Matematisk statistik
Stockholms universitet

Kommer en längre livslängd att innebära fler friska år?

Malin Düring

Examensarbete 2006:9

Postadress:
Matematisk statistik
Matematiska institutionen
Stockholms universitet
106 91 Stockholm
Sverige

Internet:
http://www.math.su.se/matstat

Matematisk statistik
Stockholms universitet
Examensarbete **2006:9**,
http://www.math.su.se/matstat

Kommer en längre livslängd att innebära fler friska år?

Malin Düring*

maj 2006

Sammanfattning

För att få reda på om en *längre livslängd kommer att innebära fler friska år* har vi i detta arbete bestämt en förväntad återstående livslängd, för varje given ålder, uppdelad på ett antal återstående friska respektive sjuka år. Detta gjordes för en datamängd hämtad från Kungsholmsprojektet. För att kunna göra dessa beräkningar har vi utgått ifrån den modell som byggdes upp i arbetet *Modellering av prevalens som resultat av incidens och mortalitet*, som är skrivet och analyserat av Sofia Qvarnström. Avslutningsvis har även *de tre hypoteserna* angående den återstående livslängden genererats. Från dessa dras sedan slutsatser kring den återstående livslängden och dess uppdelning på friska och sjuka år.

*Postadress: Matematisk statistik, Stockholms universitet, 106 91, Sverige. E-post: malin_during@hotmail.com Handledare: Anders Martin-Löf.

Will a longer life mean more healthy years?

Abstract

To reach the answer to the question *does a longer life mean more healthy years* this report contains estimations of remaining length of life, divided into remaining healthy years and years of illness. The estimations were done with data collected from “Kungsholmsprojektet”. To be able to do these estimations the calculations in this report are based on the model that was created in the report “Modellering av prevalens som resultat av incidens och mortalitet”, which is written and analyzed by Sofia Qvarnström. To conclude the work in our report *the three hypotheses* concerning the remaining length of life were generated. Conclusions about these remaining years and their division into remaining healthy and ill years were made from these results.

Förord

Jag har tillsammans med nedanstående personer och företag fått möjligheten att skriva mitt examensarbete, omfattande 20 p, på Stockholms Universitet i enlighet med mina egna intressen och kunskapsområden, vilket jag är mycket tacksam för.

Initiativtagaren till detta arbete är Birger Rapp, Professor i ekonomiska informationssystem vid institutionen för datavetenskap, Linköpings Universitet. Jag vill tacka Birger Rapp för initiativet till arbetet och för min chans att få skriva examensarbete genom honom och Tredjelivet.

Tillsammans med Mårten Lagergren, docent på Stiftelsen Stockholms Läns Äldrecentrum, har en specifik problemformulering tagit form. Vidare beskrivning av det problemet finns i kapitel 3. Utöver detta har även ett dataset tillhandahållits från honom, och dessa data kommer från Kungsholmsprojektet som beskrivs närmare i kapitel 2 nedan. Mårten Lagergren ska ha ett stort tack för problemet han gav oss att lösa och för den hjälp han givit under arbetets gång.

Arbetsuppgifterna blev delade på två examensarbeten och detta arbete är den andra delen och grundar sig därmed på den första delen som behandlas av Sofia Qvarnström som är student vid Stockholms Universitet. Hennes arbete heter ”*Modellering av prevalens som resultat av incidens och mortalitet*”. Jag tackar Sofia för det trevliga samarbetet.

Arbetet har genomförts under handledning av Anders Martin-Löf, Professor i matematisk statistik vid matematiska institutionen, Stockholms Universitet som jag vill rikta ett tack till för exemplarisk handledning genom diskussion och problemlösning. Även Anders Björkström, 1:e forskningsingenjör vid matematiska institutionen, Stockholms Universitet, har varit närvarande i form av Sofias handledare och även honom vill jag tacka för att han funnits till hands när man haft frågor.

Slutligen vill jag även passa på och tacka Länsförsäkringar som har gått in som sponsor till detta, samt Sofia Qvarnströms, examensarbete.

Innehåll

1. Introduktion

För att få en närmare inblick i bakgrunden till frågeställningen, *Kommer en längre livslängd att innebära fler friska år?*, ska vi i detta kapitel diskutera olika fakta kring den äldre befolkningen i vårt samhälle. Vi kommer dels att titta på vad forskarna i dagsläget tror om den återstående medellivslängden hos de som är 75 år eller äldre och vad de säger om graden av ohälsa som de äldre kan drabbas av.

1.1 Äldres hälsa och livslängd

Hälsan hos våra seniorer är en fråga som berör många parter, detta på grund av att frågan inte bara är aktuell för dem själva och deras närmaste, utan även för de försäkringsbolag som kommer bli anlitade i frågor gällande deras hälsa. Den stora frågan som säkert alla vill ha ett svar på är om en längre livslängd kommer att innebära fler friska år? Detta är självklart en viktig fråga. Om en längre livslängd endast är bestående av extra år där den äldre är sjuk kan det, om man inte är förbredd på vad som komma skall, innebära höga omkostnader för, inte bara anhöriga och försäkringsbolag, utan även samhället i stort.

Fakta säger oss att under 1900-talet har de äldre uppnått en allt högre ålder genom att döden skjutits högre upp i åren. Men vad kan vi vänta oss av framtiden? Kommer den positiva utvecklingen att fortsätta?[1]

Den snabba ökningen av medellivslängden har överraskat våra demografer och därför har den inte blivit förutsedd i förväg. En följd har varit en underskattning i prognoserna över antalet äldre i framtiden. Vad som har varit bidragande faktorer till ökningen av medellivslängden är effektivare sjukvård, medicinska framsteg och förbättrad livsstil.

Demograferna tror att medellivslängden kommer öka även i fortsättningen, detta på grund av att de trender som observerats påvisats med både styrka och långvarighet. Med hjälp av den svenska befolkningsstatistiken kan man visa att den högsta uppmätta levnadsåldern ökat i Sverige sedan mitten på 1800-talet. Ökningstakten av den högst uppmätta åldern har sedan 1960-talet blivit allt högre och på grund av detta kan man, någon gång på 2050-talet, förvänta sig en första svensk som uppnår en ålder av 120 år. Bakgrunden till den minskande dödligheten och ökande medellivslängden antar SCB är bland annat effektivare sjukvård och förbättrade levnadsförhållanden. Men det finns även skäl till varför både män och kvinnor skulle ha en svagare ökning av medellivslängden efter 2015, enligt SCB. Detta skulle då grunda sig på ökad stress i arbetslivet, ökad andel överviktiga och ökad familjesplittring.

[1] Diskussionen kring dessa frågor följer under resten av kapitlet och fakta är hämtade från Agahi N, Lagergren M, Thorslund M, Wånell S E. *Hälsoutvecklingen och hälsofrämjande insatser på äldre dar*. Statens Folkhälsoinstitut 2005; 6: 1651-8624.

När man ska bedöma hur behovet av insatser inom äldreomsorgen utvecklats borde ADL[2] vara det mest relevanta måttet. Det är av stor betydelse att man väger in utvecklingen av de äldres hälsa och funktionsförmåga då man diskuterar utvecklingen av behovet för äldreomsorgen. Utvecklingen av ADL-begränsningarna hos de äldre har följt hälsoutvecklingen, som observerats genom ULF- studierna (Undersökningar av levnadsförhållanden) sedan 1970-talet, och har till och med haft en något starkare positiv utveckling än hälsotrenden. Av detta ser vi då att ADL- utvecklingen är av stor betydelse i det här sammanhanget.

Vidare vill jag påpeka, vilket beskrivs närmare i kapitel 2, att det är just värdet på ADL som använts i detta arbete.

1.2 Tredjelivet

Birger Rapp ville att problemformuleringen till detta arbete, i första hand, skulle vara relaterad till den äldre befolkningen i Sverige, de som är 65 år eller äldre. Därutöver skulle fokus ligga på de sjukdomar och seniorboenden som de äldre kan komma att ställas inför.

Det är även dessa äldre personer som delvis står i fokus inom programmet Tredjelivet som Birger Rapp är ledare för. Tredjelivet är ”ett forskningsprogram kring den goda bostaden för funktionshindrade, seniorer och äldre” med målsättningen ”att ge ökade kunskaper om alternativa och flexibla boendelösningar för framtidens senior- och äldreboende…”[3].

Programmet startades våren 2004 med motivet att utveckla och analysera uppförandet av boendeformer som tillmötesgår nuvarande och framtida önskemål från våra pensionärsgrupper. Programmets styrka ligger i de tre stegen som genomgås innan nya bostäder byggs:

1. Forskning och utveckling
2. Test
3. Byggande

Resultaten från forskningen överförs till programmets testanläggning, Valjeviken, för att sedan transformeras till verklig byggnation. Programmet är indelat i ett flertal delprojekt. Anledningen till uppdelningen är att få mindre delar med en tydlig definition och även att projekten ska vara mer hanterbara. Dessa delprojekt genomgår sedan en ytterligare uppdelningen som innebär att varje del slutligen blir två stycken tvåårs- projekt.

[2] Se närmare förklaring i kapitel 2.
[3] För ytterligare läsning kring Tredjelivet, se ”Inbjudan till att deltaga i programmet Tredjelivet”, som finns att hämta på: http://www.ida.liu.se/labs/eis/people/petah_files/Forsknings-%20och%20utvecklingsprogrammet%20TREDJELIVET.pdf

Detta görs för att få en noggrann och konsekvent behandling av de två forskningsperspektiven:

1. *Behandling av makroperspektivet i de akademiska ämnena företagsekonomi och fastighetsekonomi.*
2. *Utgår från mikroperspektivet och behandlar forskningsfrågor inom informatik, vårdvetenskap samt telekommunikation och signalbehandling.*

Dessa två perspektiv har tagit form för att man ska kunna hantera frågeställningarna kring seniorboendet som är ett komplext område och behandlas av flera olika akademiska ämnesområden.

Efter tester och genomgång av de två perspektiven fattas beslut genom en av programmet tillsatt bestlutsgrupp.

2. Förklaring av datamängden

De data som hela detta arbete baseras på är hämtade från Kungsholmsprojektet som startade 1987 med syftet att följa en stor grupp med äldre personer och studera förekomsten av sjukdomar bland dessa. De personer som bjöds in att delta i detta projekt var alla födda före 1913 och bosatta i Kungsholms församling i Stockholm. De inbjudna var personer som både bodde i eget boende, men även institutionaliserade personer och från första början var det 2368 personer med i studien. Efter den första undersökningen gjordes fyra uppföljningar varav den sista avslutades under år 2000.

Vid det första undersökningstillfället genomfördes en omfattande klinisk undersökning. Vid de andra tillfällena blev deltagarna intervjuade av sjuksköterskor, de genomgick en klinisk undersökning som utfördes av läkare och de fick även en psykologisk bedömning av en psykolog. Den senare inkluderade även en omfattande bedömning av minnet.

Olika mätningar gjordes under dessa läkarbesök, såsom mått på blodtryck, längd och vikt. Utöver detta gjordes även en bedömning av fysisk funktionsförmåga utifrån aktiviteter i det dagliga livet, vilket ger förkortningen ADL. Det är just denna bedömning på ADL som lagt grunden till de data som används i den statistiska analysen i detta arbete[4].

Undersökningarna omfattade även familjens medicinska historia med en strukturerad familjeintervju med alla de närmaste släktingarna.

Avslutningsvis ställde undersökaren diagnoser på befintliga sjukdomar utifrån standardiserade kriterier och alla dessa diagnoser gicks sedan igenom av två överläkare.

[4] Förklaringen till Kungsholmsprojektet finns även att läsa på: www.aldrecentrum.se/kungs.html

Då vi i fortsättningen talar om att en individ är frisk innebär det att:

1. ADL = 0

och om personen är sjuk är det detsamma som att:

2. ADL = 1

Då en person dör antar vi att:

3. ADL = 2

För att få en överskådlig blick på hur många individer som från början är med i detta dataset och hur många som successivt lämnar det finns relevanta tabeller i det första kapitlet av appendix C.

Förutom värdet på ADL är det åldern som använts som förklarande variabel.

3. Beskrivning av problemet

Bakgrunden till arbetet är att vi för ovan nämnd data ska generera en modell för att kunna bestämma övergångssannolikheterna mellan de tre tillstånden:

1. Frisk
2. Sjuk
3. Död

De möjliga vägarna som en individ kan gå gestaltas i figur 1 längre fram i arbetet. Även Qvarnströms arbete kan vara till stor hjälp för att kunna bli ordentligt insatt i de olika övergångarna, de möjliga vägarna en individ kan vandra längs och vilka formler som slutligen används för att beräkna övergångssannolikheterna.

Då vi bestämt övergångssannolikheterna mellan tillstånden kan vi bestämma sannolikheten att för varje ålder vara frisk, sjuk eller död. Även dessa formler kan vi läsa om i Qvarnströms arbete, då de är direkt hämtade därifrån. Eftersom vi bestämmer de nämnda sannolikheterna för ett diskret tidsintervall med längden ett år kommer exempelvis dödssannolikheten att vara detsamma som den ettåriga dödsrisken som vi kommer behöva längre fram i arbetet (se kapitel 6.2).

Genom att använda resultatet som modellen genererar ska vi även kunna få fram ett värde på den förväntade återstående livslängden för varje given ålder på individerna i datamängden. Eftersom livslängden i detta arbete ska vara uppdelad på antal friska respektive sjuka år kvar i livet kommer vi att beräkna antal återstående friska och sjuka år separat och sedan låta summan för dessa, för varje ålder, vara den återstående livslängden.

Anledningen till denna uppdelning är att vi vill veta just hur stor del av de återstående åren som slutligen består av friska år för att förhoppningsvis kunna uttala oss om hur andelen friska år ser ut i nuläget jämfört med de tillämpningar som vi ska göra.

Efter att en första prognos av dessa sökta värden tagits fram genom den genererade modellen och genom rekursionsformler[5] för återstående friska respektive sjuka år är även tanken att vi ska, som nämnts tidigare, tillämpa modellen. Vi ska då göra det med utgångspunkt från *de tre hypoteserna om livslängdens samspel med sjukligheten*[6].

Vid jämförelse med hur den återstående livslängden ser ut i den första prognosen som vi gjort beskrivs de tre hypoteserna på följande vis:

1. Livslängden är lika lång, men sjukligheten blir komprimerad till färre år under senare delen av livslängden.
2. Livslängden förlängs, men de extra åren består bara av år med sjukdom.
3. Livslängden utökas och de extra åren består till större delen av friska år, vilket i sin tur leder till att insjuknandet blir uppskjutet.

I fortsättningen kommer vi att referera till dessa hypoteser som *de tre hypoteserna*.

De ingående problemdelarna som ska behandlas i det fullständiga arbetet delar vi till sist upp i två delar. I den första delen ska modellen bestämmas och resultatet ska ges genom övergångssannolikheterna mellan de olika tillstånden samt sannolikheten att för varje ålder vara frisk, sjuk eller död.

I den andra delen ska den återstående livslängden bestämmas, uppdelad på friska och sjuka år, och sedan ska teorin kring de tre ovanstående hypoteserna användas. Den första delen resulterade i Sofia Qvarnströms examensarbete och den senare delens resultat kommer att framställas i detta arbete.

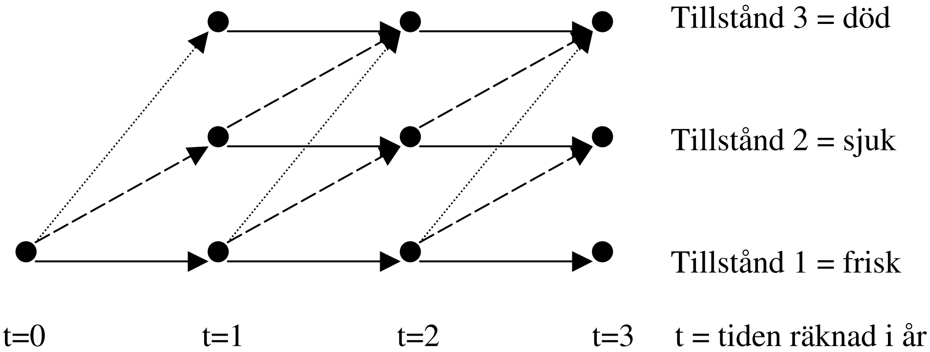
Detta arbetet har senare utökats med en extra problemdel. Den består i att bestämma återstående livslängd, uppdelad på friska och sjuka år för en stationär ålder så att den gäller för en generell individ. Även denna återstående livslängd tillämpas för att vi ska kunna jämföra den med de tre hypoteserna.

---

[5] Formlerna finns i kapitel 5.2 och härledningen finns i kapitel 8.1.

[6] Dessa finns beskrivna i Lagergren M. *Utvecklingen av de äldres hälsa och levnadslängd*. Rapporter/Stiftelsen Stockholms Läns Äldrecentrum 2004; 9: 1401-5129. Se även figur 2 längre fram i arbetet.

4. Teoretisk analys av problemet



Figur 1: Modellen

Detta är en förenklad modell av det problem som vi ställs inför. Tillstånd 1 innebär, som framgår av bildtexten, att man är frisk. Hör man till tillstånd 2 innebär det att man är i behov av någon form av hjälp i det dagliga livet. Det kan exempelvis vara så att man behöver hjälp med att handla hem mat eller något annat handikapp som betyder att personen behöver hjälp med vardagliga sysslor i hemmet. Tillstånd 3 innebär slutligen att man avlidit. För att göra denna modell så enkel som möjligt antar vi även att en individ som gått mellan två tillstånd inte kan gå tillbaka till det tillstånd som lämnades. Från tillstånd 2 kan man således endast gå vidare till tillstånd 3. Det senare tillståndet är naturligtvis ett absorberande tillstånd.

Vid tiden 0 gör vi antagandet att alla personer i datamängden är i det friska tillståndet. Varje person följs sedan under ett diskret tidsintervall till dess att personen dör. Med olika sannolikheter kan då personen ligga kvar i tillstånd 1, flytta till tillstånd 2 eller till tillstånd 3. Modellen utvidgas sedan för fler personer samtidigt så att man får fram övergångssannolikheten för att en person vid en viss ålder kommer:

1. Fortsätta vara frisk
2. Utveckla ett behov av hjälp i hemmet
3. Avlida

Då datasetet innehåller markant fler kvinnor än män kan man inte utan osäkerhet i resultaten dela upp analysen på män och kvinnor. Detta på grund av att en analys med endast män inte skulle ge ett pålitligt resultat. Dock finns det anledning till att dela upp datamängden och analysera kvinnorna separat. Det kommer inte finnas utrymme för att göra en sådan analys i detta arbete, men det är en bra utgångspunkt för den som vill fortsätta utveckla och tillämpa resultaten som vi kommer fram till längre fram i detta arbete.

Med anledning av vad vi sagt ovan kommer vi att ta fram en generell förväntad återstående livslängd, för vilken person som helst, oavsett om man är man eller kvinna. Dock kommer den återstående livslängden självklart att vara beroende av individens ålder.

Det finns även en ytterligare anledning till varför vi inte delar upp analysen på könen och det är för att de tre hypoteserna, som vi ska försöka generera längre fram, inte heller är könsuppdelade.

Då vi sett i forskningsresultaten att männens medellivslängd är kortare än kvinnornas kommer resultaten av vår analys följaktligen bli en underskattning av kvinnornas återstående livslängd och en överskattning av männens.

Längre fram ska vi även bestämma återstående livslängd för en stationär ålder, där den återstående livslängden kommer vara oberoende av tiden och därmed gälla för en generell person i vårt dataset. Anledningen till detta är att vi vill ha ett mer lättöverskådligt resultat då vi ska jämföra olika förändringar av modellen. Förändringarna gör vi för att kunna generera de tre hypoteserna och sedan ska vi även analysera vilka förändringar i modellen som genererar vilken hypotes.

5. Matematisk analys av problemet

5.1 Övergångssannolikheter

Åldrarna i datasetet sträcker sig mellan 75 och 103 års ålder. Det finns dock inte tillräckligt många personer i datamängden mellan åldrarna 96 och 103. Detta leder till att skattningen av övergångssannolikheterna inte blir tillräckligt säker för de sista åldrarna i datamängden. Detta leder till att de kommande beräkningarna endast bygger på åldrarna från 75 till och med 95.

Oftast går det flera år mellan en individs olika läkarbesök, så om en person gått från tillstånd 1 till 2 under den längre tidsperioden är det omöjligt att veta när under dessa år som övergången skedde. På grund av detta måste vi använda oss av två olika antaganden kring övergångarna:

Antagande 1: Övergången till sjuk sker året innan den senare undersökningen.

Antagande 2: Övergången till sjuk sker året efter den första undersökningen.

Resultatet av detta är då att antagande 1 blir en överskattning av friskheten hos personerna i verkligheten samtidigt som antagande 2 blir en underskattning av den verkliga friskheten. Följaktligen ligger sanningen någonstans mittemellan resultaten från antagande 1 och 2.

Vi börjar vår analys med att bestämma övergångssannolikheterna mellan de olika tillstånden med hjälp av Qvarnströms modell. I den modellen bestäms dessa på enklaste vis genom att för varje ålder beräkna hur många som går från tillstånd 1 till:

1. Tillstånd 1
2. Tillstånd 2
3. Tillstånd 3

samt hur många som går från tillstånd 2 till:

1. Tillstånd 2
2. Tillstånd 3

För att få fram övergångssannolikheterna delas antalet från en övergång med summan av alla som befann sig i samma tillstånd. Resultatet av detta är även att vi får fram sannolikheterna för att vara frisk, sjuk respektive död för varje given ålder på individerna. Vidare kan resultaten som hör till dessa beräkningar ses i histogram 1 a och b i kapitel 9.1. Där 1 a representerar det första antagandet och 1 b det andra antagandet.

För att tydligare se just skillnaden i sannolikheten att vara sjuk under respektive antagande kan man titta på kurvorna i plot 1 som finns i kapitel 9.1 längre fram i arbetet. Där har de aktuella sannolikheterna plottats mot varandra och man ser tydligt att antagandena har en påverkan på sannolikheten att bli sjuk, vilket är ett väntat resultat, speciellt för de lägre åldrarna i datamängden.

5.2 Antal återstående friska respektive sjuka år

Nu har vi fått fram de sannolikheter som vi vill kunna använda i resten av arbetet och vi har även konstaterat att det finns en viss skillnad i sannolikheten att bli sjuk, större sannolikhet i antagande 2 och en mindre sannolikhet i antagande 1. Alla resultat har därmed hittills nåtts genom modellen från arbetet ”*Modellering av prevalens som resultat av incidens och mortalitet*”. Vad som skiljer resultaten i arbetena åt är de olika datamängder som använts. I detta arbete innehåller data nämligen en annan typ av sjukdomstillstånd, ADL, som finns beskrivet i kapitel 2 ovan. Därav får man även sannolikheter som skiljer sig åt i de båda arbetena.

När den återstående livslängden nu ska bestämmas vill vi göra det i två steg. Först vill vi bestämma antal återstående friska år och sedan vill vi bestämma antal återstående sjuka år. Summan av dessa, för varje ålder, ger sedan den återstående livslängden för den åldern. Anledningen till att vi vill dela upp den återstående livslängden på det viset är för att sedan kunna observera förändringar i den procentuella fördelningen mellan friska och sjuka år sett till den hela återstående livslängden. Den procentuella förändringen kommer, senare i arbetet, att genereras genom olika antaganden om ändringar av övergångssannolikheterna, eftersom vi vill testa *de tre hypoteserna*, som nämnts i kapitel 3.

Följande formler[7] kommer användas när vi beräknar återstående friska och sjuka år:

$$f_1(x) = p_{11}(x) \cdot (1 + f_1(x+1))$$

$$s_2(x) = p_{22}(x) \cdot (1 + s_2(x+1))$$

$$s_1(x) = p_{11}(x) \cdot (0 + s_1(x+1)) + p_{12}(x) \cdot (1 + s_2(x+1))$$

där de ingående variablerna är:

$f_1(x)$ = förväntat antal återstående friska år för en x- årig individ

$s_1(x)$ = förväntat antal återstående sjuka år, för en x- årig individ, som startar i tillstånd 1

$s_2(x)$ = förväntat antal återstående sjuka år, för en x- årig individ, som startar i tillstånd 2

$p_{11}(x)$ = sannolikheten att gå från tillstånd 1 till 1

$p_{12}(x)$ = sannolikheten att gå från tillstånd 1 till 2

$p_{22}(x)$ = sannolikheten att gå från tillstånd 2 till 2

Som vi kan se i ekvationerna så är de rekursiva och beror hela tiden på det framtida värdet av den återstående livslängden. Därför beräknas de återstående friska och sjuka åren genom en baklänges rekursion.

Om vi hade haft med alla personer i alla åldrar ifrån datasetet hade vi kunnat anta att den återstående friska respektive sjuka tiden är 0 för den ålder som kommer efter den sista åldern som vi behandlar. Men nu har vi bortsett från de högsta åldrarna eftersom de innehöll för få observationer. Detta betyder att vi måste göra ett annat antagande för att kunna beräkna de återstående friska och sjuka åren för vår sista ålder.

Vi kan då göra tre olika typer av antaganden angående sannolikheten att dö efter 95 års ålder:

1. Sannolikheten att dö går mot 1 efter 95 års ålder
2. Sannolikheten att dö är konstant från och med 95 års ålder
3. Sannolikheten att dö ökar efter 95 års ålder, men inte lika starkt som i det första antagandet.

Vi väljer att använda oss av det tredje antagandet. Vi sätter ett lämpligt värde på den återstående livslängden för en 96- åring i enlighet med det antagande som vi valt. Detta blir vårt startvärde när vi sedan ska använda formlerna för

[7] Härledningen till dessa formler finns i första kapitlet av appendix A.

baklänges rekursion. Alla värden som beräknas borde sedan öka successivt. På grund av detta kan vi inte sätta ett för högt startvärde, då det kan leda till att en 95- åring får kortare återstående livslängd än en 96- åring. Vi sätter därför det största värdet som inte innebär en överskattning och därmed borde vi komma så nära sanningen som det är möjligt under det tredje antagandet.

Eftersom vi bestämt övergångssannolikheterna redan har vi nu allt som behövs för att rekursivt beräkna återstående friska och sjuka år. Vi beräknar därmed alla ekvationer som nämnts ovan, för både antagande 1 och 2, och summerar f_1 och s_1 för varje värde på x. Resultatet av detta finns i appendix B i histogram 2 a (antagande 1) respektive 2 b (antagande 2).

För att tydliggöra skillnaderna mellan de båda antagandena visar vi även en plot[8] för förväntad återstående livslängd och förväntat antal återstående friska år, för de båda antagandena. Skillnaden mellan de två plotterna inom varje antagande blir självklart förväntat antal återstående sjuka år.

5.3 Medelvärde av antagandena

Som man kan se i plot 2, som nämndes i slutet av det föregående kapitlet, är det tillsynes ingen större skillnad mellan antagande 1 och 2 då man bestämmer förväntad återstående livslängd, vilket är ett självklart resultat då livslängden inte borde påverkas av antagandena. Detta på grund av att dagen då dödsfall inträffar redan är känd från vårt dataset och därmed inte behöver skattas och heller inte borde påverkas då vi gör antagandena. Vi kan dock se att den förväntade återstående friska tiden är något längre för antagande 1, vilket också är ett väntat resultat. Den största skillnaden i friska år är vid åldern 75, men inte ens här uppgår skillnaden till ett år, så för att göra den fortsatta analysen något enklare bestämmer vi ett medelvärde mellan de två antagandena.

En annan anledning till att vi kan göra ett medelvärde av våra antaganden är att när vi senare ska variera våra övergångssannolikheter för att generera *de tre hypoteserna* så borde den procentuella variationen av antal återstående friska år gentemot total återstående livslängd bli ungefär den samma för de båda antagandena. Därmed väljer vi nu att använda ett medelvärde av antagandena i den fortsatta analysen.

Resultatet av detta är att vi får ett medelvärde av sannolikheterna att vara frisk, sjuk, respektive död för varje ålder och vi får även ett medelvärde av återstående livslängd, friska år samt sjuka år för varje ålder.

En tabell över de återstående livslängderna, som blev resultatet av detta medelvärde av antaganden, finns i det andra kapitlet av appendix C. I denna kan man även se antal återstående friska år, sjuka år samt den procentuella fördelningen av de friska åren i förhållande till den totala återstående livslängden för varje given ålder på individerna.

[8] Denna plot finns i appendix B under namnet plot 2.

6. Justering av data

6.1 De tre hypoteserna

Figur 2: De tre hypoteserna tillsammans med nuläget

0. NULÄGET : Resultatet innan vi varierar övergångssannolikheterna
1. HYPOTES 1: Komprimerad sjuklighet, samma livslängd
2. HYPOTES 2: Utvidgad sjuklighet, livslängd längre
3. HYPOTES 3: Uppskjuten sjuklighet, livslängd längre

För att testa om dessa hypoteser kan genereras genom förändringar av övergångssannolikheterna kommer vi genomföra olika förändringar av dessa. Man kan intuitivt se i ovanstående figur vilka förändringar som borde generera vilken hypotes, men vi bestämmer oss för att generera dem förutsättningslöst och i efterhand kommer vi att bestämma, utifrån våra resultat, vilken typ av förändring som hör ihop med respektive hypotes. Vi ställer först upp en tabell över alla möjliga kombinationer av förändringar:

Förändring	Sannolikheten att bli sjuk	Sannolikheten att dö
1	Öka	Håll still
2	Öka	Minska
3	Öka	Öka
4	Minska	Håll still
5	Minska	Minska
6	Minska	Öka
7	Oförändrad	Oförändrad
8	Oförändrad	Minskad
9	Oförändrad	Ökad

Tabell 1: Alla de möjliga förändringarna av övergångssannolikheterna

Vi kan börja med att konstatera att förändring nummer 7 i själva verket inte är någon förändring då alla övergångssannolikheter kommer fortsätta vara de samma. Det finns ytterligare några förändringar som vi kan bortse ifrån. Det är de förändringar där dödssannolikheten ska ökas. Varför vi inte behöver göra de förändringarna är för att en ökning av dödssannolikheten motsägs av faktiska observationer.

Dessa observationer baserar vi på att medellivslängden fortfarande ökar och enligt de flesta forskarna kommer den fortsätta öka, varvid dödssannolikheten inte borde ökas i vår analys. Följaktligen kommer vi att genomföra följande fem förändringar:

F.	Sannolikheten att bli sjuk	Sh. att gå från frisk eller sjuk till död
1	Ökad med 10 %	Oförändrad
2	Ökad med 5 %	Minskad med 5 % från båda tillstånden
3	Minskad med 1 %	Oförändrad
4	Minskad med 1 %	Minskad med 1 % från frisk och 10 % från sjuk
5	Oförändrad	Minskad med 0,5 % från frisk och 10 % från sjuk

Tabell 2: De förändringar som vi ska göra

Det kan tyckas att vi kommer använda oss av vitt spridda procentuella förändringar. Det är dock så att vi vill generera de tre hypoteserna och för att lyckas med vår uppgift kommer dessa förändringar att vara de nödvändiga.

I fortsättningen av detta kapitel kallar vi förändringarna för de nummer som angivits i första kolumnen av tabell 2.

Resultaten av dessa förändringar visas i form av de förändrade återstående livslängderna som nu uppstått och dessa har nu andra förhållanden mellan sjuka och friska år. Vi kan se resultatet av förändringarna i histogrammen i det andra kapitlet av appendix B. För att tydligare kunna följa med i resonemangen som förs nedan kring våra resultat finns även plottar i det tredje kapitlet av appendix B. I dessa plottas nuvärdet på den återstående livslängden mot den återstående livslängden för en utav förändringarna samt återstående friska år för nuvärdet och den aktuella förändringen. Detta görs endast för förändring 3-5, eftersom resultaten för förändring 1 och 2 går att se tydligt i histogrammen i alla fall.

Då vi gör förändringar på våra övergångssannolikheter vill vi än en gång poängtera vilka dessa är:

$p_{11}(x)$ = Sannolikheten att gå från tillstånd 1 till 1

$p_{12}(x)$ = Sannolikheten att gå från tillstånd 1 till 2

$p_{13}(x)$ = Sannolikheten att gå från tillstånd 1 till 3

$p_{22}(x)$ = Sannolikheten att gå från tillstånd 2 till 2

$p_{23}(x)$ = Sannolikheten att gå från tillstånd 2 till 3

Så om vi pratar om att förändra sannolikheten att *bli* sjuk ser vi att det finns en övergång till det sjuka tillståndet, bara från det friska tillståndet.

Sannolikheten för att gå till det 3:e tillståndet, död, beror dock både på övergångar från det friska och det sjuka tillståndet. Slutligen ser vi även att sannolikheten för att vara frisk endast baseras på att gå från frisk till frisk för varje tidsintervall.

För alla de fem förändringar kommer man fram till väntade resultat. Om exempelvis dödssannolikheten minskas kommer den återstående livslängden att bli längre och om sjuksannolikheten ökas respektive minskas får man fler respektive färre återstående sjuka år. Detta kan vi se genom att jämföra plottarna som nämnts ovan.

Vidare kan vi se att förändring nummer 1 inte ger något resultat som stämmer överens med någon av de tre hypoteserna. Här har inte bara de sjuka åren blivit fler, utan den totala återstående livslängden har även blivit kortare. Ett självklart resultat av denna förändring är att om sannolikheten att bli sjuk ökar kommer det ha en påverkan på den återstående livslängden och ett viktigt resultat som vi ska komma ihåg är att vi inte tycks se något samband mellan denna förändring och någon utav de tre hypoteserna.

För förändring nummer 2 får vi inte heller ett resultat som stämmer överens med någon utav hypoteserna, vilket i detta fall kan bero på att förändringen inte stämmer så bra överens med verkligheten. Att sjuksannolikheten *ökar* samtidigt som dödssannolikheten *minskar* borde bara inträffa under förhållanden där sjukdomen inte har någon som helst samverkan med dödligheten eller då medicineringen av sjukdomen har fått så stor effekt att den förhindrar den dödlighet som tidigare varit resultatet av sjukdomen. Vi ska komma ihåg, när vi för våra slutliga resonemang, att denna förändring inte heller resulterade i någon av de tre hypoteserna

Då man minskar sjuksannolikheten, så som i förändring nummer 3, når man det väntade resultatet att den återstående livslängden fortfarande är densamma, men att de återstående sjuka åren blir färre. Varför detta är ett väntat resultat beror på att sannolikheten att gå från frisk till död samt sjuk till död fortfarande är densamma, vilket borde leda till att den återstående livslängden inte påverkats. Däremot har sannolikheten att gå från frisk till sjuk blivit mindre, vilket betyder att de återstående sjuka åren borde bli färre. Därmed kan vi konstatera att denna förändring ledde till ett väntat resultat och stämmer direkt överens med hypotes 1, *sammanpressad sjuklighet*.

Vi har med förändring nummer 4 lyckats generera hypotes 3, vilket vi kan se med hjälp av de relevanta histogrammen och plottarna i appendix B. Om man jämför den förändringens histogram med det histogrammet som hör till *Nuläget* så ser man, exempelvis för åldern 75, att den totala återstående livslängden är längre för förändringen och att de sjuka åren startar vid en senare ålder än för *Nuläget*. Vilket betyder att sjukligheten blivit uppskjuten och det skulle då betyda att resultatet är detsamma som hypotes 3.

Slutligen har vi resultatet från den sista förändringen. Här har livslängden blivit längre, i och med att sannolikheten att gå både från frisk till död och sjuk till död blivit lägre. De ökade antal återstående åren består nästan enbart av sjuka år. Detta betyder att vi nu har fler återstående sjuka år och insjuknandet inträffar vid ungefär samma tid i livet. Med andra ord stämmer resultatet väldigt bra med hypotes 2.

Ett viktigt resultat[9] från våra fem förändringar är alltså att vi lyckas generera alla hypoteser.

6.2 Stationär ålder

För att kunna göra en mer överskådlig jämförelse mellan den nuvarande återstående livslängden som analysen av datamängden gett oss och de återstående livslängder som vi fått fram med hjälp av förändringar av övergångssannolikheterna ska vi nu bestämma den återstående livslängden för en stationär ålder. På så sätt får vi fram en återstående livslängd, uppdelad på antal friska och sjuka år, för en generell individ, oberoende av åldern.

För att göra detta behöver vi definiera följande variabler och ekvationer:

$a\,(x)$ = antal personer som är x år gamla

q_x = den ettåriga dödsrisken vid åldern x

$$a\,(x) = a\,(x - 1) \cdot (1 - q_{x-1})$$

$a\,(75)$ = 140 personer

$a\,(75)$ har beräknats direkt från datasetet

$A\,(x)$ = procentuellt antal personer vid varje ålder

Den ettåriga dödsrisken har vi i form av sannolikheten att dö vid varje given ålder som vi beräknade tidigare i arbetet. Nu är vi klara för att använda den rekursiva formeln för a (x) och kan därmed börja beräkna antalet[10] personer vid varje given ålder.

Vi normerar nu dessa värden genom att beräkna A (x) för varje värde på x:

$$A\,(x) = \frac{a\,(x)}{\sum_{x=75}^{95} a\,(x)}$$

[9] En diskussion kring dessa resultat förs i det sjunde kapitlet.
[10] En tabell över antal personer vid varje ålder finns i appendix C.

Resultatet av detta är att A (x) summerar till 1:

$$\sum_{x=75}^{95} A(x) = 1$$

Vad vi nu har tagit fram genom dessa beräkningar är den procentuella fördelningen av individerna vid varje ålder.

För att slutligen få fram en återstående livslängd för en generell person definierar vi följande variabler och genomför de följande beräkningarna:

F = återstående friska år för en generell person
S = återstående sjuka år för en generell person
L = återstående livslängd för en generell person

$$F = \sum_{x=75}^{95} A(x) \cdot f_1(x)$$

$$S = \sum_{x=75}^{95} A(x) \cdot s_1(x)$$

$$L = F + S$$

En intuitiv genomgång av formlerna i detta avsnitt finns i det andra kapitlet av appendix A.

Vi vill nu göra de fem förändringarna av övergångssannolikheterna en gång till. Vi gör då på precis samma sätt som innan och i tabell 2 ser vi vilka de fem förändringarna var.

I histogrammet i det fjärde kapitlet av appendix B visas det första resultatet tillsammans med de fem förändringarna. Stapel nr. 6 är *Nuläget* medan stapel 1-5 är just förändring nummer 1-5.

Då man går igenom staplarna i det angivna histogrammet ser vi att vi än en gång nått samma resultat som vi nådde då vi fortfarande hade kvar åldersberoendet. Skillnaden här är att vi får ett mer lättöverskådligt resultat. Vi kan alltså fastställa att förändring 3 än en gång resulterat i hypotes 1, förändring 4 resulterar även denna gång i hypotes 3 och slutligen påvisar förändring nummer 5 en tendens att följa hypotes 2. Det finns alltså fortfarande förändringar som resulterar i alla de tre hypoteserna. Vidare diskussion till vad som kan ligga bakom dessa förändringar i verkligheten kommer tas upp i det åttonde kapitlet.

7. Diskussion av resultat och slutsatser

Nu har arbetet genomförts med alla de analyser och beräkningar som beskrevs i inledningen. Dessa skulle genomföras för att ge oss ett svar på den övergripande frågan som vår problemformulering innehöll. Har vi då lyckats besvara frågan *om en längre livslängd kommer innebära fler friska år*?

För det första har antal återstående friska respektive sjuka år, vid varje given ålder, bestämts för de personer som hörde till den datamängd som använts. Sedan varierades övergångssannolikheterna enligt de fem förändringarna som ansågs vara de mest relevanta. Vi kunde sedan jämföra resultaten av förändringarna med *Nuläget* och därmed bestämma vilken förändring som ledde till vilken hypotes, samt att två utav förändringarna inte ledde till någon utav hypoteserna. Avslutningsvis gjordes samma förändringar för en stationär ålder för att kunna få ett mer överskådligt resultat.

För att kunna ge ett bra svar på vår frågeställning behövde vi även bestämma återstående livslängd och den procentuella uppdelningen av friska år för ett antal individer under ett annat årtionde för att kunna göra en jämförelse och sedan dra slutsatser kring förändringarna. På grund av det dataset som varit tillgängligt under detta arbete och den modell som använts har ett sådant resultat inte gått att få fram inom ramarna för detta arbete. Det är därför av stor relevans att en uppföljning görs på detta arbete så att det i framtiden kan ges ett ordentligt svar på vår fråga.

Vad som kan sägas utifrån de genererade resultaten i detta arbete är att det finns tre möjliga scenarion för framtiden, vilka är i enlighet med de tre hypoteserna. Om vi i framtiden kommer möta en minskad risk för att bli sjuk tillsammans med en minskad risk för att dö kommer våra återstående livslängder tendera att se ut som stapeln som beskriver hypotes 3. Vilket alltså betyder att *en längre livslängd enbart kommer innebära fler friska år*. Men om vi istället kommer ställas inför en minskad risk för att bli sjuk samtidigt som dödligheten förblir oförändrad kommer våra återstående livslängder istället att tendera att se ut den för hypotes 1. Detta skulle då innebära att *vi inte får någon längre livslängd, men att vi får fler friska år*. Slutligen kan framtiden innebära att sannolikheten att bli sjuk inte ändras, men sannolikheten för att död minskar. Resultatet av detta skulle då bli att *en längre livslängd enbart kommer innebära fler sjuka år*.

För att veta hur den återstående livslängden kommer att uppträda i framtiden måste det bestämmas om det är mest troligt att sannolikheten för att bli sjuk kommer vara oförändrad eller om den kommer att minska. Om den skulle minska behöver det även bestämmas om sannolikheten för att dö kommer ha en tendens till att fortsätta vara den samma eller om den också kommer att minska.

8. Appendix A

8.1 Thieles differentialekvation

För att få en djupare förklaring till bakgrunden av de rekursiva formlerna som används i kapitel 5.2 kommer här nedan att ges en definition av Thieles differentialekvation för en allmän ettlivsförsäkring. Givetvis följer även ett bevis för den nämnda ekvationen och sedan tydliggörs de specialfall som leder till de rekursiva formlerna för återstående friska respektive sjuka år som använts i arbetet.

DEFINITION (Thieles differentialekvation för en allmän ettlivsförsäkring)

$$V'(t) = \delta \cdot V(t) + P'(t) - L'(t) - \mu_{x+t} \cdot [S(t) - V(t)]$$

Där de ingående termerna är:

$V(t)$ = värdefunktionen för en försäkringsgivare
δ = ränteintensiteten
$P'(t)$ = värdet av inbetalade premier
$L'(t)$ = värdet av utbetalade försäkringsbelopp, livsfallsutbetalningar
$S(t)$ = dödsfallsutbetalning
μ_{x+t} = dödlighetsintensiteten

BEVIS (Thieles differentialekvation för en allmän ettlivsförsäkring)

Först definierar vi två processer som krävs för att härleda värdefunktionen:

1. $A(t)$ = kapitalvärdet av försäkringsgivarens framtida förpliktelser enligt försäkringsavtalet vid tidpunkten t.
2. $B(t)$ = kapitalvärdet av försäkringstagarens framtida förpliktelser enligt försäkringsavtalet vid tidpunkten t.

Sedan är det känt att värdefunktionen definieras som:

$$V(t) = A(t) - B(t)$$

Vidare anses även följande två definitioner vara kända:

$$A(t) = \int_t^{\infty} \frac{D(x+u)}{D(x+t)} \left[dL(u) + \mu_{x+u} S(u)\, du \right]$$

$$B(t) = \int_t^{\infty} \frac{D(x+u)}{D(x+t)}\, dP(u)$$

Antag att L och P är deriverbara funktioner. Värdefunktionen kan då skrivas:

$$V(t) = A(t) - B(t) =$$

$$= \int_{t}^{\infty} \frac{D(x+u)}{D(x+t)} \left[L'(u) + \mu_{x+u} S(u) - P'(u)\right] du$$

Vi multiplicerar nu ekvationen med D (x + t) och deriverar den sedan. Vi får då ett vänsterled som ser ut på följande vis:

$$VL = \frac{d\left[V(t)\, D(x+t)\right]}{dt} =$$

$$= V'(t)\, D(x+t) - V(t)\,(\mu_{x+t} + \delta)\, D(x+t)$$

Högerledet blir:

$$HL = -D(x+t)\left[L'(t) + \mu_{x+t} S(t) - P'(t)\right]$$

Då vi sätter VL = HL kommer vi få följande relation:

$$V'(t) - V(t)\,(\mu_{x+t} + \delta) = -\left[L'(t) + \mu_{x+t} S(t) - P'(t)\right]$$

Efter förenkling får man uttrycket som står i definitionen ovan för Thieles differentialekvation.

□

Vi är nu klara med beviset och kan fortsätta i riktning mot specialfallen av denna ekvation som användes i kapitel 5.2. Detta gör vi enklast genom att betrakta ett litet tidsintervall (t , t + h). Det ger oss möjligheten att beskriva förändringen i värdefunktionen som:

$$V(t) = (1 - \mu_{x+t} h)\left[(L'(t) - P'(t))\, h + (1 - \delta h)\, V(t+h)\right] + \mu_{x+t} h\, S(t) + o(h^2)$$

Vi ska nu överföra denna värdefunktion till specialfallen. För det första innebär detta att V (t) istället kommer beteckna återstående livslängd, vidare innebär detta att ränteintensiteten kommer vara noll, alltså $\delta = 0$ och dessutom har vi tidigare använt ett annat tidsintervall, nämligen (x , x+1). Förutom detta kommer även dödsfallsutbetalningarna vara noll, alltså S (t) = 0 då vi ska beräkna återstående livslängd. Då vi tagit hänsyn till allt detta kan vi istället skriva ovanstående ekvation som:

$$V(x) = (1 - \mu_{x+1})\left[(L'(x) - P'(x)) + V(x+1)\right]$$

Det slutliga steget fram till de ekvationer vi använde i arbetet är att göra uppdelningen på friska respektive sjuka år. För att tydliggöra de steg som vi ska göra definierar vi följande variabler:

$f_1(x)$ = förväntat antal återstående friska år för en x- årig individ
$s_1(x)$ = förväntat antal återstående sjuka år, för en x- årig individ, som startar i tillstånd 1
$s_2(x)$ = förväntat antal återstående sjuka år, för en x- årig individ, som startar i tillstånd 2

$p_{11}(x)$ = sannolikheten att gå från tillstånd 1 till 1
$p_{12}(x)$ = sannolikheten att gå från tillstånd 1 till 2
$p_{22}(x)$ = sannolikheten att gå från tillstånd 2 till 2

Vi kan nu skriva våra ekvationer som:

$$f_1(x) = p_{11}(x) \cdot (1 + f_1(x+1))$$

$$s_2(x) = p_{22}(x) \cdot (1 + s_2(x+1))$$

$$\begin{aligned} s_1(x) = p_{11}(x) \cdot (0 + s_1(x+1)) + \\ + p_{12}(x) \cdot (1 + s_2(x+1)) \end{aligned}$$

Dessa är analoga med Thieles differentialekvation och om vi jämför våra ekvationer med Thieles ser vi att (L ' (x) – P ' (x)) antar värdena 0 eller 1 i våra ekvationer beroende på vilket tillstånd man befinner sig och vilket tillstånd man går till. Om man exempelvis ska beräkna antal återstående sjuka år, $s_1(x)$, kommer man med sannolikheten $p_{11}(x)$ lägga till 0 år till de återstående sjuka åren och med sannolikheten $p_{12}(x)$ kommer man lägga till ytterligare 1 år till de återstående sjuka åren.

□

Vi är nu klara med härledningen[11] av formlerna som hör till kapitel 5.2.

[11] För vidare läsning kring Thieles differentialekvation, se: Andersson, G. *Livförsäkringsmatematik*. Svenska Försäkringsföreningen, ISBN 91-974960-1-4, Elanders Gotab AB, Stockholm 2005.

8.2 Formler för stationär ålder

Förklaringen till alla variabler som ingår i formlerna som används vid beräkningen av den återstående livslängden för en stationär ålder hittas i kapitel 6.2.

Formeln för beräkning av a (x) är som bekant:

$$a(x) = a(x - 1) \cdot (1 - q_{x-1})$$

För att kunna använda denna formel måste det första värdet, alltså a (75), beräknas. Vi såg i kapitel 6.2 att det värdet var 140. Sen bör det även påpekas att ($1-q_{x-1}$) är detsamma som sannolikheten att överleva vid åldern x-1.

Förklaring till ekvationen som används för att beräkna a (x) är att om man multiplicerar antalet personer som finns vid åldern x-1 med sannolikheten för att överleva vid den åldern får man antalet personer vid nästa ålder. Sedan fortsätter formeln rekursivt så att man får fram antalet personer vid varje ålder.

Sedan normeras dessa värden, vilket görs genom att använda nedanstående formel:

$$A(x) = \frac{a(x)}{\sum_{x=75}^{95} a(x)}$$

Detta är bara det vanliga sättet för att beräkna ett värdes andel av den totala mängden. Varje värde delas med summan av alla värden.

Därefter användes följande ekvationer i kapitel 6.2:

$$F = \sum_{x=75}^{95} A(x) \cdot f_1(x)$$

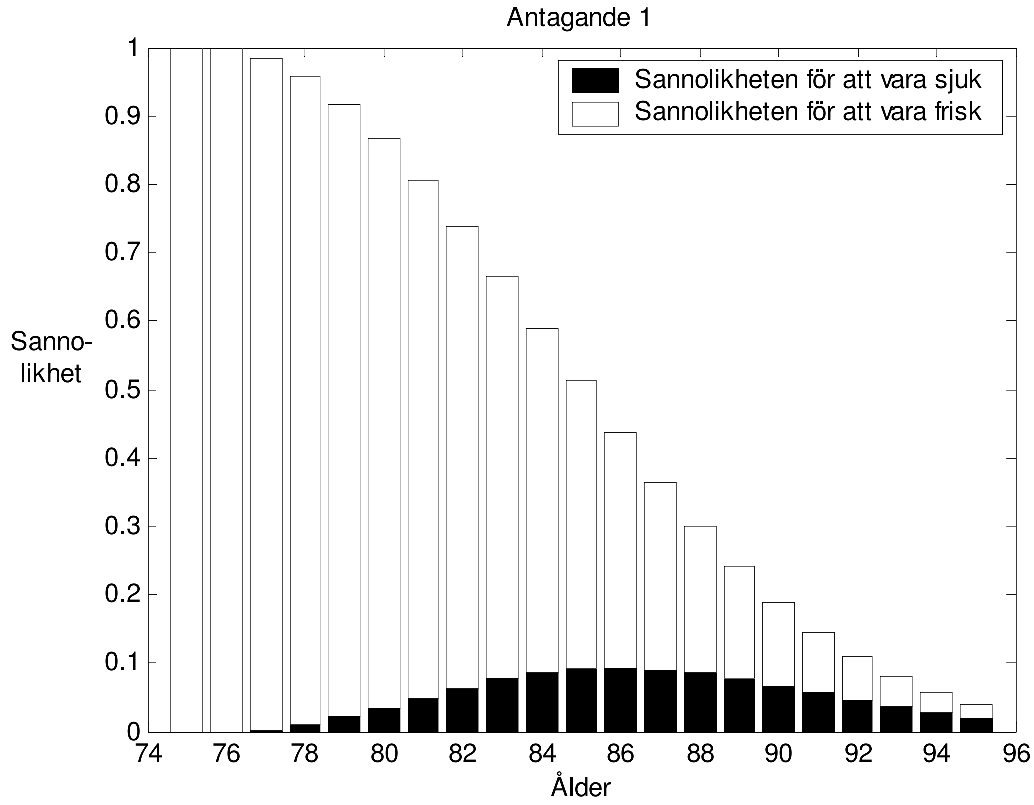
$$S = \sum_{x=75}^{95} A(x) \cdot s_1(x)$$

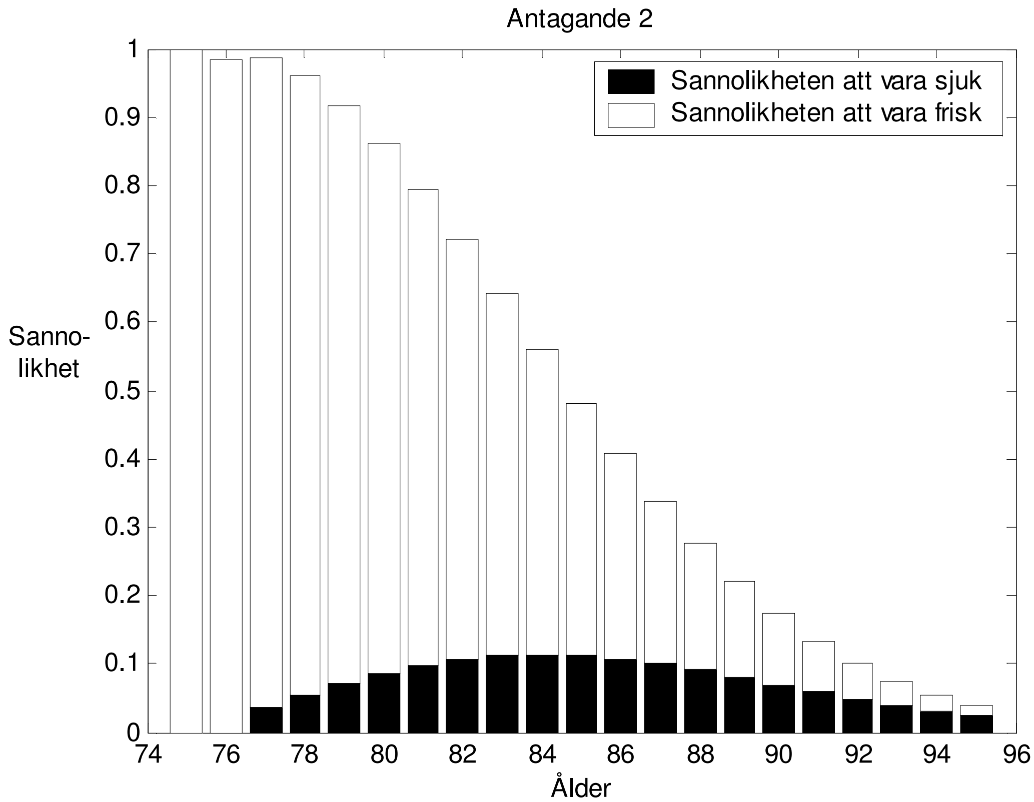
Den intuitiva förklaringen till dessa är att om man multiplicerar andelen personer vid en viss ålder med de förväntade återstående friska respektive sjuka åren för den åldern får man andelen återstående friska och sjuka år för den åldern. Om man sedan summerar alla dessa värden får man det totala värdet på antalet återstående friska och sjuka år för en generell person, oavsett ålder. Detta skulle då ge oss värdet på F och S. Slutligen användes summan av F och S för att få den totala återstående livslängden för en generell person, vilken kallas för L då beräkningarna utfördes i kapitel 6.2.

9. Appendix B

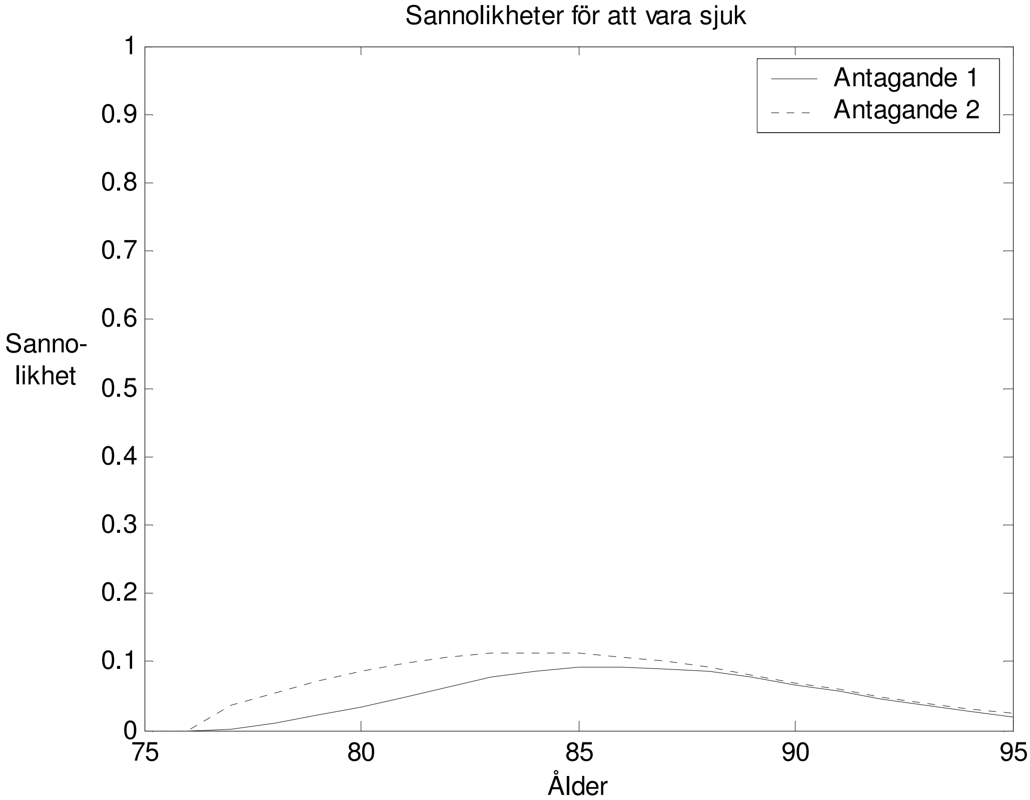
9.1 Histogram och plottar

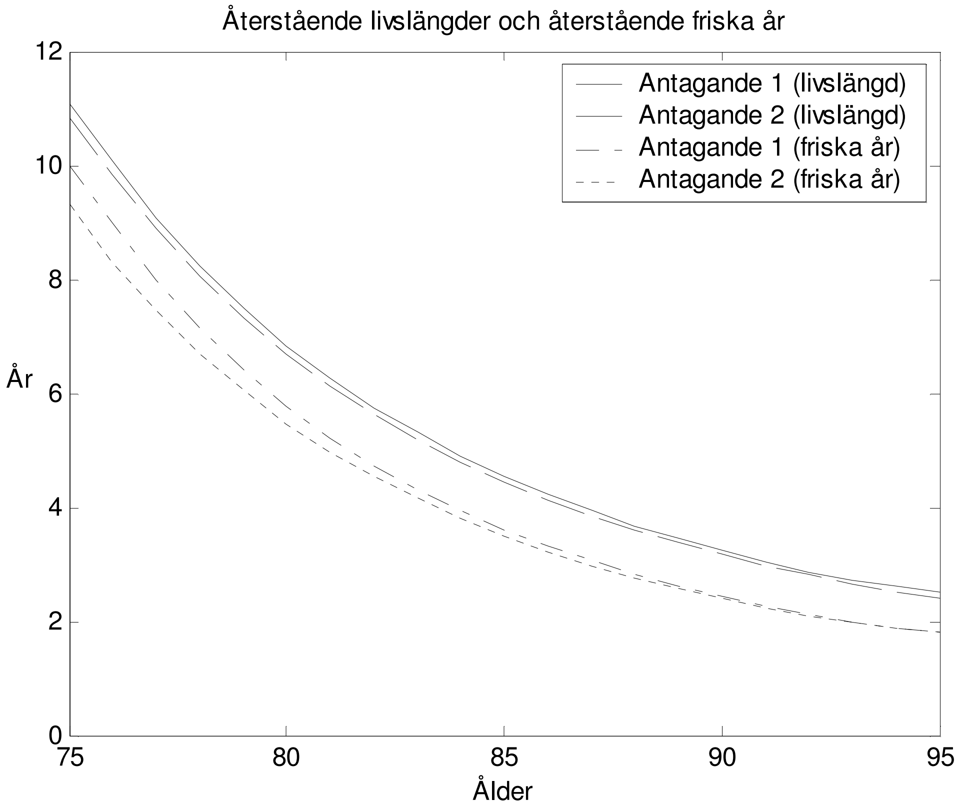
Histogram 1 a och b:



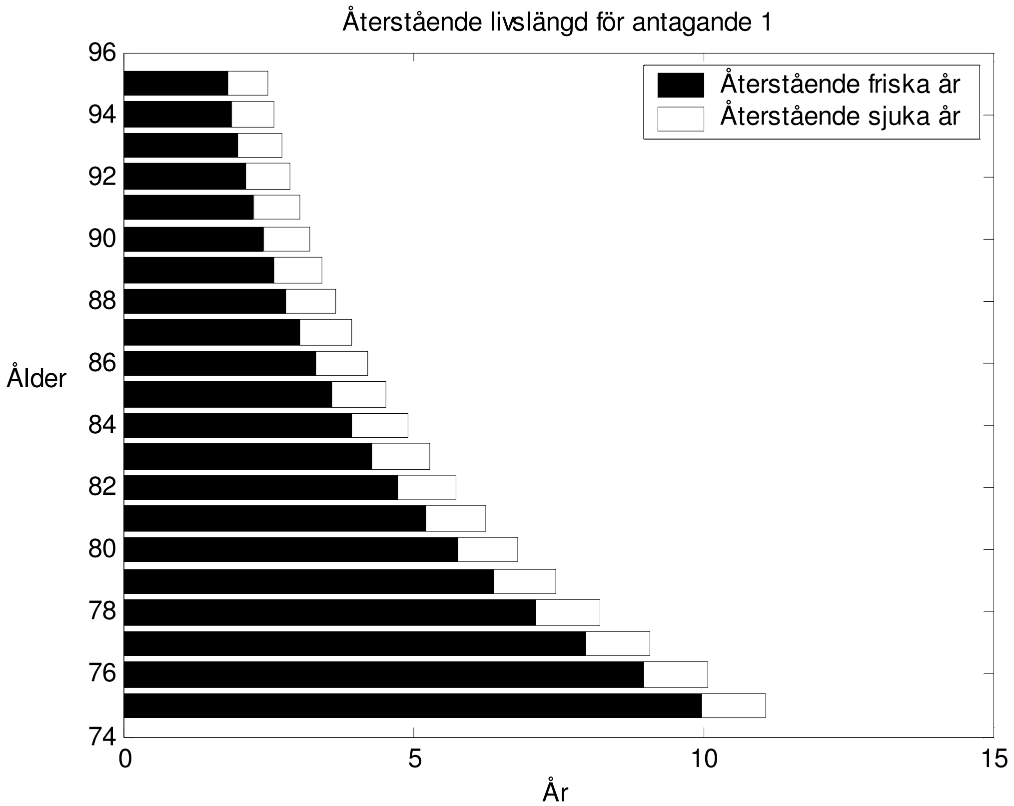


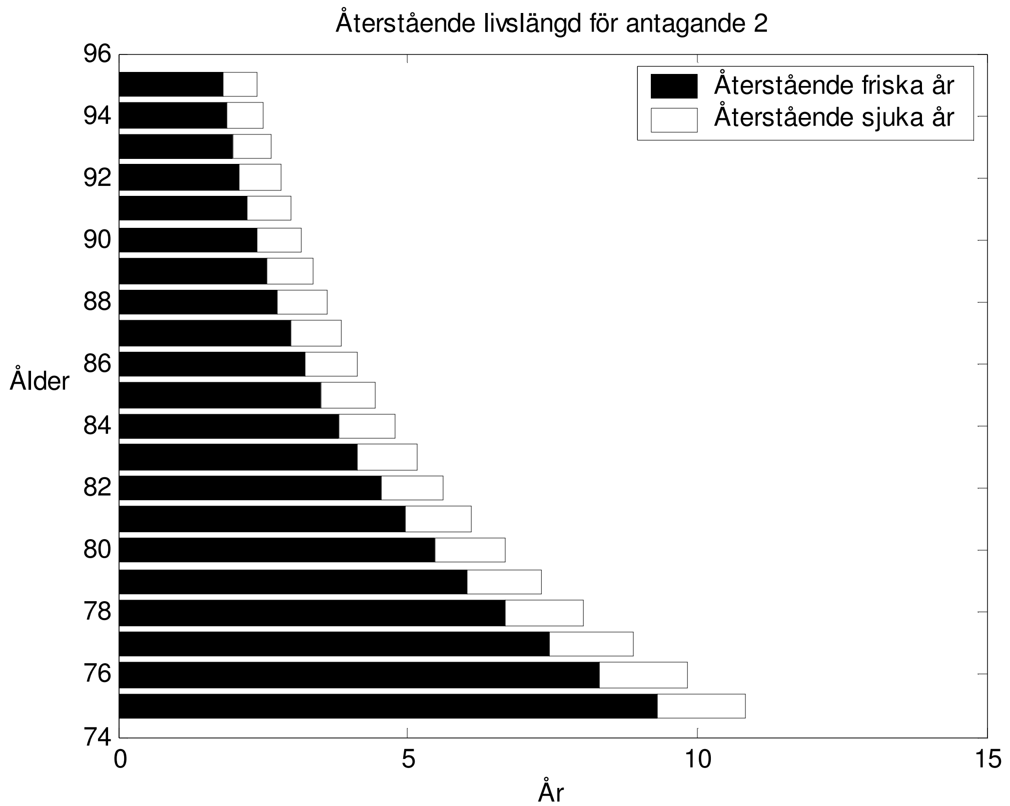
Plott 1 och 2:


Sannolikheter för att vara sjuk
Antagande 1
Antagande 2
Sanno-
likhet
Ålder

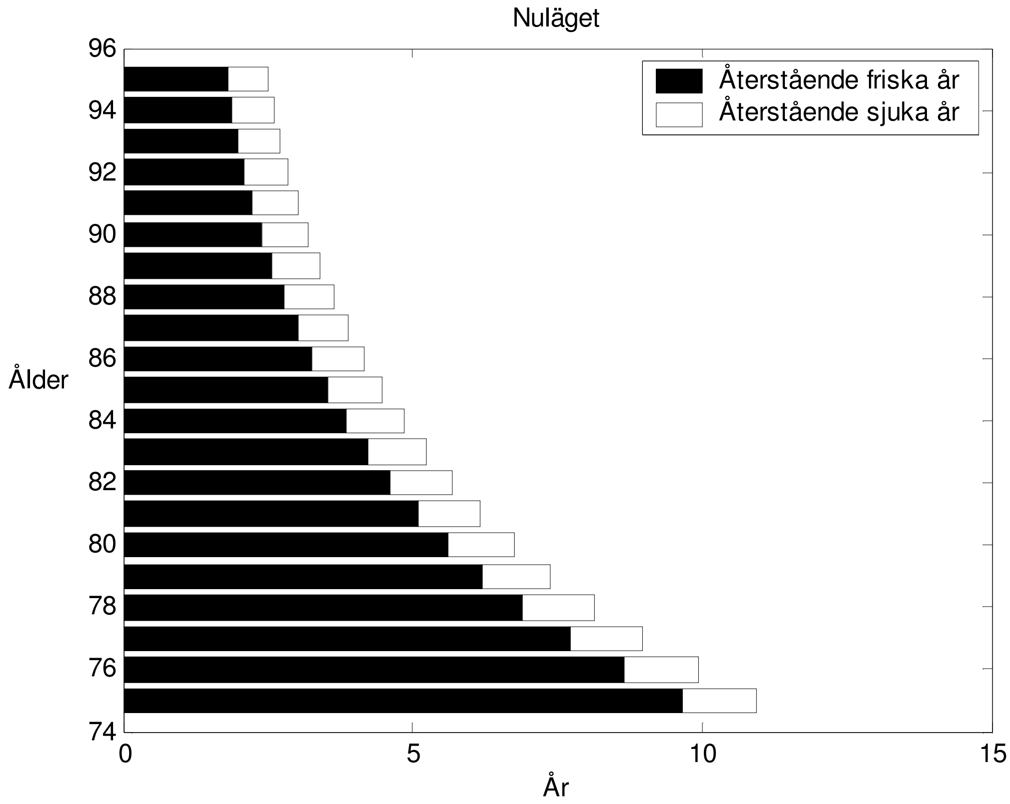

Återstående livslängder och återstående friska år
Antagande 1 (livslängd)
Antagande 2 (livslängd)
Antagande 1 (friska år)
Antagande 2 (friska år)
År
Ålder

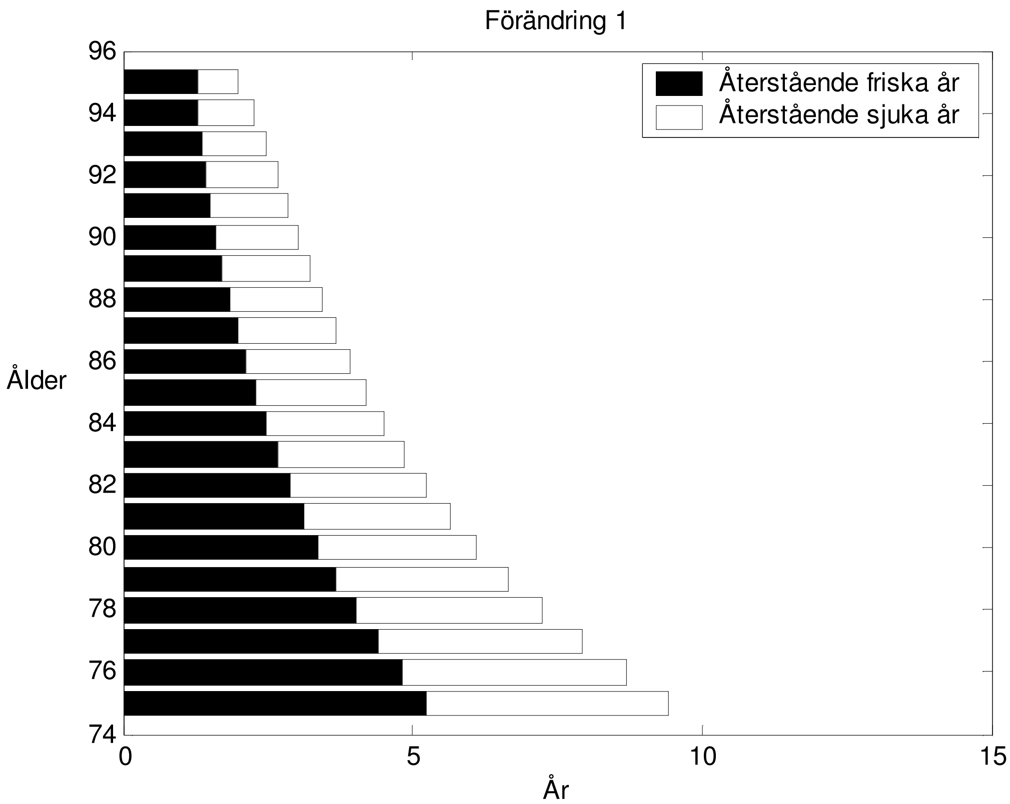
Histogram 2 a och b:

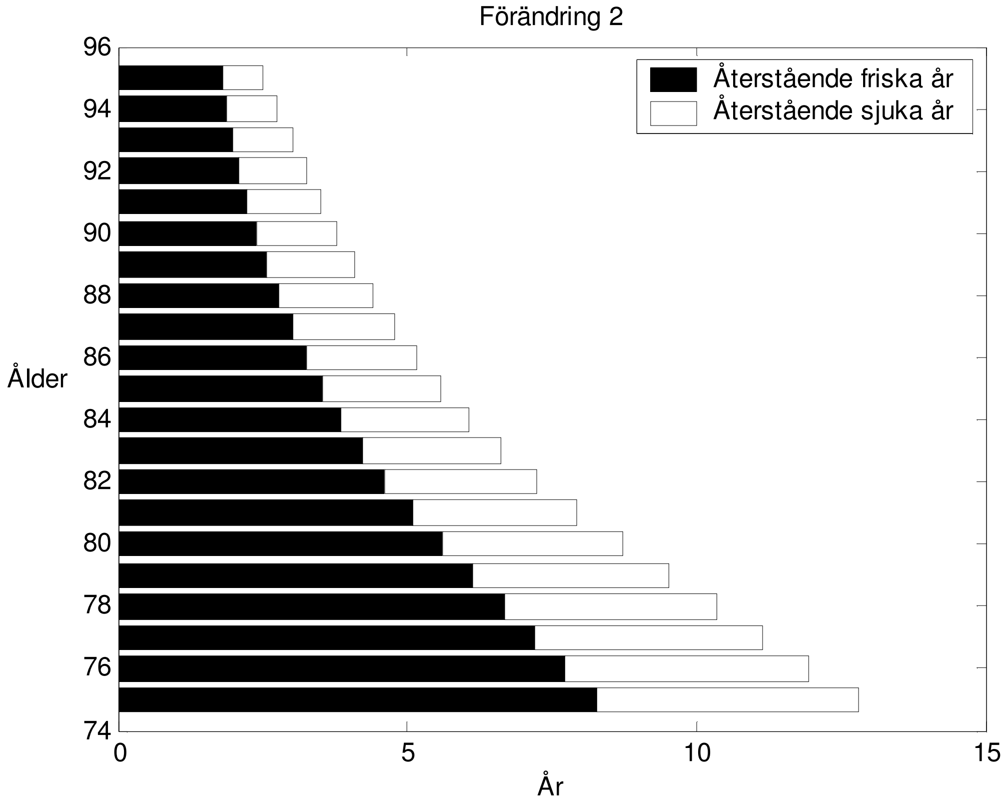


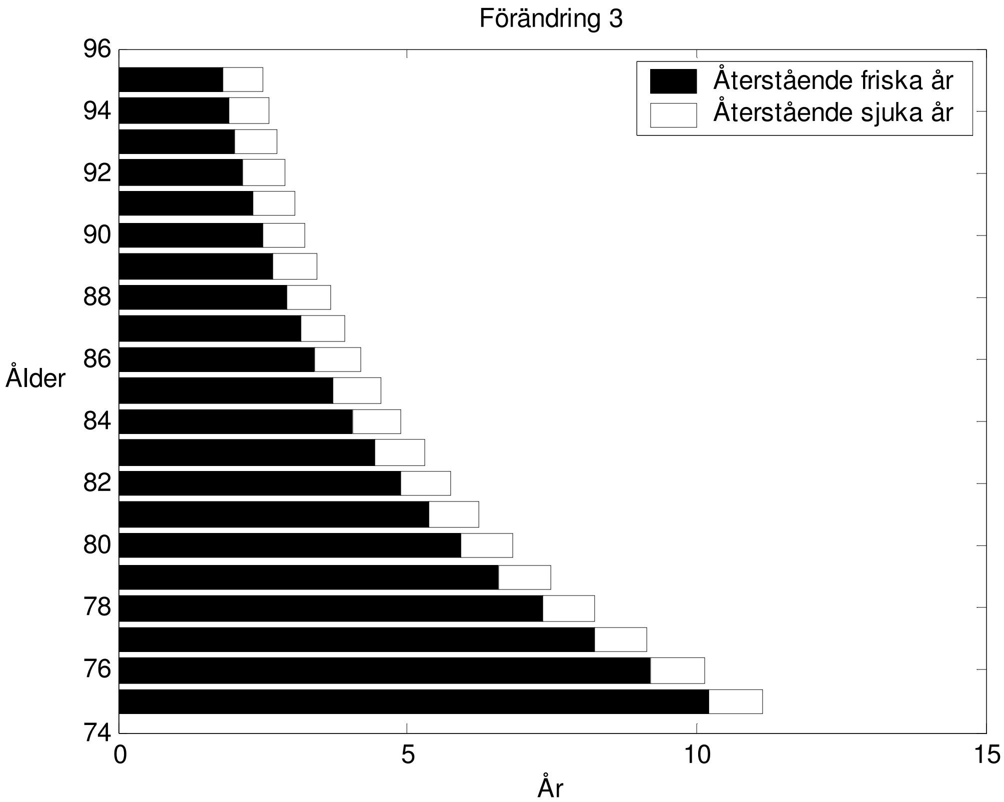


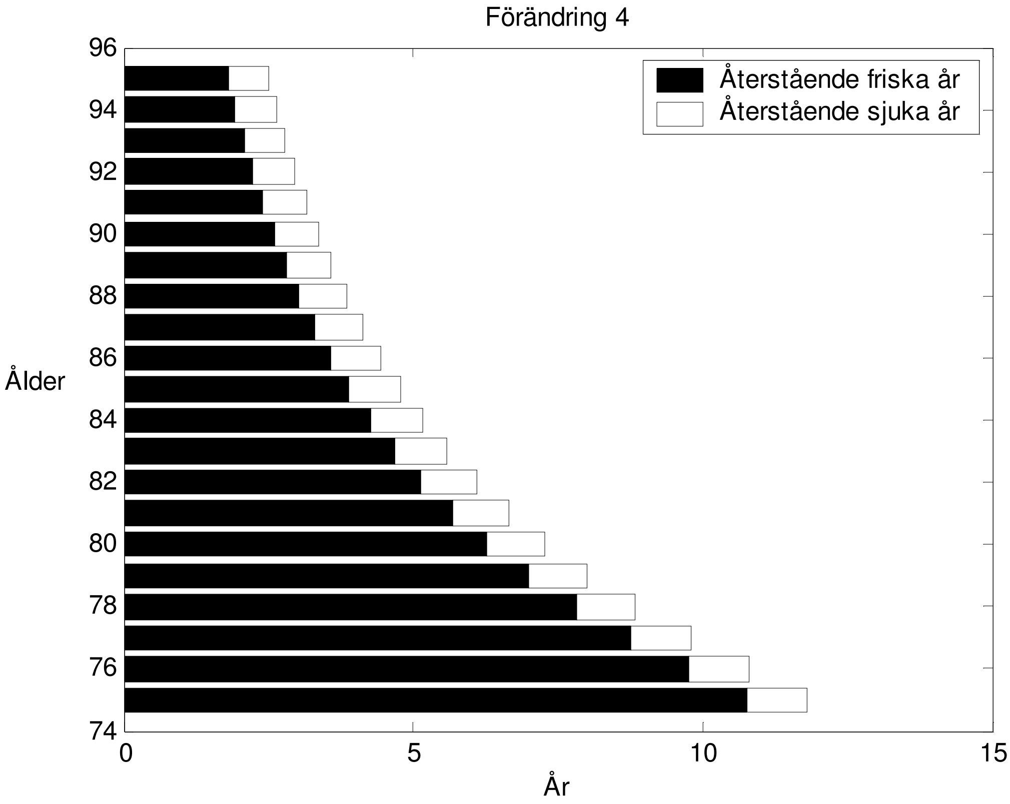
9.2 Histogram med förändringarna för alla åldrar

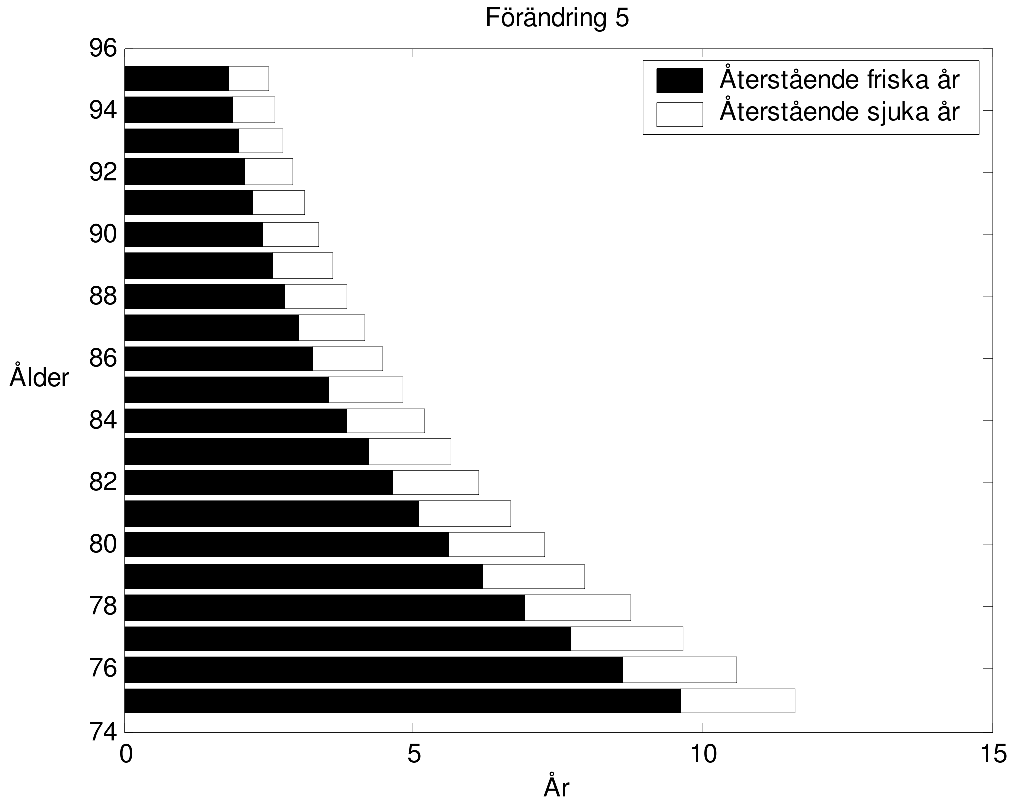




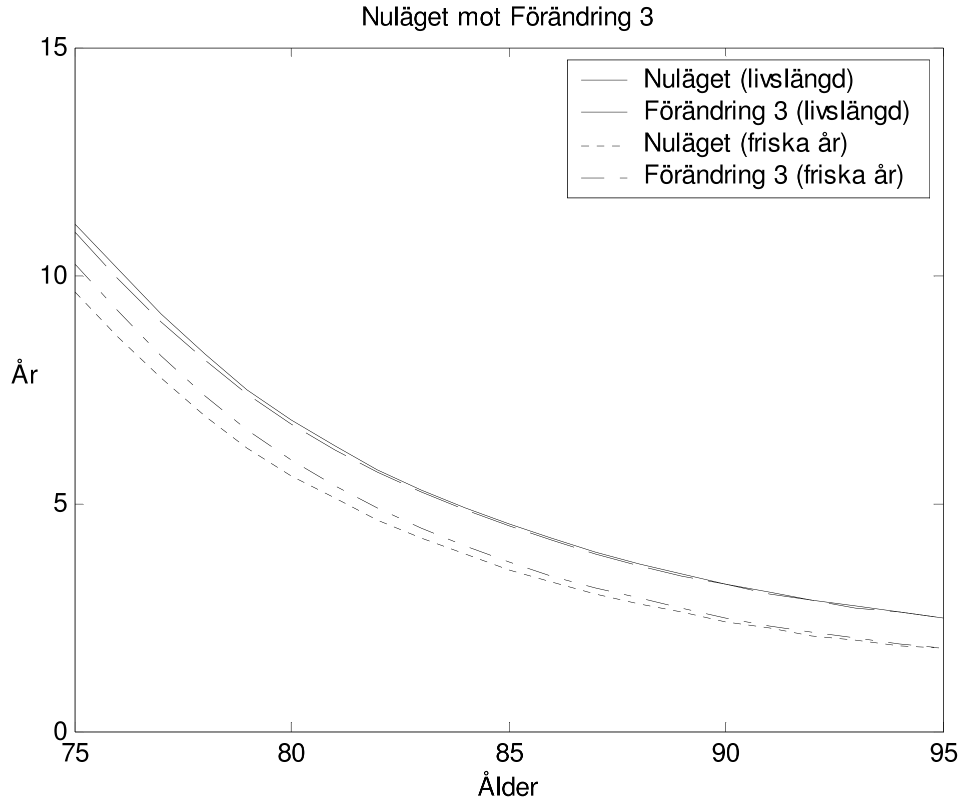

Förändring 2
Återstående friska år
Återstående sjuka år
Ålder
År
96
94
92
90
88
86
84
82
80
78
76
74
0
5
10
15

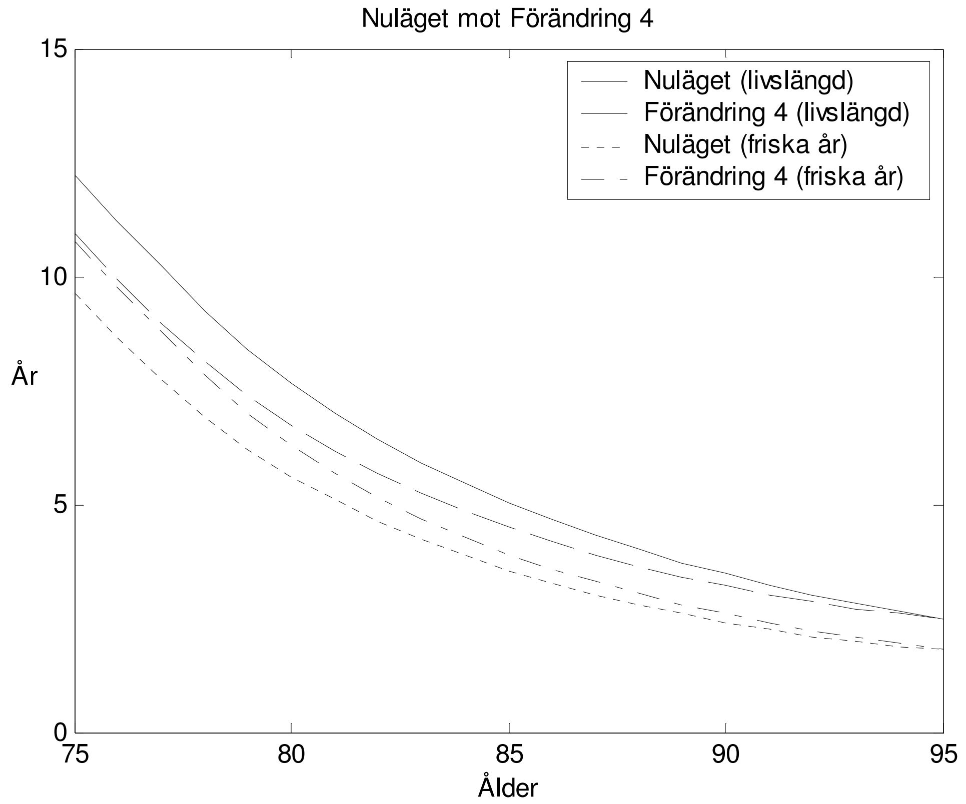

Förändring 3
Återstående friska år
Återstående sjuka år
Ålder
År
96
94
92
90
88
86
84
82
80
78
76
74
0
5
10
15

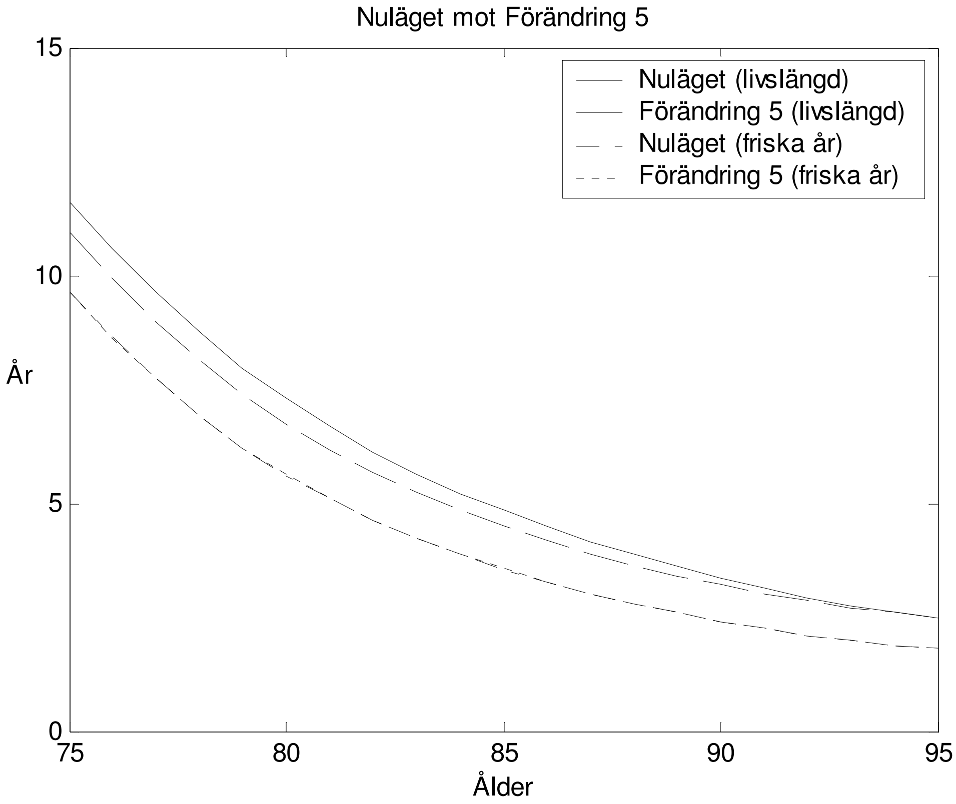

Förändring 4
Ålder
96
94
92
90
88
86
84
82
80
78
76
74
0
5
10
15
År
Återstående friska år
Återstående sjuka år


Förändring 5
Ålder
96
94
92
90
88
86
84
82
80
78
76
74
0
5
10
15
År
Återstående friska år
Återstående sjuka år

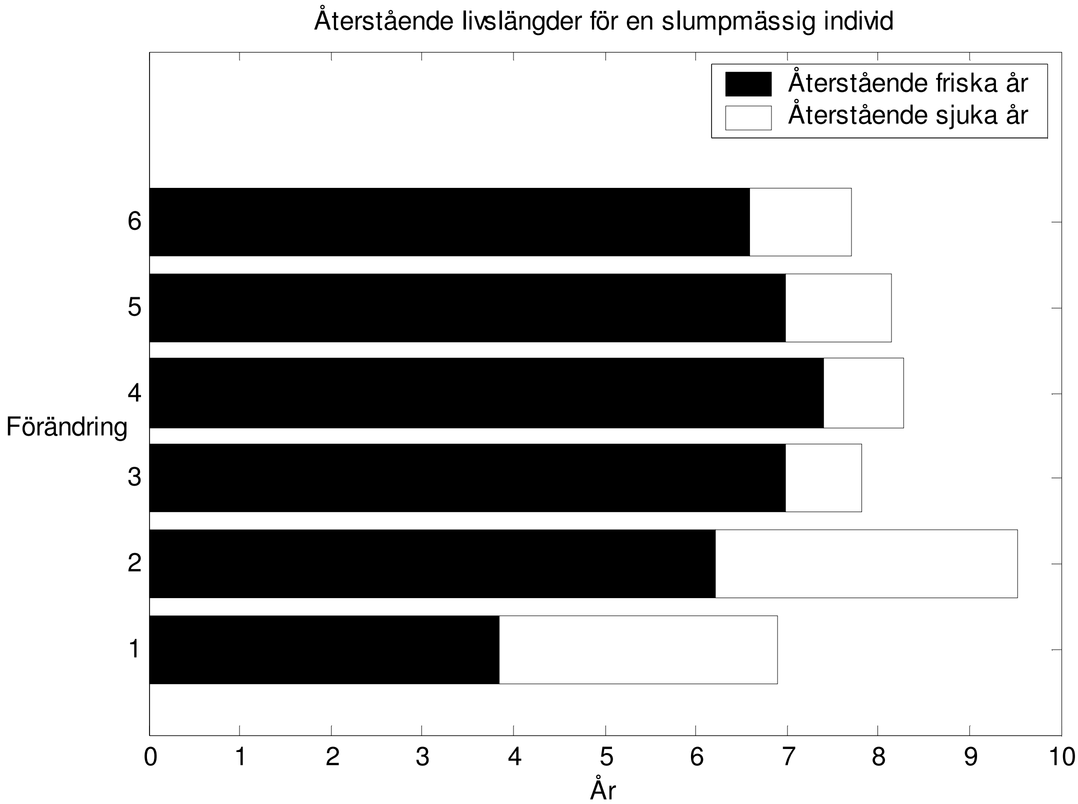
9.3 Plottar med förändringarna för alla åldrar






Nuläget mot Förändring 5
15
10
5
0
År
75
80
85
90
95
Ålder
Nuläget (livslängd)
Förändring 5 (livslängd)
Nuläget (friska år)
Förändring 5 (friska år)

9.4 Bild med förändringarna för en stationär ålder



10. Appendix C

10.1 Tabeller med antal individer vid varje ålder i varje fas

Fas 1

Ålder	Antal individer	Ålder	Antal individer	Ålder	Antal individer
75	140	85	83	95	14
76	129	86	68	96	4
77	122	87	51	97	2
78	143	88	44	98	0
79	133	89	43	99	0
80	127	90	34	100	0
81	119	91	33	101	1
82	136	92	19	102	0
83	96	93	15	103	0
84	94	94	10	Summa	1660

Fas 2

Ålder	Antal individer	Ålder	Antal individer	Ålder	Antal individer
75	0	85	82	95	13
76	0	86	86	96	5
77	0	87	53	97	5
78	25	88	53	98	3
79	94	89	53	99	2
80	91	90	34	100	1
81	102	91	26	101	0
82	86	92	30	102	0
83	86	93	15	103	0
84	79	94	11	Summa	1035

Fas 3

Ålder	Antal individer	Ålder	Antal individer	Ålder	Antal individer
75	0	85	62	95	11
76	0	86	69	96	6
77	0	87	40	97	2
78	0	88	43	98	5
79	0	89	50	99	2
80	0	90	37	100	0
81	24	91	34	101	0
82	58	92	23	102	0
83	72	93	16	103	0
84	59	94	15	Summa	628

Fas 4					
Ålder	Antal individer	Ålder	Antal individer	Ålder	Antal individer
75	0	85	50	95	8
76	0	86	47	96	3
77	0	87	40	97	8
78	0	88	42	98	3
79	0	89	42	99	3
80	0	90	28	100	1
81	0	91	35	101	2
82	0	92	25	102	0
83	0	93	16	103	0
84	11	94	17	Summa	381

Fas 5					
Ålder	Antal individer	Ålder	Antal individer	Ålder	Antal individer
75	0	85	0	95	9
76	0	86	0	96	4
77	0	87	13	97	6
78	0	88	37	98	2
79	0	89	37	99	1
80	0	90	26	100	3
81	0	91	35	101	2
82	0	92	33	102	0
83	0	93	18	103	0
84	0	94	16	Summa	242

10.2 Tabell med återstående livslängd

Ålder	Återst. friska år	Återst. sjuka år	Återst. livslängd	Friska år i %
75	9,64	1,31	10,95	88
76	8,64	1,31	9,95	87
77	7,72	1,26	8,98	86
78	6,91	1,22	8,13	85
79	6,22	1,17	7,39	84
80	5,61	1,13	6,74	83
81	5,09	1,09	6,18	82
82	4,63	1,05	5,68	82
83	4,23	1,01	5,24	81
84	3,87	0,98	4,84	80
85	3,55	0,94	4,49	79
86	3,27	0,91	4,18	78
87	3,02	0,88	3,89	77
88	2,79	0,85	3,64	77
89	2,59	0,82	3,41	76
90	2,41	0,80	3,20	75
91	2,25	0,78	3,02	74
92	2,10	0,75	2,86	74
93	1,98	0,74	2,71	73
94	1,88	0,72	2,59	72
95	1,80	0,70	2,50	72

10. 3 Tabell med a (x) och A (x)

x	a (x)	x	a (x)	x	a (x)
75	140,0000	82	83,0449	89	0,4811
76	140,0000	83	60,5389	90	0,1107
77	138,7776	84	39,5374	91	0,0200
78	136,8733	85	22,7302	92	0,0028
79	131,1577	86	11,2985	93	0,0003
80	120,2418	87	4,7671	94	0,0000
81	103,8107	88	1,6754	95	0,0000

x	A (x)	x	A (x)	x	A (x)
75	0,1233	82	0,0732	89	0,0004
76	0,1233	83	0,0533	90	0,0001
77	0,1223	84	0,0348	91	0,0000
78	0,1206	85	0,0200	92	0,0000
79	0,1156	86	0,0100	93	0,0000
80	0,1059	87	0,0042	94	0,0000
81	0,0915	88	0,0015	95	0,0000

11. Referenser

1. ”Inbjudan till att deltaga i programmet Tredjelivet”, som finns att hämta på: http://www.ida.liu.se/labs/eis/people/petah_files/Forsknings-%20och%20utvecklingsprogrammet%20TREDJELIVET.pdf

2. Lagergren M. *Utvecklingen av de äldres hälsa och levnadslängd*. Rapporter/Stiftelsen Stockholms Läns Äldrecentrum 2004; 9: 1401-5129.

3. Agahi N, Lagergren M, Thorslund M, Wånell S E. *Hälsoutvecklingen och hälsofrämjande insatser på äldre dar*. Statens Folkhälsoinstitut 2005; 6: 1651-8624.

4. Andersson, G. *Livförsäkringsmatematik*. Svenska Försäkringsföreningen, ISBN 91-974960-1-4, Elanders Gotab AB, Stockholm 2005.

5. Qvarnström, S. *Modellering av prevalens som resultat av incidens och mortalitet*. Examensarbete 2006:4, Matematisk statistik, Stockholms universitet.

6. Fakta kring Kungsholmsprojektet, som finns att läsa på: www.aldrecentrum.se/kungs.html