalavkastning och avtalets försäkrade händelser. Försäkringstagaren har även valmöjligheter, vilka kommer att ge bolaget ekonomiska konsekvenser. Försäkringstagaren kan välja att höja eller avbryta sin premiebetalning samt även annullera det gällande avtalet. Både om och när en försäkringstagare väljer att utföra någon eller några av dessa handlingar är stokastiska variabler som kommer att påverka bolagets ekonomi.

1.2 Syfte

Syftet är att skapa en sannolikhetsteoretisk modell som gör det möjligt att hantera de aktuella aspekterna på ett försäkringsavtal vilket gör det möjligt att bestämma de olika ekonomiska parametrarna vid valda framtida tidpunkter.

De stokastiska variablerna modellen skall kunna hantera är att:
- Den försäkrade händelsen inträffar
- Försäkringstagaren väljer att annullera kontraktet
- Försäkringstagaren väljer att avbryta avtalad premiebetalning

De ekonomiska variablerna som skall beräknas är:
- Premieinkomst
- Utbetald ersättning
- Driftkostnadsbelastning
- Skattekostnad
- Försäkringskapital
- Återköpsvärde
- Värdefunktionen
- Risksumma

1.3 Målsättning

Modellen skall praktiskt kunna implementeras för en existerande portfölj med livförsäkringsavtal. Resultatet skall vara sådant att det går att bestämma generella fördelningar för ovanstående parametrar. Utifrån dessa fördelningar kan man sedan beräkna det förväntade ekonomiska utfallet för en godtycklig mängd med likartade försäkringskontrakt. Det ska även vara möjligt att välja hur långt fram i tiden som man vill blicka då man beräknar utfallet.

1.4 Disposition

I kapitel två ges en beskrivning av de livförsäkringskontrakt som finns i portföljen och en förklaring av de begrepp som rör dessa kontrakt.
Kapitel tre beskriver den sannolikhetsteoretiska modell som används och de antaganden som görs för att sedan kunna implementera denna modell.
Resultaten från den implementering som gjorts i Matlab visas i kapitel fyra.
Kapitel fem består av en källförteckning.

2. Kontrakten

2.1 Beskrivning av kontrakten

Typer av försäkringskontrakt

Det finns fyra olika typer av försäkringskontrakt i den aktuella portföljen som alla är skattemässigt klassificerade som pensionsförsäkringar.
Vid pensionsförsäkring betalas det ut ett bestämt belopp varje år under en viss tidsperiod, betingat av att den försäkrade är vid liv.

De försäkringskontrakt som modellen skall kunna hantera är:
- Uppskjuten temporär livränta
- Uppskjuten temporär livränta med återbetalningsskydd
- Uppskjuten livsvarig livränta
- Uppskjuten livsvarig livränta med återbetalningsskydd

1) Uppskjuten temporär livränta:
Från försäkringen betalas det ut S kronor per månad med början efter m månader.
Beloppet betalas ut så länge som den försäkrade lever, dock längst i s månader.

2) Uppskjuten temporär livränta med återbetalningsskydd:
Från försäkringen betalas det ut S kronor per månad med början efter m månader.
Beloppet betalas ut så länge som den försäkrade lever, dock längst i s månader.
Återbetalningsskyddet innebär att försäkringsbeloppet betalas ut till förmånstagare om den försäkrade avlider. Denna betalning påbörjas direkt efter dödsfall.

3) Uppskjuten livsvarig livränta:
Från försäkringen betalas det ut S kronor per månad med början efter m månader.
Beloppet betalas ut så länge som den försäkrade lever.

4) Uppskjuten livsvarig livränta med återbetalningsskydd:
Från försäkringen betalas det ut S kronor per månad med början efter m månader.
Beloppet betalas ut så länge som den försäkrade lever.
Återbetalningsskyddet innebär att försäkringsbeloppet garanterat betalas ut i 20 år.

Detta skydd gäller dels om försäkringstagaren avlider efter att försäkringsersättningen har börjat betalas ut, men innan 20 år har gått sedan första utbetalningen. Då fortsätter försäkringsersättningarna betalas förmånstagaren/förmånstagarna tills 20 år efter första utbetalningen. Dels gäller skyddet om försäkringstagaren avlider innan försäkringsersättningen har börjat betalas ut. Då påbörjas utbetalningar till förmånstagare direkt efter dödsfallet och fortsätter i 20 år.

Försäkrad händelse

Att försäkringsbeloppen betalas ut är betingat på en eller flera försäkrade händelser.
Den försäkrade händelsen innebär antingen att försäkringstagaren är vid liv, eller att han avlidit, vid en viss tidpunkt.

Försäkringsbelopp

I de kontrakt som ingår i denna portfölj betalas försäkringsbeloppet ut på två alternativa sätt. Antingen betalas en summa varje månad under en bestämd tid, då den försäkrade måste vara vid liv. Det kan även betalas ut en summa varje månad under en bestämd tid oavsett om den försäkrade lever eller ej.

Premie

För alla försäkringar i den aktuella portföljen sker en premieinbetalning de n första månaderna, betingat av att den försäkrade är vid liv. Dessa består antingen av löpande premiebetalningar, eller engångspremier i serie. Vid löpande premiebetalning är det avtalade försäkringsbeloppet bestämt i förväg med avseende på framtida premiebetalningar. För engångspremier i serie bestäms försäkringsbeloppet med avseende på betalade premier. När man hanterar denna avtalstyp måste därmed försäkringsbeloppet räknas upp för varje premiebetalning som sker.

Återbetalningsskydd

Om försäkringen säljs med ett återbetalningsskydd kommer den försäkrades förmånstagare få resterande del av försäkringsersättningen om den försäkrade avlider innan försäkringen är avslutad.

Återbäring

Återbäring innebär att den försäkrade kan få en tilläggsbetalning utöver det kontraktsbundna beloppet. Denna återbäring betalas ut om de inbetalda premierna haft bättre avkastning än vad som antogs då försäkringssumman räknades fram.

Annullering

Varje år kan den försäkrade välja att annullera sitt kontrakt och därmed avsluta försäkringen. Orsaken till annullation kan vara antingen återköp eller flytt. Vid ett återköp får den försäkrade ut ett i kontraktet förutbestämt belopp, återköpsvärdet, som beror på hur länge försäkringen har gällt. En flytt innebär att den försäkrade väljer att flytta över sin försäkring till ett annat bolag vilket innebär att nuvarande bolag får betala ut försäkringskontraktets återköpsvärde.

Förändring av premiebetalande

Den försäkrade kan välja att antingen upphöra med sin premiebetalning, ett så kallat fribrev, eller att höja sin premie. Vid upphörande av premiebetalning bestäms försäkringsbeloppet efter de premier som redan har betalats in.
Om den försäkrade väljer att höja sin premie beräknas försäkringsbeloppet upp vid löpande premiebetalning. Vid engångspremier i serie beräknas försäkringsbeloppet upp vid varje premieinbetalning vilket gör att en premiehöjning inte ger någon skillnad i tillvägagångssätt.

2.2 Övriga parametrar som påverkar kontrakten

Avkastning

För att kunna beräkna framtida värden för de olika ekonomiska parametrarna krävs antaganden om den framtida avkastningen.

Försäkringskapital

Försäkringskapitalet är det belopp som försäkringen har samlat ihop till vid den aktuella tidpunkten. Beloppet bestäms retrospektivt.

Belastningar

Avkastningen belastas på olika sätt för att ta hänsyn till de olika utgifter och risker bolaget har.
Driftkostnadsbelastning används för att täcka de driftkostnader som bolaget har för försäkringen.
Skattebelastning läggs på för att täcka den skatt som försäkringstagarens tillgångar belastas med.
Säkerhetsbelastning används för att skydda bolaget mot att ränte- och dödlighetsantaganden slår fel.

Driftkostnader

Driftkostnaderna skall täcka upp för alla de kostnader som bolaget har för att administrera försäkringen. De är styckeproportionerliga, en fast summa per kontrakt och år, premieproportionerliga, proportionerliga mot försäkringsbeloppet och kapitalproportionerliga.
I modellen ses driftkostnaderna som proportionella mot försäkringskapitalet och premieinbetalningarna.

Skattekostnader

De tillgångar som hålls för försäkringstagarens räkning är belastade med en årlig skatt. Skatten beräknas som marknadsvärdet av försäkringstagarens tillgångar, multiplicerat med den genomsnittliga statslåneräntan under året, multiplicerat med en skattesats. Skattesatsen är 15 % för pensionsförsäkringar och 27 % för kapitalförsäkringar. I modellen ses skattekostnaderna som proportionerig mot försäkringskapitalet.

Värdefunktionen

Värdefunktionen eller livförsäkringsersättningen för en försäkring kan beskrivas som kapitalvärdet av försäkringsgivarens framtida förpliktelser subtraherat med kapitalvärdet för försäkringstagarens framtida förpliktelser, vid en given tidpunkt.

Risksumma

Med risksumma vid tiden t menas värdefunktionens förändring om den försäkrade avlider. Den kan beskrivas som de utbetalningar som den försäkrade får om han dör vid tiden t, subtraherat med de utbetalningar som den försäkrade förväntas få om han lever vid samma tidpunkt.

Markovkedja

En Markovkedja är en stokastisk process med Markovegenskaper, det vill säga att processens förlopp kan bestämmas utifrån dess befintliga tillstånd utan kännedom om det förflutna.
En diskret Markovkedja med ett ändligt antal tillstånd kan representeras av en stokastisk matris eller övergångsmatris. Givet en sannolikhetsvektor kan nästa steg räknas fram genom multiplikation med övergångsmatrisen. Antag att processen befinner sig i tillstånd i vid tid t, då betecknas sannolikheten att vara i tillstånd j vid nästa tidssteg, övergångssannolikheten, som $P_{ij}(t)$. Dessa övergångssannolikheter bildar övergångsmatrisen vid tid t. Eftersom sannolikheter är ickenegativa och processen måste göra en övergång till något tillstånd gäller att

$$0 \le P_{ij}(t) \le 1, \qquad \sum_{j=0}^{\infty} P_{ij}(t) = 1,\ i=0,1,\ldots.$$

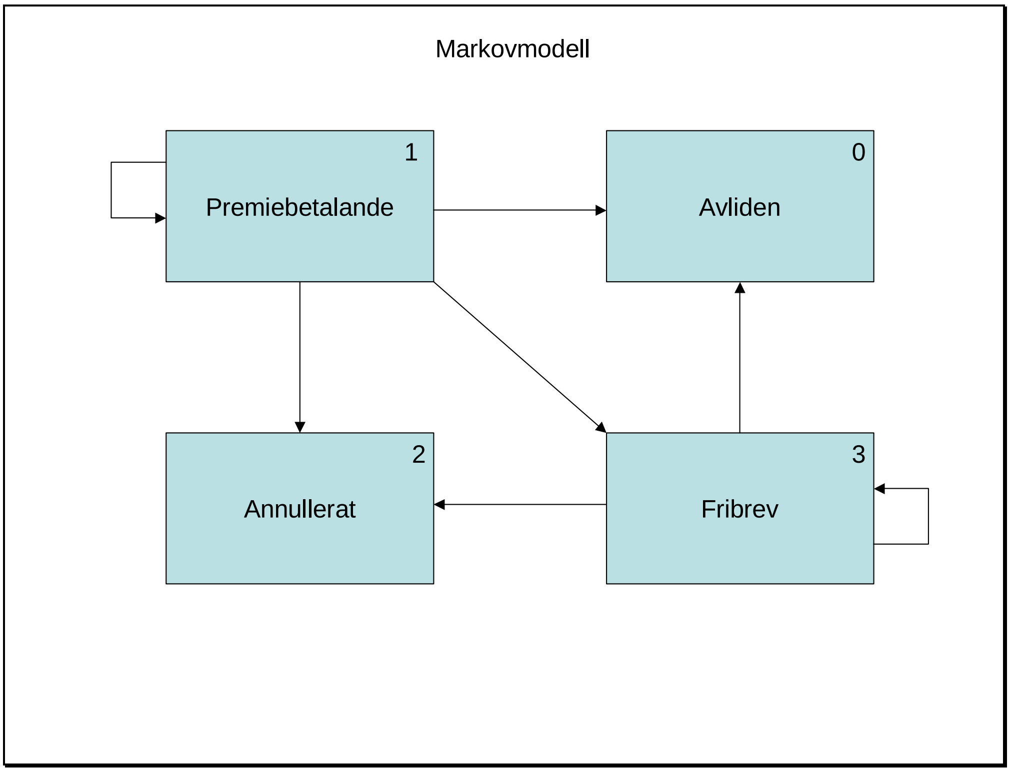
3. Modellen

3.1 Markovmodell

Den modell som här väljs för att beskriva kontrakten är en Markovmodell. Det är en generell teoretisk modell som är brukbar för att beskriva livförsäkringskontrakt. I Markovmodellen beskrivs utvecklingen av försäkringskontraktet med hjälp av en Markovkedja. Modellen består av de olika tillstånden hos försäkringen och övergångssannolikheter mellan dessa tillstånd. Vidare innebär försäkringskontraktet olika ekonomiska åtaganden för försäkringsbolaget respektive försäkringstagaren. Dessa åtaganden kan dels vara betingade på att den försäkrade är kvar i ett tillstånd eller att det sker en övergång mellan två tillstånd. Med hjälp av Markovmodellen kan man bestämma fördelningar för de ekonomiska parametrarna som är av intresse.

I Sverige använder man vanligtvis kontinuerliga variabler för dessa typer av beräkningar eftersom dödlighet, annullering med mera sker kontinuerligt. Premiebetalningar och utbetalningar sker däremot vid diskreta tillfällen vilket innebär att en beräkningsteknik som utgår från en diskret syn i dessa avseenden ger en mer korrekt verklighetsbeskrivning. Även dödligheten brukar beskrivas i tabellform över diskret tid, där man utgår ifrån verkliga observationer. Den diskreta modellen gör även beräkningarna enklare att genomföra.
Jag kommer i mitt arbete att använda en diskret teknik till Markovmodellen. Det innebär att alla övergångssannolikheter i Markovkedjan kommer att motsvara sannolikheten att gå från ett tillstånd till ett annat inom ett diskret tidssteg h. Därmed kan man välja att räkna på års-, kvartals- eller månadsbasis genom att variera storleken på steglängden h.

Markovkedjan för de aktuella kontrakten består av fyra olika tillstånd numrerade från noll till tre.



Figur 1: Markovkedja för försäkringskontrakten

Avliden (0):
Den försäkrade är avliden. Om försäkringen har återbetalningsskydd betalas det ut försäkringsersättning i ett bestämt antal år efter det att individen gått över till ”Avliden”. Tillståndet är absorberande[1] och kan nås från ”Premiebetalande” och ”Fribrev”.

Premiebetalande (1):
Den försäkrade är vid liv och betalar premie i period (0,n). Därefter börjar försäkringsersättningen betalas ut. Härifrån kan övergång ske till alla andra tillstånd.

[1] Ett tillstånd som är absorberande kan man ej lämna för att gå till något annat tillstånd.

Annullerat (2):
Den försäkrade har annullerat sin försäkring och får därmed ut en förutbestämd klumpsumma. Orsaken till annullering kan vara antingen återköp eller flytt av kontrakt. I detta tillstånd upphör försäkringen att gälla. Tillståndet är absorberande och kan nås från ”Premiebetalande” och ”Fribrev”.

Fribrev (3):
Den försäkrade har valt att sluta betala premier i förtid. Det leder till att försäkringssumman sätts ned för kontrakt med löpande premiebetalning. I detta tillstånd betalas det ut försäkringsersättningar vid bestämda tidpunkter. Tillståndet kan endast nås från ”Premiebetalande” och härifrån kan man gå till antingen ”Avliden” eller ”Annullerat”.

Fördelningar:

I huvudsak är det tre stycken osäkerhetsfaktorer i modellen.
För varje kontrakt definieras tre icke-negativa stokastiska variabler.

T_x	Livslängd för en godtyckligt vald individ
T_u	Tid då försäkringskontraktet övergår till ett fribrev
T_a	Tid då försäkringskontraktet annulleras

Definiera de stokastiska variablernas diskreta fördelningar som:

$$F_x(t,t+h) = F_x(t) = P(T_x \le t+h \mid T_x > t)$$
$$F_u(t,t+h) = P(T_u \le t+h \mid T_u > t)$$
$$F_a(t,t+h) = P(T_a \le t+h \mid T_a > t)$$

Definiera tillståndsvariabeln S_t som det tillstånd som försäkringen är i vid tid *t*.
Definiera även indikatorfunktionen $\mathrm{I}\{S_t = j\}$ som är lika med ett om försäkringen är i tillstånd *j* vid tid *t* och noll annars.

Övergångssannolikheter:

Definiera nu 4x4 sannolikhetsmatrisen $P = \lfloor p_{ij}(t) \rfloor = \lfloor p_{ij}(t,t+h) \rfloor = [P(S_{t+h} = j \mid S_t = i)]$.
För Markovmodellen kommer matrisen att se ut som följer.

$$\mathrm{P}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ p_{10}(t) & p_{11}(t) & p_{12}(t) & p_{13}(t) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ p_{30}(t) & 0 & p_{32}(t) & p_{33}(t) \end{bmatrix}$$

Beskrivning av de händelser som skapar en övergång mellan två tillstånd:

1->0: Den försäkrade för ett premiedragande avtal avlider.
1->2: Försäkringstagaren annullerar sitt kontrakt.
1->3: Försäkringstagaren avbryter premiebetalningen i förtid och avtalet sätts ned till ett fribrev.
3->0: Den försäkrade för ett fribrev avlider.
3->2: Ett fribrev annulleras.

Sannolikheten att vara i de olika tillstånden vid tid *t+h*, givet att man är i tillstånd 1 vid tid *t* är:

Tillstånd 0: $P(S_{t+h} = 0 \mid S_t = 1) = F_x(t)$
Tillstånd 1: $P(S_{t+h} = 1 \mid S_t = 1) = (1 - F_x(t))(1 - F_u(t))(1 - F_a(t))$
Tillstånd 2: $P(S_{t+h} = 2 \mid S_t = 1) = F_a(t) * (1 - F_x(t))$
Tillstånd 3: $P(S_{t+h} = 3 \mid S_t = 1) = (1 - F_x(t))F_u(t)(1 - F_a(t))$

Notera att det har antagits att individen avlider i mitten av intervallet, emedan annullering sker i slutet av ett intervall. Det leder till att för de fall försäkringstagaren avlider och annullerar i samma intervall kommer det ske en övergång till tillstånd ”Avliden”. Det avsteg från verkligheten som dessa antaganden ger upphov till är små då tidsintervallen som störst kommer att vara ett år. I förhållande till övriga sannolikheter är sannolikheten för annullation och dödsfall inom en tidsperiod mycket liten och påverkar därav inte resultatet i stort.

Sannolikheten att vara i de olika tillstånden vid tid *t+h*, givet att man är i tillstånd 3 vid tid *t* är:

Tillstånd 0: $P(S_{t+h} = 0 \mid S_t = 3) = F_x(t)$
Tillstånd 1: $P(S_{t+h} = 1 \mid S_t = 3) = 0$
Tillstånd 2: $P(S_{t+h} = 2 \mid S_t = 3) = F_a(t) * (1 - F_x(t))$
Tillstånd 3: $P(S_{t+h} = 3 \mid S_t = 3) = (1 - F_x(t))(1 - F_a(t))$

Eftersom att både ”Avliden” och ”Annullerat” är absorberande tillstånd gäller:
$P(S_{t+h} = 0 \mid S_t = 0) = P(S_{t+h} = 2 \mid S_t = 2) = 1$, och alla andra övergångssannolikheter är noll.

Notera att radsummorna i övergångsmatrisen summeras till 1, vilket indikerar att sannolikheterna är ok.

3.2 Antaganden

För att kunna implementera modellen görs antaganden för att förtydliga och i viss mån förenkla de krav som finns på försäkringskontrakten.

– I modellen används det diskreta tidsintervallet (t,t+h).
Eftersom diskret teknik med steglängd *h* som bas används är detta tidsintervall naturligt att använda.

– Dödsfall sker i mitten av intervallet (t,t+h).
Eftersom diskret teknik används är antagandet att dödsfall sker i mitten av intervallet naturligt. Det fel som antagandet genererar är litet jämfört med variansen för den framtida dödligheten.

– Upphörande av premiebetalning kan ske i intervallet (0,n).
Den försäkrade betalar premie fram till tid n. Därefter blir övergångssannolikheten till ”Fribrev” noll.

– Annullering av kontrakt kan ske i intervallet (0,n).
Efter att försäkringsutbetalningar har börjat kan den försäkrade ej annullera sitt kontrakt.

– Försäkringstagaren lever ej längre än 120 år.
Denna inskränkning görs för att summationer ej skall ske i oändligheten.
Därmed avslutas alla försäkringar senast vid tid T-x, där x är försäkringstagarens ålder vid tecknande av kontraktet och T är 120.

– Det kan endast ske en övergång per tidsintervall.
Som Markovmodellen är uppbyggd är detta antagande rimligt.

– Premier betalas in månadsvis, den första i varje månad.

– Försäkringsersättningar betalas ut månadsvis, den sista i varje månad.

– Eftersom att både premier och försäkringsersättningar, enligt antaganden, betalas ut månadsvis kommer alla variabler som är tidsberoende beräknas i antal månader.

– Annullering och upphörande av premiebetalning sker i slutet av en tidsperiod (t,t+h).
Eftersom att premien betalas i början av tidsperioden måste den försäkrade vänta tills slutet av perioden innan han kan annullera kontraktet, eller upphöra med sin premiebetalning.

– Alla nytecknade kontrakt startar i tillstånd ”Premiebetalande”.
Det är självklart att man inte tecknar en försäkring utan att starta i "Premiebetalande".

– Varje kontrakt i portföljen befinner sig i något av tillstånden ”Premiebetalande”,
”Ej premiedragande” eller ”Avliden”
Om den försäkrade befinner sig i tillståndet ”Annullerat” har försäkringen upphört och då ingår inte heller försäkringen i portföljen.

– Kontrakt med återbetalningsskydd stannar i tillståndet ”Avliden” under en bestämd tid.
När försäkringstagaren avlider betalas ett försäkringsbelopp ut i en viss tid.

– Då försäkringstagaren till ett livsvarigt kontrakt med återbetalningsskydd avlider innan ersättningar har börjat betalas ut påbörjas utbetalningar direkt och hela försäkringsvärdet betalas ut på fem år.

– Då försäkringstagaren till en temporär livränta med återbetalningsskydd avlider innan ersättningar har börjat betalats ut påbörjas utbetalningar direkt och hela försäkringsvärdet betalas ut under m månader.

3.3 Relevanta variabler

Variabler representerade i försäkringskontrakten

t: Tid sen tecknande av kontrakt.
n: Antal månader som försäkringstagaren betalar in premie.
m: Antal månader tills första försäkringsersättningen betalas ut.
s: Antal månader som försäkringsersättningar betalas ut. Kan vara livsvarig.
z: Antal månader tills alla försäkringsersättningar är utbetalda, z=m+s.
x: Försäkrades ålder, i månader, vid tecknande av kontrakt.
g: Försäkrades kön.
S: Försäkringsersättning. Fast belopp vid löpande premiebetalning, räknas upp med premiebetalningarna vid engångspremier i serie.
S_{tot} (t): Hitintills utbetalt belopp vid tiden t.
P: Premie. Fast belopp vid löpande premiebetalning, kan ändras vid engångspremier i serie.
P_{tot} (t): Hitintills inbetalda premier vid tiden t.
Å: Återköpsvärde. Belopp som betalas ut vid annullering av kontrakt. Beror på inbetalade premier.
Fk: Försäkringskapital.

Kassaflödesmässiga konsekvenser

P(t): Premie som betalas in i intervallet t, t+h. Beror på förfallotidpunkt, tidssteget h, vilket tillstånd kontraktet är i och om t<n.
S(t): Försäkringsersättning som betalas ut i intervallet t, t+h. Beror på förfallotid, tidssteget h, vilket tillstånd kontraktet befinner sig i, om det sker en övergång mellan två tillstånd, och om m<t<m+s.
Å(t): Återköpsvärde vid tiden t. Betalas ut om försäkringstagaren annullerar sitt kontrakt.
dk(t): Driftkostnad vid tid t.
skatt(t): Skattekostnad vid tid t.
tb(t): Tilläggsbetalning vid tiden t.

3.4 Markovmodell med ekonomiska variabler

Med hjälp av de olika övergångssannolikheterna kan man nu beräkna de premier och utbetalningar som kontraktet resulterar i. Även väntevärdet för dessa variabler kan beräknas.

$P_i(t)$: Premie som betalas in om den försäkrade befinner sig i tillstånd i vid tidpunkt t.
$S_i(t)$: Utbetalning som sker om den försäkrade är i tillstånd i vid tid t.
$S_{i,j}(t)$: Utbetalning som sker om den försäkrade övergår från tillstånd i till tillstånd j vid tid t.

$$P(t) = \sum_i \left\{ \mathrm{I}\{S_t = i\} * P_i(t) \right\}$$

$$S(t) = \sum_i \left\{ \mathrm{I}\{S_t = i\} * \left(S_i(t) + \sum_{i \neq j} S_{(i,j)}(t) * p_{(i,j)}(t) \right) \right\}$$

Utifrån dessa beräkningar kan även övriga ekonomiska variabler beräknas.

Ekonomiska konsekvenser

Det tillstånd som den försäkrade befinner sig i och de övergångar som sker mellan tillstånden ger upphov till olika ekonomiska konsekvenser. För att kunna gå vidare med modellen måste dessa redas ut. Nedan struktureras det upp hur de olika variablerna påverkas i de olika tillstånden och av övergångar mellan dem.

Tillstånd

Premiebetalande:

P: Varje tidssteg betalas premien P(t), givet att t<n.
S: Här utbetalas försäkringsersättningen S(t) vid varje tidssteg, givet att m<t<m+s.
Å: Här sker inget återköp.
dk: Bolaget har driftkostnader för förvaltning av försäkringsavtalet.
skatt: Bolaget har skattekostnader för förvaltning av försäkringsavtalet.
Fk: Försäkringskapitalet ökar med inbetald premie, minskar med försäkringsersättningar, belastas med avgifter för driftkostnader och skatt samt ökar med den faktiska kapitalavkastningen på försäkringstagarens tillgångar.

Fribrev:

P: Här sker ingen premiebetalning.
S: Här utbetalas försäkringsersättningen S(t) vid varje tidssteg, givet att $m<t<m+s$.
Å: Här sker inget återköp.
dk: Bolaget har driftkostnader för förvaltning av försäkringsavtalet.
skatt: Bolaget har skattekostnader för förvaltning av försäkringsavtalet.
Fk: Försäkringskapitalet ökar med inbetald premie, minskar med försäkringsersättningar, belastas med avgifter för driftkostnader och skatt samt ökar med den faktiska kapitalavkastningen på försäkringstagarens tillgångar.

Annullerat:

I detta tillstånd är försäkringen avslutad.

Avliden:

Försäkringar med återbetalningsskydd fortsätter att vara aktiva efter att den försäkrade avlider.
För en temporär livränta utbetalas försäkringsersättningar till förmånstagare tills dess att försäkringen skulle ha avslutats, t=m+s.
För en livsvarig livränta gäller återbetalningsskyddet i 20 år efter det att utbetalningarna har påbörjats. Därmed betalas det ur försäkringsersättningar till förmånstagare fram till t=m+20*12.

P: Här sker ingen premiebetalning.
S: Vid varje tidssteg sker en utbetalning S(t) givet att ovanstående är uppfyllt.
Å: Här sker inget återköp.
dk: Bolaget har driftkostnader för förvaltning av försäkringsavtalet.
skatt: Bolaget har skattekostnader för förvaltning av försäkringsavtalet.
Fk: Försäkringskapitalet ökar med inbetald premie, minskar med försäkringsersättningar, belastas med avgifter för driftkostnader och skatt samt ökar med den faktiska kapitalavkastningen på försäkringstagarens tillgångar.

Övergångar

Premiebetalande -> Avliden:

Endast försäkringskontrakt med återbetalningsskydd fortsätter att vara aktiv efter en övergång till avliden. Övriga kontrakt avslutas.

P: Eftersom det antagits att dödsfallet sker i mitten av tidsintervallet kommer bolaget få hälften av premieinbetalningen P(t).
S: Den första dödsfallsutbetalningen S(t) sker vid övergången.
Å: Här sker inget återköp.
dk: Bolaget har driftkostnader för förvaltning av försäkringsavtalet.
skatt: Bolaget har skattekostnader för förvaltning av försäkringsavtalet.
Fk: Försäkringskapitalet ökar med inbetald premie, minskar med försäkringsersättningar, belastas med avgifter för driftkostnader och skatt samt ökar med den faktiska kapitalavkastningen på försäkringstagarens tillgångar.

Premiebetalande -> Fribrev:

P: Här sker ingen premiebetalning.
S: För kontrakt under utbetalning kan ej övergången ske.
Å: Här sker inget återköp.
dk: Bolaget har driftkostnader för förvaltning av försäkringsavtalet.
skatt: Bolaget har skattekostnader för förvaltning av försäkringsavtalet.
Fk: Försäkringskapitalet belastas med avgifter för driftkostnader och skatt sam krediteras med den faktiska kapitalavkastningen på försäkringstagarnas tillgångar.

Premiebetalande -> Annullerat:

Vid övergång sker en utbetalning av återköpsvärdet, sedan upphör försäkringen.

P: Här sker ingen premiebetalning.
S: Här sker ingen utbetalning av försäkringsersättning.
Å: Här sker en utbetalning av återköpsvärdet Å(t).
dk: Bolaget har driftkostnader för förvaltning av försäkringsavtalet.
skatt: Bolaget har skattekostnader för förvaltning av försäkringsavtalet.
Fk: Försäkringskapitalet blir noll i och med att försäkringen avslutas.

Fribrev -> Avliden:

Endast försäkringskontrakt med återbetalningsskydd fortsätter att vara aktiv efter en övergång till avliden. Övriga kontrakt avslutas

P: Här sker ingen premiebetalning.
S: Den första dödsfallsutbetalningen S(t) sker vid övergången.
Å: Här sker inget återköp.
dk: Bolaget har driftkostnader för förvaltning av försäkringsavtalet.
skatt: Bolaget har skattekostnader för förvaltning av försäkringsavtalet.
Fk: Försäkringskapitalet ökar med inbetald premie, minskar med försäkringsersättningar, belastas med avgifter för driftkostnader och skatt samt ökar med den faktiska kapitalavkastningen på försäkringstagarens tillgångar.

Fribrev -> Annullerat:

Vid övergång sker en utbetalning av återköpsvärdet, sedan upphör försäkringen.

P: Här sker ingen premiebetalning.
S: Här sker ingen utbetalning av försäkringsersättning.
Å: Här sker en utbetalning av återköpsvärdet Å(t).
dk: Bolaget har driftkostnader för förvaltning av försäkringsavtalet.
skatt: Bolaget har skattekostnader för förvaltning av försäkringsavtalet.
Fk: Försäkringskapitalet blir noll i och med att försäkringen avslutas.

3.5 Framräkning av avtalat belopp

Varje inbetald engångspremie ger upphov till att det avtalade beloppet räknas upp med det tillskott som premien ger. Beräkningen av detta tillskott sker på olika sätt för de olika försäkringstyperna. För att kunna göra dessa beräkningar krävs att vi definierar ett antal variabler och funktioner. Vi behöver definiera de kommutationsfunktioner[2] som behövs för att kunna hantera diskontering och den dödsrisk som kontrakten är beroende av. Eftersom premier och försäkringsersättningar betalas månadsvis krävs att beräkningarna sker på månadsbasis.

P: Senaste premien.
S_p : Tillskott från senast inbetalda premie som det avtalade beloppet S ökar med.
r: räntan.
v: diskonteringsfaktor.

$$v = \frac{1}{1+r}$$

Kommutationsfunktioner:

l(x): Överlevelsefunktionen. Antal överlevande av 100 000 födda.
D(x): De levandes diskonterade tal. Beräknas på månadsbasis.
N(x): Summan av de levandes diskonterade tal. Beräknas på månadsbasis.
k(x): Mortalitetsfunktion. Antal avlidna av 100 000 födda.
E(x): De avlidnas diskonterade tal. Beräknas på månadsbasis.
M(x): Summan av de avlidnas diskonterade tal. Beräknas på månadsbasis.
q_x : Ettårig dödsrisk för individ med åldern x.
x: Försäkrades ålder vid tecknandet av kontrakt.
t: tid sedan tecknandet av kontrakt.
m: Antal månader, från tecknandet, tills försäkringsersättningen börjar betalas ut.
s: Antal månader som den försäkrade får ersättning. För uppskjutet livsvarigt kontrakt med återbetalningsskydd står s för de 20 år som den försäkrade är garanterad ersättning.
z: Antal månader, från tecknandet, tills försäkringsersättningen är utbetalad. z=m+s

$$l(x+1) = (1-q_x) * l(x) \quad där \;\; l(0) = 100000$$

$$k(x) = (100\ 000 - l(x))$$

$$D(x) = l(x/12) * v^{x/12}$$

$$N(x) = \sum_{i=0}^{120*12-x} D(x+i)$$

$$E(x) = k(x/12) * v^{x/12}$$

$$M(x) = \sum_{i=0}^{120*12-x} E(x+i)$$

[2] Hjälpfunktioner för beräkning av kapitalvärden som är beroende av individens dödlighet.

Uppskjuten temporär livränta:
Från försäkringen betalas det ut S kronor per månad med början efter m månader.
Beloppet betalas ut så länge som den försäkrade lever, dock längst i s månader.

$$P = S_p * \frac{N(x+m) - N(x+m+s)}{D(x+t)}$$

Uppskjuten temporär livränta med återbetalningsskydd:
Från försäkringen betalas det ut S kronor per månad med början efter m månader.
Beloppet betalas ut så länge som den försäkrade lever, dock längst i s månader.
Återbetalningsskyddet innebär att försäkringsbeloppet betalas ut till förmånstagare om den försäkrade avlider. Denna betalning påbörjas direkt efter dödsfall.

$$P = S_p * \left\{ \frac{M(x+t) - M(x+m) + D(x+m)}{D(x+t)} \right\}$$

Uppskjuten livsvarig livränta:
Från försäkringen betalas det ut S kronor per månad med början efter m månader.
Beloppet betalas ut så länge som den försäkrade lever.

$$P = S_p * \frac{N(x+m)}{D(x+t)}$$

Uppskjuten livsvarig livränta med återbetalningsskydd:
Från försäkringen betalas det ut S kronor per månad med början efter m månader.
Beloppet betalas ut så länge som den försäkrade lever.
Återbetalningsskyddet innebär att försäkringsbeloppet garanterat betalas ut i 20 år.
Detta skydd gäller dels om försäkringstagaren avlider efter att försäkringsersättningen har börjat betalas ut, men innan 20 år har gått sedan första utbetalningen. Då fortsätter försäkringsersättningarna betalas till förmånstagare fram tills 20 år efter första utbetalningen.
Dels om försäkrigstagaren avlider innan försäkringsersättningen har börjat betalas ut. Då påbörjas utbetalningar till förmånstagare direkt efter dödsfallet och fortsätter i 20 år framåt.

$$P = S_p * \left\{ \frac{(M(x+t) - M(x+m) + D(x+m)) * \sum_{i=0}^{s} v^i + N(x+m+s)}{D(x+t)} \right\}$$

Ur formlerna löses S_p ut, vilket är det tillskott som det avtalade beloppet skall räknas upp med.

3.6 Risksumma

Risksumma är förändringen i värdefunktionen då den försäkrade avlider. Är risksumman negativ då försäkringstagaren avlider betyder det att kontraktet minskar i värde då den försäkrade avlider vilket ger en vinst till bolaget. För kontrakt med återbetalningsskydd där den försäkrade avlider innan försäkringsbeloppet har börjat betalas ut sätter bolaget risksumman till noll, vilket innebär att hela försäkringskapitalet går till de anhöriga.För uppskjuten temporär livränta med återbetalningsskydd kommer risksumman vara noll även under utbetalning. Det beror på att försäkringen garanterar utbetalningar i s år oavsett om försäkringstagaren är vid liv eller ej.
För övriga kontrakt beräknas risksumman enligt nedan.

R(t): Risksumman vid tiden t.
$S_a(t)$: Värdet av de utbetalningar som sker om den försäkrade avlider vid tiden t.
V(t): Värdet av försäkringen om den försäkrade lever vid tiden t.
S: Månatlig försäkringsutbetalning.

Risksumman beräknas som:

$$R(t) = S_a(t) - V(t)$$

Uppskjuten temporär livränta:

$$S_a(t) = 0$$
$$V(t) = S * \left(\frac{N(x+m) - N(x+z)}{D(x+t)} \right)$$

Uppskjuten livsvarig livränta:

$$S_a(t) = 0$$
$$V(t) = S * \left(\frac{N(x+m)}{D(x+t)} \right)$$

Uppskjuten livsvarig livränta med återbetalningsskydd:
Här står z för tiden då de garanterade ersättningarna är utbetalade.

R(t)=0 om t<m, annars

$$S_a(t) = S * \sum_{i=0}^{z-t} v^i$$

$$V(t) = S * \left(\sum_{i=0}^{z-t} v^i + \frac{N(x+z)}{D(x+t)} \right)$$

3.7 Framräkning av försäkringskapitalet

Försäkringskapitalet är det belopp som försäkringen har samlat ihop till vid den aktuella tidpunkten. Försäkringskapitalet räknas fram enligt:

$$Fk(t+h) = Fk(t) * (1 + avk(t)) + P(t) - S(t) - dk - skatt$$
$$Fk(0) = 0$$

3.8 Återbäring

Återbäring är en möjlig tilläggsbetalning som betalas utöver den ordinarie försäkringsersättningen om de inbetalda premierna fått bättre avkastning än vad som antogs då försäkringssumman räknades fram. Vid tiden för första utbetalningen jämförs försäkringskapitalet med det kontraktsbundna försäkringsbeloppet och om försäkringskapitalet är tillräckligt mycket större betalas det ut en tilläggsbetalning utöver försäkringsersättningen. Sedan beräknas en ny tilläggsbetalning fram för varje försäkringsersättning med inskränkningen att tilläggsbetalningen inte får sjunka mer än fem procent per år.

Tilläggsbetalningen räknas fram genom följande formler.

Första utbetalningen:

$$tb(t) = \max\left[0, \quad \frac{Fk(t)}{A(t) * (1 + c)} - S(t)\right]$$

Eftersom Fk(t) är det totala försäkringskapitalet medan S(t) endast är en av utbetalningarna behövs variabeln A(t). Denna variabel delar upp försäkringskapitalet med avseende på hur många utbetalningar som förväntas ske och när de kommer att ske. A(t) belastas även med en säkerhetsmarginal c för att bolaget säkerhet skall klara av alla framtida förpliktelser.

För övriga utbetalningar gör villkoret, att tilläggsbetalningen inte får sjunka mer än 5 % per år, att formeln blir lite annorlunda. Om vi använder diskreta tidssteg med ett år som längd fås följande formel:

$$tb(t) = \max\left[0, \quad \frac{\{S(t-12) + tb(t-12)\}}{1.05} - S(t), \quad \frac{Fk(t)}{A(t) * (1 + c)} - S(t)\right]$$

Beräkning av A(t):

Variabeln A beräknas olika för de olika typerna av kontrakt. För kontrakt med återbetalningsskydd måste det även skiljas på om den försäkrade är vid liv eller ej.
För beräkning av A behöver vi använda de kommutationsfunktioner som definierats tidigare. Eftersom premier och försäkringsersättningar betalas månadsvis krävs att beräkningarna sker på månadsbasis.

Uppskjuten temporär livränta:

$$A(t) = \frac{N(x+t) - N(x+z)}{D(x+t)}$$

Uppskjuten temporär livränta med återbetalningsskydd:
A(t) beräknas på samma sätt oavsett om den försäkrade är vid liv eller ej.

$$A(t) = \sum_{i=0}^{z-t} v^i$$

Uppskjuten livsvarig livränta:

$$A(t) = \frac{N(x+t)}{D(x+t)}$$

Uppskjuten livsvarig livränta med återbetalningsskydd:

Den försäkrade är vid liv

$$A(t) = \left(\sum_{i=0}^{z-t} v^i + \frac{N(x+z)}{D(x+t)} \right)$$

Den försäkrade har avlidit

$$A(t) = \sum_{i=0}^{z-t} v^i$$

3.9 Beräkning av återköpsvärde

Vid återköp eller flytt av kontrakt får försäkringstagaren ut kontraktets återköpsvärde. Återköpsvärdet är försäkringens aktuella försäkringskapital belagd med en återköpsavgift. Avgiften beräknas enligt följande:

k kronor i fast avgift + något av alternativen:
a) 5% av försäkringskapitalet om försäkringen varit ikraft < 4 år.
b) 3% av försäkringskapitalet om försäkringen varit ikraft mellan 4-7 år.
c) 2% av försäkringskapitalet om försäkringen varit ikraft mellan 7-10 år.
d) 1% av försäkringskapitalet om försäkringen varit ikraft > 10 år

Försäkringar vars försäkringskapital är mindre än 30 % av prisbasbeloppet beläggs inte med någon avgift.

3.10 Teori för dödsrisk

I modellen används tre olika antaganden om den framtida dödligheten. Vid uppräknandet av försäkringkapital och beräkning av risksumma används ett antagande. Vid beräkning av eventuella tilläggsbetalningar används ett annat antagande och vid beräkning av sannolikheten att i Markovmodellen övergå till tillståndet avliden används ett tredje antagande.

Makehams fördelning

För den antagna framtida dödligheten vid uppräknande av försäkringskapital och vid beräkning av eventuella tilläggsbetalningar används Makehams fördelning med olika värden på de tillhörande parametrarna.

$$\alpha + \beta * e^{\gamma * x - f}$$

Här är alfa, beta och gamma parametrar som representerar hela populationen, x är individens ålder och f används för att särskilja män och kvinnor. Detta eftersom att kvinnor har längre livslängd än män.

För den faktiska dödligheten används Makehams fördelning med olika värden på alfa, beta och gamma för män och kvinnor. Därmed blir parametern f i ovanstående formel överflödig.

$$\alpha + \beta * e^{\gamma * x}$$

De ingående variablernas värden kan väljas fritt efter vad som antas vara den framtida dödligheten. I modellen används parametervärden från ett diplomeringsarbete (Olsén Jörgen 2005).

4. Implementering och resultat

4.1 Implementering

För att kunna beräkna de ekonomiska konsekvenserna för försäkringskontrakten vid valda framtida tidpunkter måste modellen implementeras.

Implementationen är gjord i programmeringsspråket Matlab. Matlab är ett högnivåspråk som har specialiserats för att hantera matematiska funktioner på ett enkelt och effektivt sätt.

Kontrakten i försäkringsportföljen ligger som poster i en fil. Programmet läser in en post i taget och bearbetar den för att sedan gå vidare med nästa post tills alla kontrakt är bearbetade.

4.2 Resultat

I resultatet visas hur de ekonomiska parametrarna för en uppskjuten livsvarig livränta med återbetalningsskydd varierar över tid och hur de påverkas av att olika antaganden ändras.

Jag väljer att visa ett nytecknat kontrakt för en kvinna som är 35 år när kontraktet tecknas och 65 år då första utbetalningen sker. Kvinnan betalar in 100 kronor i månaden fram till dess första utbetalningen sker. Den steglängd som används är ett år.

Grundantaganden

Årlig sannolikhet att gå över till ett fribrev: 1%

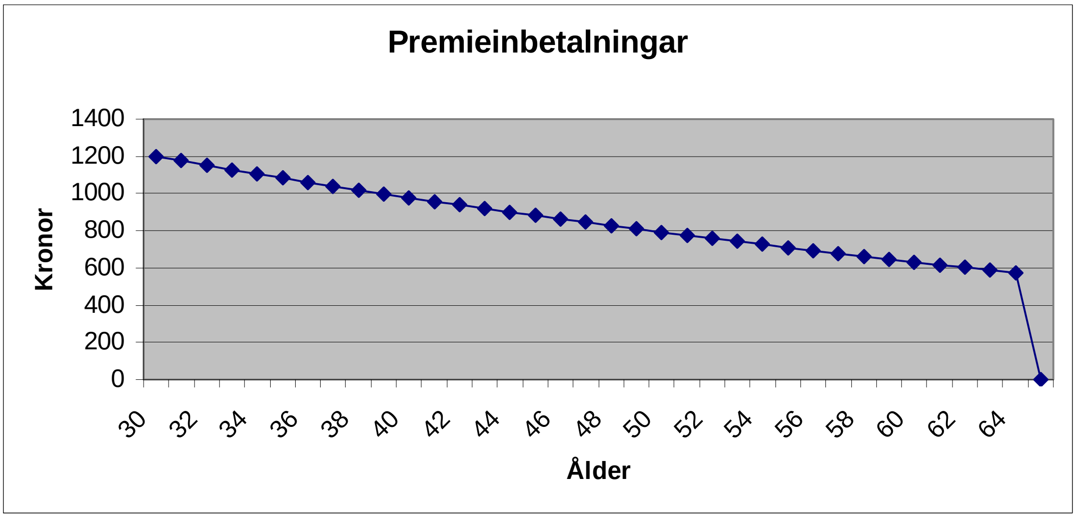
Årlig sannolikhet för kunden att annullera kontraktet: 1%

Bolagets framtida avkastning på kapital: 4%

Utfall för grundprofil

Premieinkomst

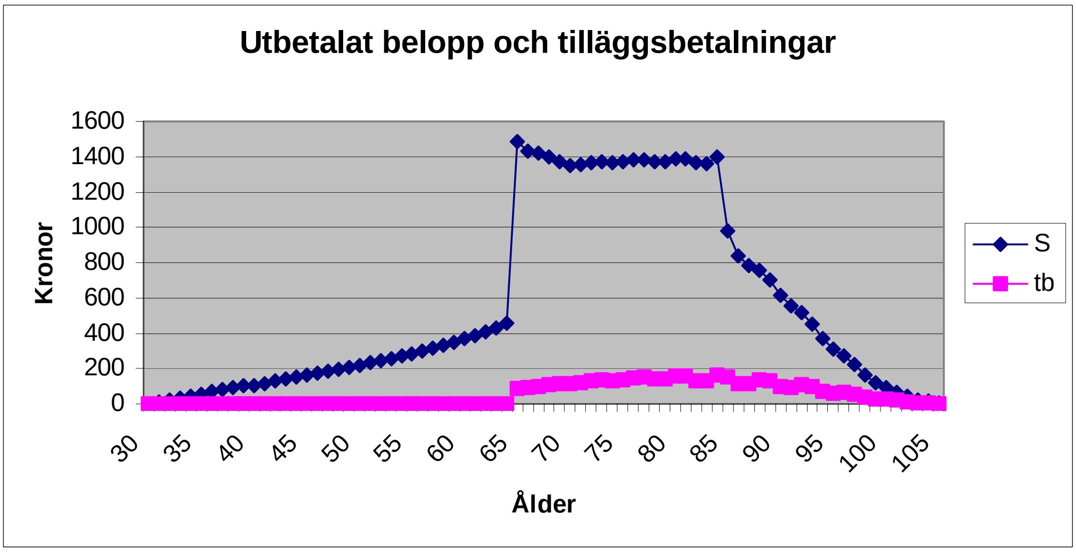
Den förväntade premieinkomsten börjar på 1200 kronor per år för att sedan sjunka allt eftersom premieinbetalningar avslutas på grund av övergång till fribrev, återköp eller att försäkringstagaren avlider. Då försäkringstagaren uppnår ålder 65 år upphör premiebetalningar och försäkringsersättningen börjar utbetalas.



Figur 2: Premieinbetalningar för grundprofilen

Utbetalningar

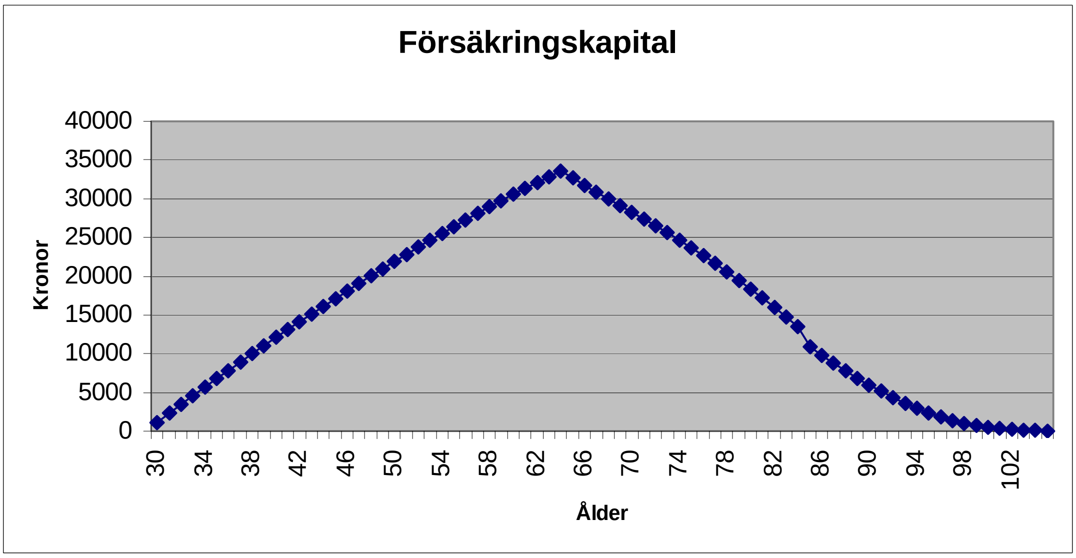
Grafen nedan visar hur beloppen som utbetalas till försäkringstagaren förväntas förändra sig över tiden. I grafen ses även återbäringen, den del av det utbetalade beloppet som beror på hur försäkringskapitalet har utvecklats. Innan ålder 65 år orsakas utbetalningarna av dödsfall samt återköp. Eftersom detta är ett kontrakt med återbetalningsskydd har försäkringstagaren en garanterad utbetalning mellan ålder 65 och 85 år. Därefter beror utbetalningarna på om hon är vid liv eller ej. Eftersom den framtida avkastningen är satt till fyra procent, vilket är högre än de antaganden som görs vid uppräkning av försäkringsbeloppet, kommer försäkringstagaren utöver försäkringsbeloppet även att få tilläggsbetalningar.



Figur 3: Utbetalat belopp och tilläggsbetalningar för grundprofilen

Försäkringskapital

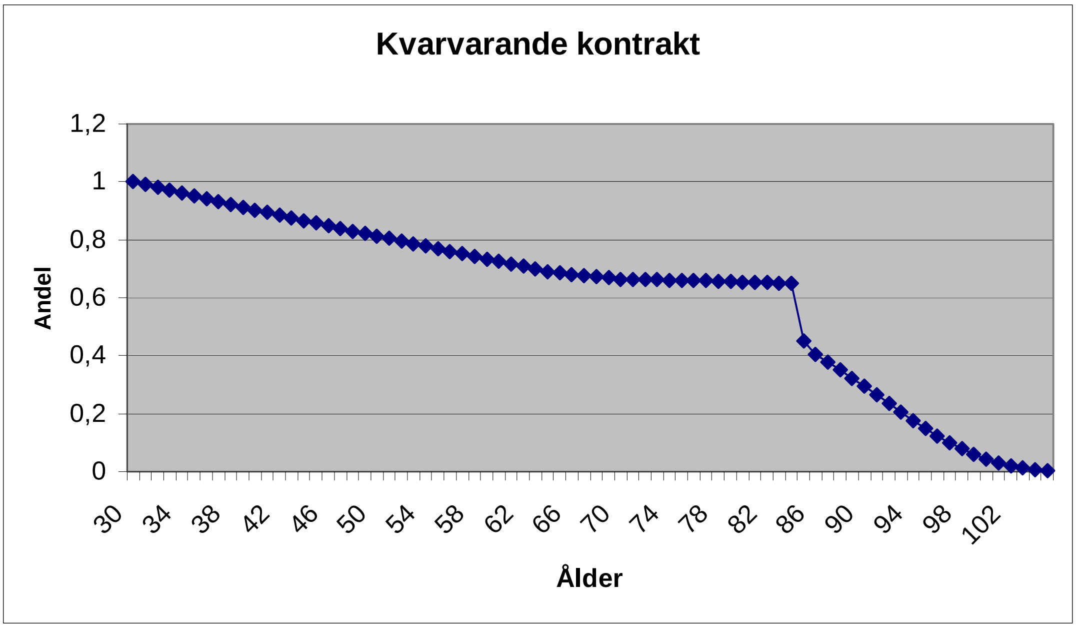
Försäkringskapitalet ökar med premieinbetalningarna och minskar sedan med de utbetalade beloppen.



Figur 4: Förändring av försäkringskapitalet för grundprofilen

Kvarvarande kontrakt

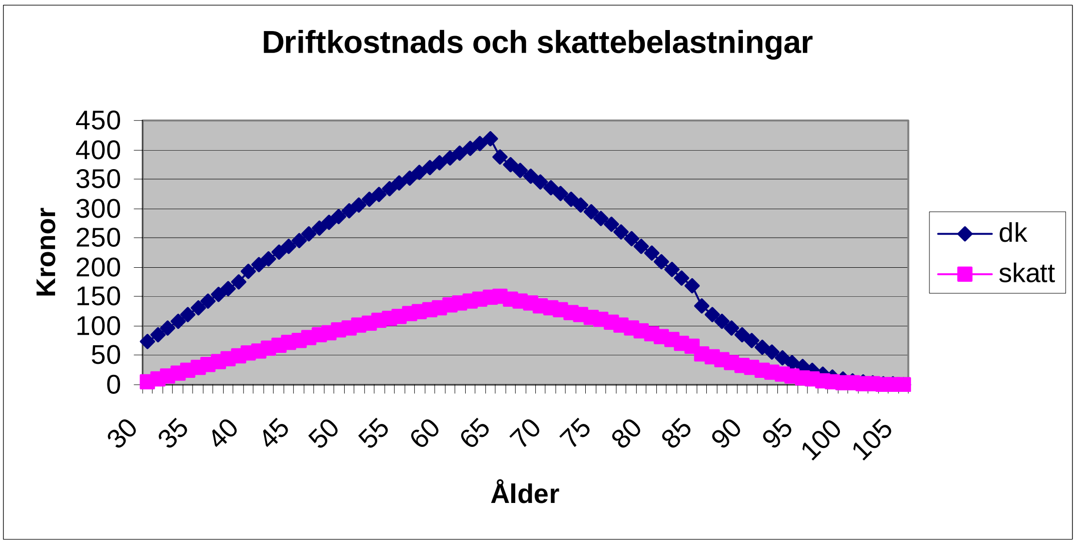
Andelen kvarvarande kontrakt minskar fram till ålder 65 år med återköp och dödsfall. Mellan ålder 65 och 85 år sker en garanterad utbetalning vilket gör att kontrakt ej sägs upp. Därefter minskar kontrakten med försäkringstagarnas dödsfall.



Figur 5: Andel kvarvarande kontrakt för grundprofilen

Belastningar

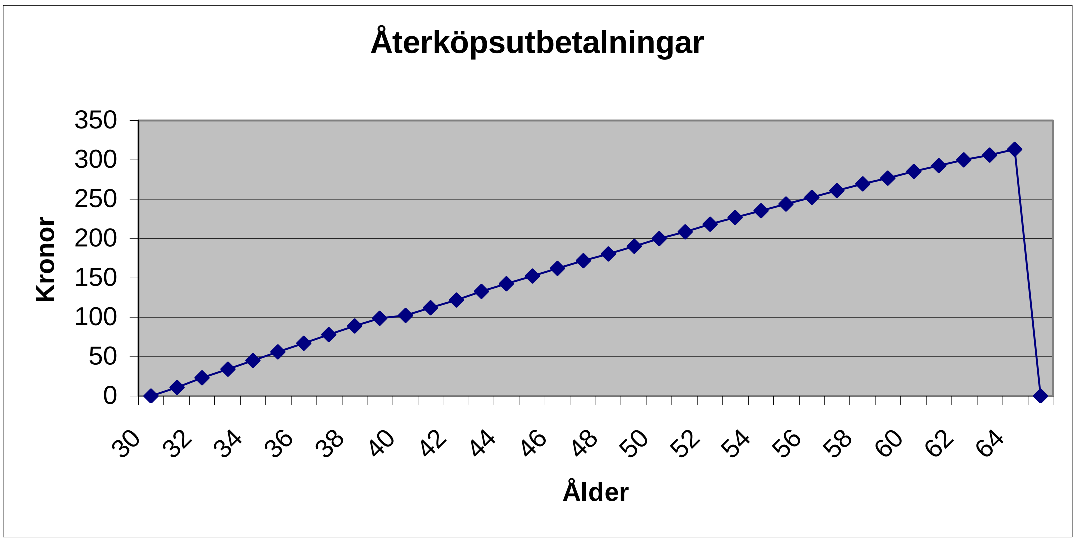
Driftkostnadsbelastningen är proportionerlig mot försäkringskapitalet och premieinbetalningarna, medan skattebelastningen endast är proportionerlig mot försäkringskapitalet.



Figur 6: Driftkostnads och skattebelastningar för grundprofilen

Återköp

Återköpsutbetalningen är proportionerlig mot försäkringskapitalet och kan endast ske innan försäkringsersättningen börjar betalas ut.

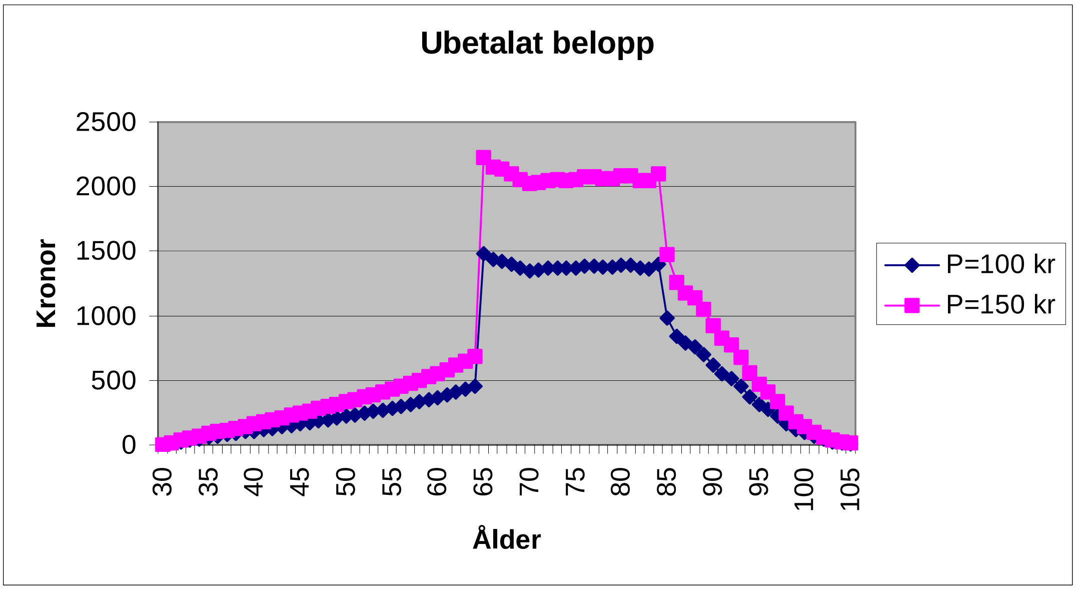


Figur 7: Återköpsutbetalningar för grundprofilen

Förändring av antaganden

Premie

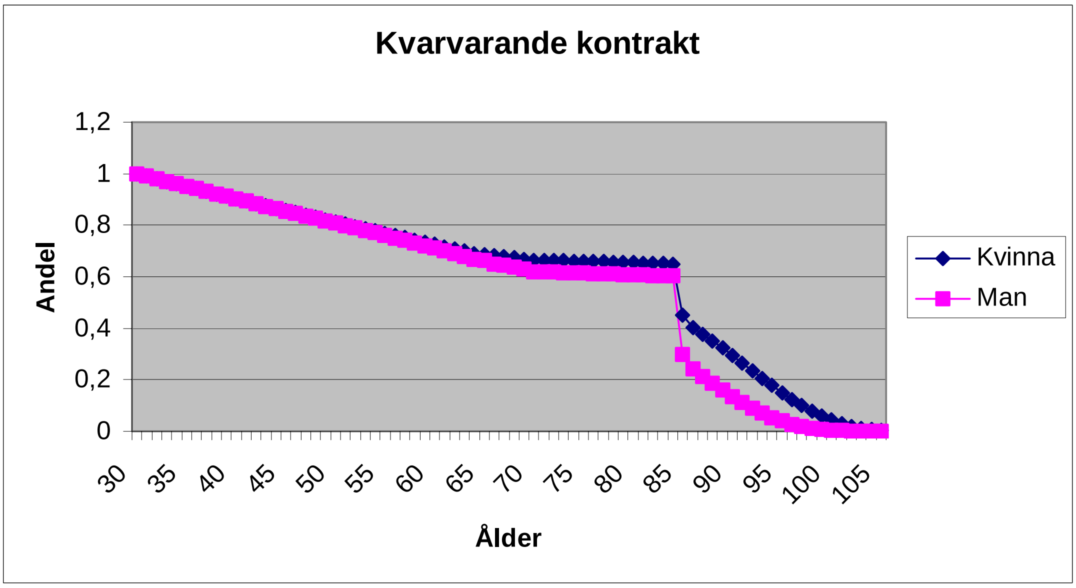
Om försäkringstagaren väljer att betala 50 kronor mer per månad kommer alla ekonomiska parametrar givetvis att förstoras. Som exempel nedan visas värdet på det utbetalade beloppet.



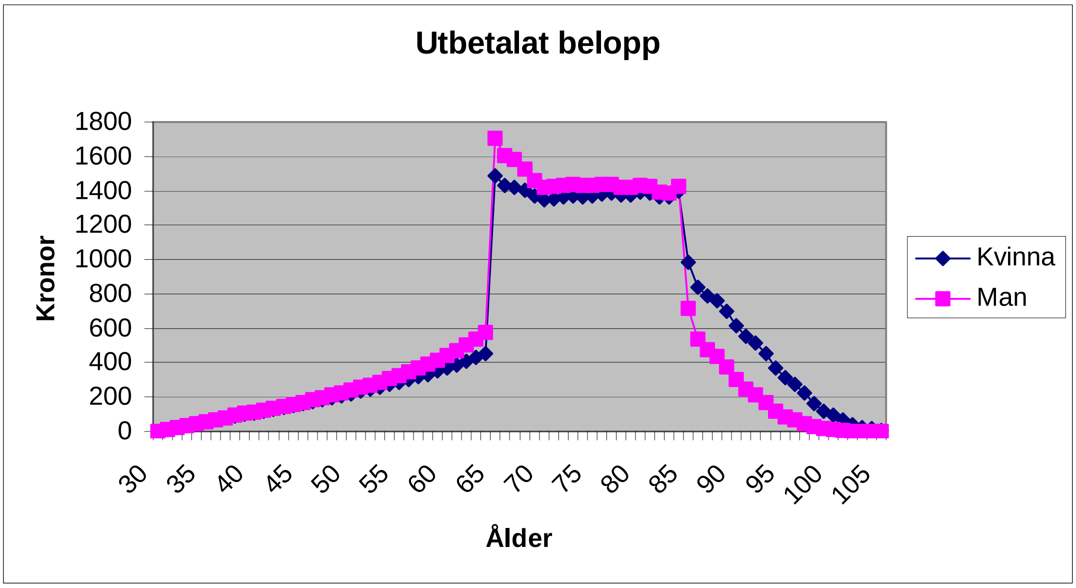
Figur 8: Utbetalat belopp vid förändring av premieinbetalning

Kön

För en man som tecknar ett likadant kontrakt som i grundprofilen kommer det förväntade utfallet att skilja sig något beroende på att män har en kortare medellivslängd än kvinnor. Det syns tydligt i grafen nedan att andel kvarvarande kontrakt är högre för kvinnliga försäkringstagare, särskilt för höga åldrar. I figur 9 ses skillnaden i utbetalat belopp. Eftersom att män förväntas avlida tidigare kommer deras utbetalning att vara högre under den garanterade utbetalnigstiden mellan ålder 65 och 85 år. Efter ådern 85 år kommer en större andel kvinnor vara vid liv vilket gör att de har ett högre förväntat utbetalat belopp.



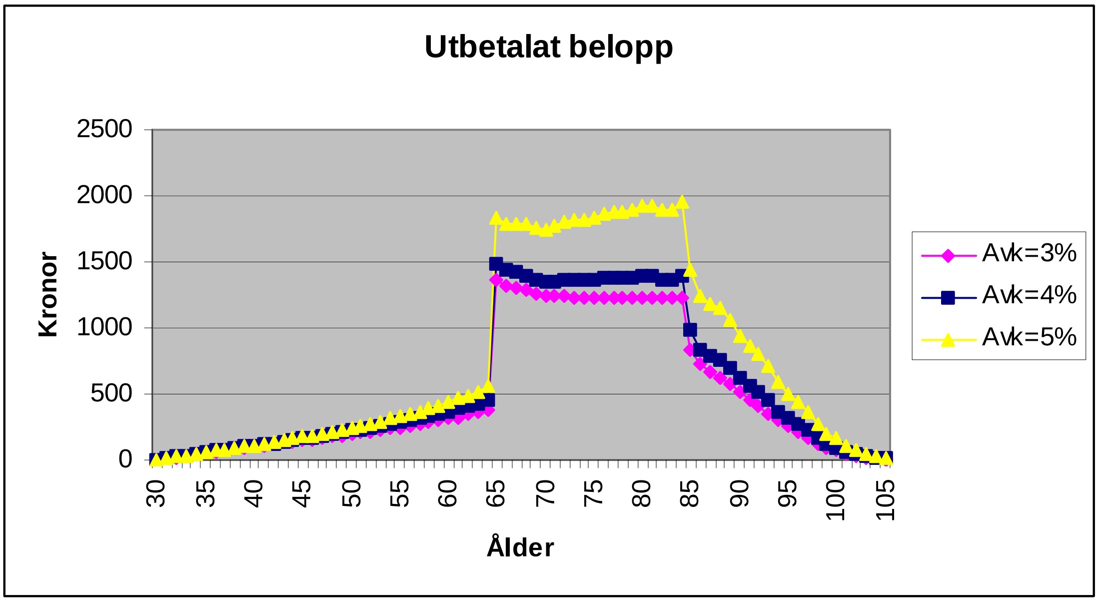
Figur 9: Kvarvarande kontrakt för kvinna respektive man



Figur 10: Utbetalat belopp för kvinna respektve man

Avkastning

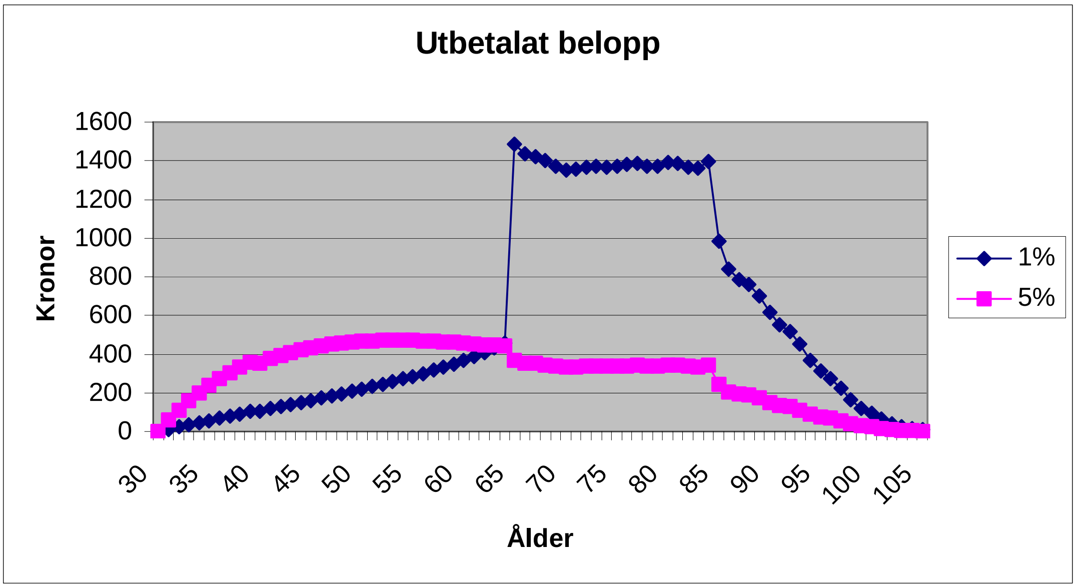
Vid förändring av den förväntade framtida avkastningen kommer försäkringstagarens utbetalda belopp att förändras. Förändringen sker genom att återbäringen ökar eller minskar. I grafen nedan ses hur det utbetalade beloppet förändras om den framtida avkastningen ändras till tre respektive fem procent.



Figur 11: Utbetalat belopp vid olika framtida förväntade avkastningar

Annulleringsgrad

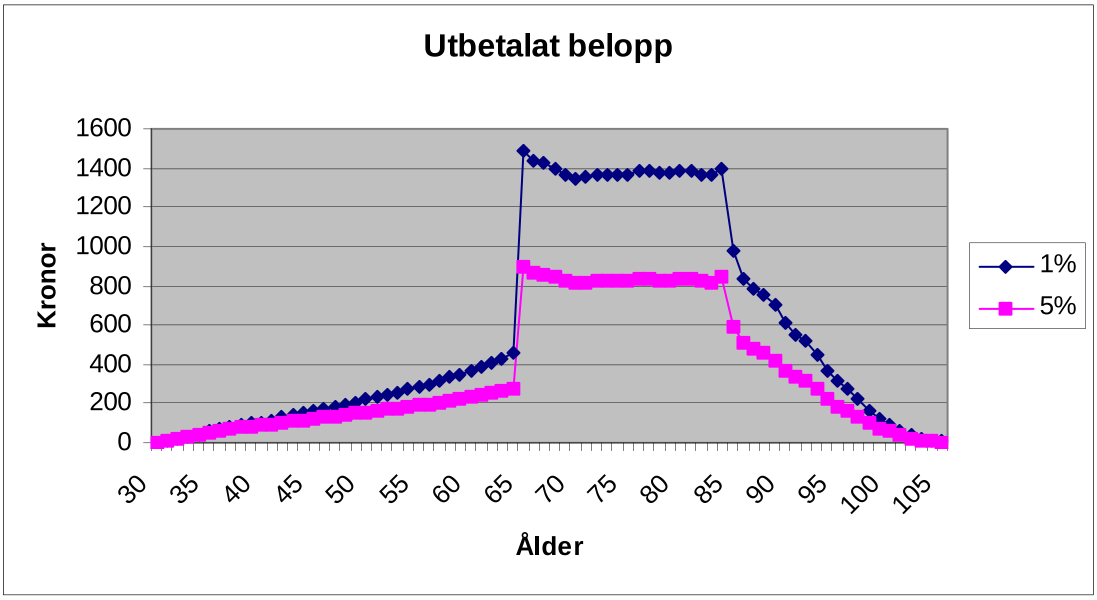
Om antagandet gällande den årliga annulleringsgraden höjs från en till fem procent per år kommer givetvis fler försäkringstagare att annullera sin försäkring. Figur 11 visar hur det utbetalade beloppet förändras om antagandet för annulleringsgrad höjs. Innan åldern 65 år betalas det nu ut mer beroende på att fler kontrakt annulleras. Efter åldern 65 år sker inga återköp, däremot är det utbetalade beloppet lägre på grund av att färre kontrakt återstår. Att areorna under graferna inte är lika stora, vilket de skulle vara om det utbetalats lika mycket pengar, beror dels på att alla återköp leder till att det inte kommer in lika mycket premier och dels på att återköpen är belagda med avgifter.



Figur 12: Utbetalat belopp vid olika annulleringsgrader

Fribrevsgrad

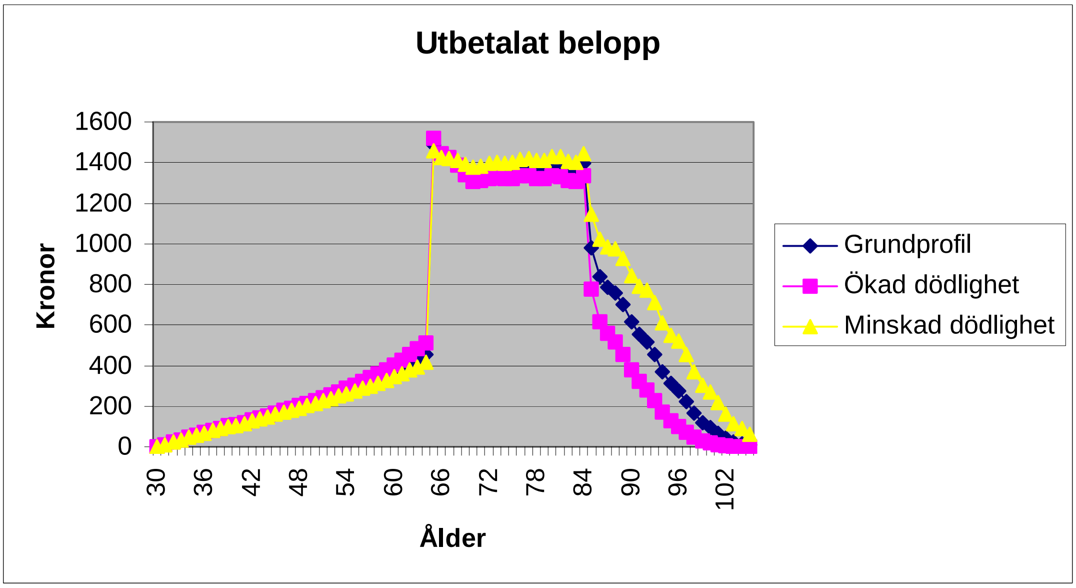
Om sannolikheten att kunden upphör med sin premiebetalning ökar kommer givetvis alla kontraktets ekonomiska parametrar att minska. Nedan ses hur det utbetalade beloppet minskar om fribrevsgraden ökar från en till fem procent per år.



Figur 13: Utbetalat belopp vid olika fribrevsgrader

Framtida dödlighet

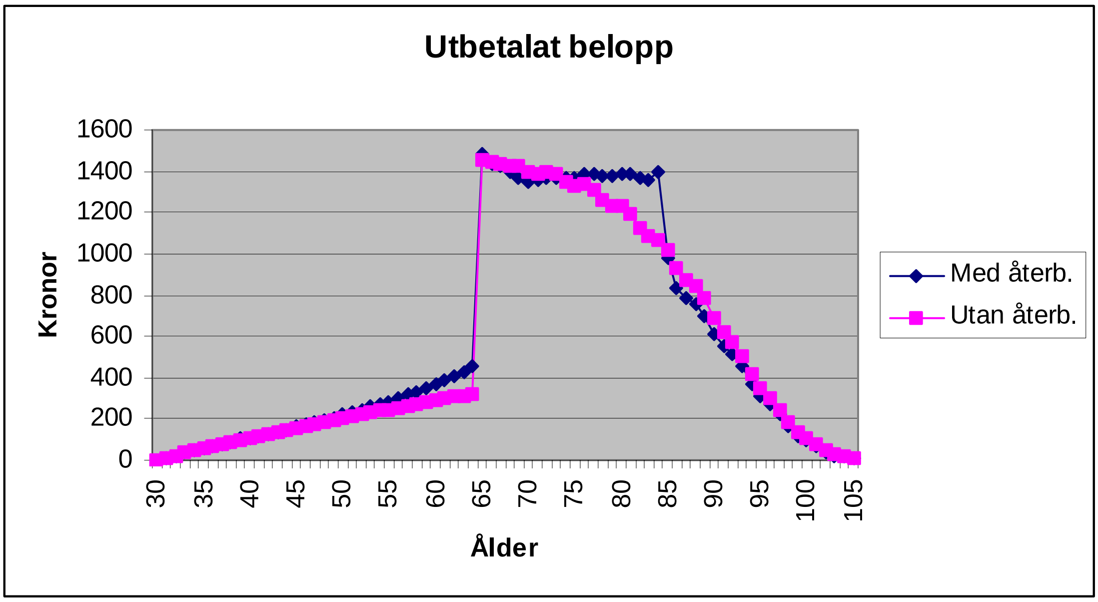
Förändrar man det antagande som gjorts gällande den framtida dödligheten påverkas givetvis utfallet av försäkringskontraktet. I figur 13 visas utbetalat belopp där den årliga dödlighetsintensiteten höjts respektive sänkts med 50 %. En ökad dödlighet innebär givetvis att fler avlider och att det betalas ut mindre pengar, medan en minskad dödlighet ger motsatt effekt.



Figur 14: Utbetalat belopp vid olika antaganden om den framtida dödligheten

Återbetalningsskydd

I figur 14 jämförs den livsvariga försäkringen med återbetalningsskydd med en utan skydd. Skillnaden mellan försäkringarna är att den med skydd ger ett garanterat utbetalat belopp i 20 år medan en försäkring utan skydd kräver att den försäkrade är vid liv. Detta ses i grafen som att försäkringen med återbetalningsskydd har ett i närmast jämt utbetalninsmönster mellan åldern 65 och 85 år. Försäkringen utan återbetalningsskydd har däremot en sluttande utbetalningskurva efter åldern 65 år. Att kontraktet med återbetalningsskydd har ett lite högre utbetalat belopp innan åldern 65 år beror på att en försäkringstagare som avlider innan utbetalning börjat ske får försäkringsbeloppet utbetalat till förmånstagare direkt efter dödsfall och under fem år.



Figur 15: Utbetalat belopp för kontrakt med och utan återbetalningsskydd

5. Referenser

Andersson, Alm, von Bahr, Martin-Löf. Livförsäkringsmatematik II.

Andersson, Gunnar. Livförsäkringsmatematik

Gut, Allan. An intermediate cource in probability.

Haberman and Pitacco. Actuarial models for disability insurance.

Olsén, Jörgen (2005). Modeller och projektioner för dödlighetsintensitet.

Ross, Sheldon. Probability models, seventh edition.

Wolthuis. Life insurance mathematics (the Markovian model).