



Matematisk statistik
Stockholms universitet

Modeller och projektioner avseende
dödligheten i
KP Pension & Försäkrings
bestånd

Estrella Zarate

Examensarbete 2006:6

ISSN 0282-9169

Postadress:

Matematisk statistik
Matematiska institutionen
Stockholms universitet
106 91 Stockholm
Sverige

Internet:

<http://www.matematik.su.se/matstat>



Matematisk statistik
Stockholms universitet
Examensarbete 2006:6,
<http://www.matematik.su.se/matstat>

Modeller och projektioner avseende dödligheten i KP Pension & Försäkrings bestånd

Estrella Zarate*

Juni 2006

Sammanfattning

Denna studie grundar sig i att göra en undersökning av de försäkrade individernas dödlighet. I Sverige används traditionellt kontinuerliga antaganden vad gäller dödlighetsintensiteten, Makehams modell är den vanligaste dödlighetsmodellen inom svenskt försäkringsväsendet. Denna studie har gjorts hos KP Pension Försäkring.

KPs försäkringsbestånd är uppdelat på tre olika avdelningar. I detta arbete görs en framskrivning av dödligheten fram till år 2050.

Analysen gjordes först och främst för den så kallade Avdelning I som omfattar pensionsförsäkringen enligt kollektivavtalet om KTP (Kooperationens tilläggs pension) för tjänstemän.

För Avdelning II som omfattar pensionsförsäkringar enligt kollektivavtalet om KAP (Kooperationens avtals pension) för arbetare inom Kooperationen, har endast en anpassning av Makehams modell gjorts. Detta gjordes för att få en överblick över hur arbetarnas dödsrisker förändras över tiden i jämförelse med tjänstemännens. Även arbetarnas observerade dödlighet och anpassning med Makehams modell har skrivits fram till år 2050.

Detta eftersom den förväntade livslängden hos ålderspensionärer beräknas få en ökning och kommer att öka snabbare än vad aktuarier tidigare estimerat. Tendensen har på senare tid varit en klar dödlighetsnedgång, tidigare studier har visat neråtgående trender avseende risken att avlida. Även denna studie visar detta.

*E-post: Estrella.Zarate@kp.se. Handledare: Thomas Höglund.

I den prognos som gjorts har framskridning skett med hänsyn tagen till bolagsdata för åren 1990-2005 och 1998-2005, för olika pensioner. Framskrivningen görs fram till år 2050. Modellanpassning har gjorts med Makeham och Lee-Carter modellen, dessa jämförs sedan med försäkringsbolagets skattade observerade dödlighet.

Lee-Carter modellen tar hänsyn till att dödlighetsintensiteten är beroende av ålder och av aktuellt kalenderår. Modellen antar att dödlighetsintensitet över tiden drivs av enda tidsvarierande parameter det vill säga av mortalitetsindexfaktorn. Lee-Carter modellen är inte en kontinuerlig parametrisk modell som Makehams modell.

Lee-Carter modellens skattningar för Avdelning I jämförs sedan med Lee-Carter modellens skattningar för befolkningen. Detta görs för att besvara frågan om tjänstemän verkligen har lägre dödlighet än den vanliga befolkningen.

Abstract

In Sweden it's a tradition to use continuous assumptions when it comes to mortality intensity. The Makeham model is the most common mortality model that Swedish insurance companies use.

This analysis has been done for the insurance company KP Pension & Insurance. The analysis concentrates on the first department of the company that comprises the salaried employees.

The second department contains the workers, but only the Makeham model comparison is made for these and we look at the observed death rates to get an idea of how their death risk will change over time until the year 2050.

This has been done because life expectancy at retirement will surge upwards, increasing more rapidly than actuaries have previously estimated.

The tendency over the past years has clearly followed a mortality reduction. Prior analysis has shown that the trends in mortality reduction will continue. The same conclusion can be drawn from this study.

In the prognosis that has been done the prediction is based on the years 1990-2005 and 1998-2005, for different pensions. The prediction is made until 2050. The models that have been used and compared to the insurance companies estimated mortality is the Makeham model and the Lee-Carter model.

The Lee-Carter model takes into account that the mortality rate depends on age and calendar-year. The model assumes that the mortality rate over time is driven by a mortality index factor. The Lee-Carter model is not a continuous parametrical model like the Makeham model.

The results with the Lee-Carter model based on estimated mortality are compared with the results from the Lee-Carter model made on the population, this is done to see if the salaried employees really have a lower mortality rate than the normal population.

Förord

Denna studie om dödlighet utgör mitt examensarbete för magisterexamen i matematiskt statistik vid Stockholms universitet.

Jag skulle vilja tacka min handledare Gunnar Andersson VD på KP Pension & Försäkring för allt han har gjort för mig under min tid på försäkringsbolaget. Jag ser Gunnar Andersson som min förebild och det är han som har inspirerat mig till att välja aktuarieyrket.

Jag vill även tacka Constantin Santikos, Astrid Brygel, Peter Berggren, Joakim Ekstam samt Emma Andersson. Ett stort tack till alla på KP Pension & Försäkring för det trevliga bemötandet.

Vill även tacka Hans Lundström på Statistiska Centralbyrån för att han givit mig resultaten med Lee-Cartermodellen gjord på befolkningen.

Slutligen vill jag tacka min handledare på Stockholms universitet Thomas Höglund och alla mina föreläsare som jag har haft under mina fyra års studier vid Stockholms universitet.

Ett speciellt tack till mina föräldrar Gladys Bustos samt David Zarate som har gett mig styrkan och stödet att klara av dessa fyra års studier.

Innehållsförteckning

1. Inledning.....	3
1.1. Beskrivning av arbetet.....	4
1.2. Fakta om KP Pension & Försäkring.....	5
1.3. Beskrivning av KPs olika produkter.....	6
1.4. Datainsamling och behandling.....	8
1.5. Kort beskrivning av olika dödligheter.....	9
2. Teori.....	11
2.1. Beteckningar.....	11
2.2. Modeller för dödlighet.....	12
2.3. De Moivres modell.....	12
2.4. Gompertz modell.....	12
2.5. Makehams modell.....	12
2.6. Weibullmodellen.....	12
2.7. Modeller för alla åldrar.....	13
2.8. Lee-Carters modell.....	13
2.9. Alternativt sätt att skatta parametrar i Lee-Carters modell.....	15
3. Alternativa modeller för framskrivning av dödlighetsintensiteten.....	16
3.1. Heligman-Pollard modellen.....	16
3.2. Den Logistiska modellen.....	17
3.3. Kannistos modell.....	18
3.4. Shifting logistic model.....	19
4. Resultat.....	22
4.1. Framskrivning av dödligheten.....	22
4.2. Makehams modell.....	23
4.3. Resultat med avdelning II.....	23
4.4. Förändringar under 1990-2005 med Lee-Carters modell.....	24
4.5. Förändringar under 2005-2050 med Lee-Carters modell.....	25
4.6. Jämförelse av försäkringsbolagets skattade dödlighet, Lee-Carters modell skattad med försäkringsbolagets dödlighet samt Lee-Cartermodellen skattad med befolkningen.....	26
4.7. Konfidensintervallmetoden.....	27
4.8. Förslag till metodförbättring.....	28
5. Bilagor.....	29
5.1. Bilaga 1: Resultat med Makehams modell.....	29
5.2. Bilaga 2: Resultat med Lee-Cartermodellen 1990-2005.....	32
5.3. Bilaga 3: Tabeller med Lee-Cartermodellens skattningar.....	34
5.4. Bilaga 4: Resultat med Lee-Carter modellen 2005-2050.....	36

5.5. Bilaga 5: Lee-Cartermodellen jämförd med observerad dödlighet samt befolkningen.....	37
5.6. Bilaga 6: Resultat med Konfidensintervall, observerad dödlighet, Makeham & Lee-Cartersmodell. Jämförelse mellan modeller.....	42
5.7. Bilaga 7: Den modifierade χ^2 -metoden.....	48
5.8. Bilaga 8: Jämförelse av den observerade dödligheten med Makehams modell & Lee-Cartermodellen år 2005.....	49
5.9. Bilaga 9: Jämförelse av försäkringsbolagets skattade dödlighet, Lee-Carters modell skattad med försäkringsbolagets dödlighet samt Lee-Cartermodellen skattad med befolkningen.....	49
5.10. Bilaga 10: Dödsrisker för Avdelning II jämförd med Avdelning I, olika åldrar....	50
5.11. Bilaga 11: Jämförelse av dödsrisker mellan avdelningarna.....	53
5.12. Bilaga 12: Resultat med Makehams modell Avdelning II.....	54
6. Appendix	57
6.1. Appendix 1a: Antal försäkrade män i Avdelning I.....	57
Appendix 1b: Antal försäkrade kvinnor i Avdelning I.....	60
6.2. Appendix 2a: Antal avlidna män i Avdelning I.....	64
Appendix 2b: Antal avlidna kvinnor i Avdelning I.....	68
7. Slutsats.....	72
8. Referenser.....	73

1. Inledning

Under 2000 – talets inledning har det skett en avsevärd ökning av livslängden i befolkningen detta beror i första hand på den fortgående medicinska utvecklingen och en mängd vetenskapliga genombrott samt sociala faktorer (förbättrad kost osv) som man inte hade kunnat räkna med för hundra år sedan.

Med stigande genomsnittlig livslängd hos befolkningen har det uppstått behov av att finna en modell som kan avspegla förändringar i dödligheten över tiden. Vi vet redan idag att antalet ålderspensionärer kommer att öka kraftigt runt år 2010, när de stora generationerna födda i mitten av 1940-talet fyller 65 år. Tjugo år senare är det dags för 60-talister att fylla 65 år och så vidare.

Medellivslängden för befolkningen antas enligt Statistiska central byrån för män öka från 77,7 år 2002 till 83,6 år 2050. För kvinnor antas medellivslängden för samma period öka från 82,1 till 86,2 år.

Under 2005-2050 förväntas dödligheten för äldre individer minska med en snabbare takt än förr. Den förväntade livslängden hos ålderspensionärer kommer att öka, den kommer att öka i snabbare takt än vad man tidigare estimerat. Man förutspår att dödlighetsförbättringen under det första årtiondet kommer att vara störst bland individer i åldern 60 till 70. Under det andra årtiondet förväntas ökningen vara störst för 70 till 80 åringar, och så vidare. Se till exempel studier från Statistiska centralbyrån.

I detta arbete har projektioner från år 2005 till 2050 gjorts med två olika modeller dels med den vanligaste modellen inom försäkringsbranschen Makehams modell och dels med Lee-Carters modell som fångar in trender i dödligheten. Resultaten med Lee-Cartermodellen för försäkringsdödlighet jämförs sedan med Lee-Cartermodellen gjord på befolkningen. Undersökningen görs för att kunna göra en bra prissättning av en produkt med dödsfallsrisk, eftersom det finns risk att nuvarande prissättning underskattas.

Denna studie avser tecknande av försäkring hos KP Pension & Försäkring. KP har ett behov att för beståndets tre olika avdelningar kunna utvärdera de gällande dödlighetsantaganden.

Studien omfattar i första hand pensionsförsäkringen enligt kollektivavtalet om KTP (Kooperationens tilläggs pension) för tjänstemän. Men samma förfarande kan användas för att studera andra sorters pensioner.

Vi har även valt att presentera framskrivningen av de observerade dödsriskerna och Makehams modell fram till år 2050 avseende pensionsförsäkringar enligt kollektivavtalet om KAP (Kooperationens avtals pension) för arbetare inom Kooperationen. Detta för att ge en bild av hur dödligheten för arbetare skiljer sig från tjänstemännen.

Det datamaterial som används för projicering är hänförligt till perioden 1990-2005 för KTP – pensioner till perioden 1998-2005 för KAP- pensioner. Anledningen till att perioden för KAP- pensioner endast är sju år beror på att de individer som ingår i denna infördes i KPs system år 1998. Men vi väljer att ta med denna trots att perioden är kort.

En framskrivning av dödligheten av de försäkrade med en tidshorisont om nästan femtio år är naturligtvis förknippad med stor osäkerhet. Föreliggande prognos har gjorts med mer typiska prognosantaganden för den observerade dödligheten jämte modellenpassning med Makehams

modell. Framskrivningen av dödsriskerna har erhållits genom att dessa årligen har reduceras med hjälp av prognoser som Statistiska centralbyrån har tagit fram för olika åldrar.

Lee-Cartermodellen anpassas ofta med en ARIMA-modell, men i denna studie har en enklare variant valts med antaganden om att utvecklingen är linjär, i syfte att få fram den årliga tidsförändringen i dödsriskerna. Dödlighetsestimeringen bygger på extrapolation (det vill säga man tar hänsyn till information som redan finns för att kunna förutspå kommande dödlighet).

För kvinnor och män i samma ålder skiljer sig dödsfallsrisken åt, vilket även gäller för människor från olika delar av världen, uppväxta under olika levnadsförhållanden.

1.1 Beskrivning av arbetet

I detta examensarbete görs en analys för att kunna utvärdera de gällande dödlighetsantaganden och den ekonomiska dödligheten för KP Pension & Försäkring, detta ska göras regelbundet helst varje år.

Analysen görs först och främst för Avdelning I och stiftelsen. Analys av Avdelning II, Avdelning III och fondförsäkringsbolaget kan ske på samma vis (Avdelning III presenteras trots att den inte har används i denna studie). Dessa ska analyseras var för sig på grund av att de beskrivs av olika karakteristiska val (se nedan).

Stiftelsen ska analyseras tillsammans med Avdelning I. Anledningen till detta är att dödsfallen som sker där ålderspensionen är tryggad i stiftelsen påverkar också riskbilden i kassan, då den kollektiva familjepensionen alltid är tryggad i kassan. I dessa fall sker inget risksummebidrag vid dödsfallsaktualiseringen från arvsvinsten av ålderspension.

Avdelning I och pensionsstiftelsen kännetecknas av kollektiv tjänstepension i form av temporär och livsvarig förmånsbestämd ålderspension. I denna avdelning försäkras även livsvarig familjepension, kollektiv risk och ett temporärt familjeskydd. Den kollektiva riskförsäkringen och familjeskyddet innehåller ej något dödlighetsantagande. Premiefrielseförsäkring för ålderspensionen, familjepension och kollektiv risk tecknas i Avdelning I. Beståndet riskbedöms inte.

Avdelning II kännetecknas av kollektiv tjänstepension enligt retrospektivmetoden. Karakteriseras av temporär eller livsvarig ålderspension med eller utan återbetalningsskydd (temporärt). De olika produkterna samt retrospektivmetoden beskrivs i 1.3 Beskrivning av KPs olika produkter. Försäkring i Avdelning II nytecknas bara med produkterna R och RÅ. Produkterna EL och RER erbjuds även. Tidigare tilläts även produkterna RM, men upphörde nyteckning 1999 då RÅ skapades. Beståndet riskbedöms inte. Premiefrielseförsäkring tecknas hos AFA.

Avdelning III kännetecknas av individuell tjänste/privat pension och även 10-taggar lösningar, övrig individuell tjänstepension, privat och KTPK-egenpension. Produkter som nytecknas är R/RO, RÅ, EL, ER och RER. Beståndet är riskbedömt. Premiefrielseförsäkringen tecknas i Avdelning III för övrigt individuell tjänstepension och privat. För 10-taggar lösningen och KTPK-egenpension tecknas premiefrielse i Avdelning I.

I fondförsäkringen tecknas fondförsäkringen som en ren ålderspension med eller utan återbetalningsskydd. Fondförsäkring kan tecknas med KTPK-egenspensionspremier, premier i 10-taggarlösning, individuell tjänstepension, KAP premier och som privat försäkring.

Beståndet riskbedöms inte. Analysen ska ske med Avdelning II.

1.2 Fakta om KP (Kooperationens pensionsanstalt)

KP Pension & Försäkring startade sin verksamhet 1942 och har mer än 60 års erfarenhet av kollektiva tjänstepensioner.

KP administrerar bland annat ålderspensionsutfästelser, avtalsförsäkringar och privata pensionsförsäkringar för anställda i kooperativa och folkrörelseägda företag. Till KP hör också KP Fondförsäkring AB, som erbjuder de försäkrade att som ett komplement till traditionell försäkring placera premier i fondförsäkring.

KP:s verksamhet omsluter drygt 4 100 företag och organisationer med totalt omkring 129 000 anställda. Tillsammans med pensionärer och fribrevshavare uppgår antalet försäkrade till cirka 287 000. KP har ca 165 anställda.

Allmänt om KTP

Tjänstemän anställda i företag anslutna till KP omfattas av Kooperationens tilläggs pension, KTP. Förmåner som ingår i KTP är bland annat sjukpension, ålderspension och olika former av efterlevandepension.

– premie

I KTP ingår kompletteringspensionen KTPK – egenpension. KTPK- egenpension är en premiebestämd pension. Pensionens storlek beror på hur mycket premier som har betalats in och hur pensionskapitalet, som premien bildar, har förvaltats. Premien motsvarar 2,1 % av den pensionsmedförande lön och betalas av arbetsgivaren.

– premiefrielse

Arbetsgivaren behöver inte betala premien till KTP när den anställda har varit sjuk minst 25 % mer än 90 dagar eller sammanlagt mer än 105 dagar under flera perioder de senaste 12 månaderna.

Allmänt om KAP

Kooperationens avtalspension, KAP, är en tjänstepension för arbetare och personliga assistenter inom KFO-området (Handels-Butikspersonal). KAP består av ålderspension och efterlevandeskydd.

– premie

Arbetsgivaren betalar in premie till KAP, motsvarande 3,5 % av den pensionsmedförande lönen för varje anställd som fyllt 21 år. Varje månad rapporterar arbetsgivaren in den utbetalda lönen till KP. Därefter skickar KP en faktura på premien. Den försäkrade väljer själv var premien ska placeras, i traditionell försäkring eller/och fondförsäkring.

– premiefrielse

Vid sjukdom, föräldraledighet och uppsägning på grund av arbetsbrist betalar arbetsgivaren ingen premie. Då träder premiefrielseförsäkringen in och betalar premien, under förutsättning att anmälan har sänts till AFA.

Allmänt om fondförsäkring

Fondförsäkring innebär att pensionskapitalet placeras i fonder. Genom att välja mellan olika fonder påverkar individerna själva hur pensionspengarna ska förvaltas. Det finns ingen

garanterad avkastning utan pensionen ökar i värde om fonderna som valts går bra och minskar i värde om de valda fonderna går dåligt. Fondförsäkring kan väljas för olika pensioner bland annat KAP- ålderspension.

1.3 Beskrivning av KPs olika produkter

Retrospektivmetoden

Retrospektivmetoden bygger på att man med faktiska utfallet av räntan, dödligheten och driftkostnaden beräknar värdefunktionen (denna beskrivs i kap 1.5) för försäkringen. Det är denna beräkning som ligger till grund för att avgöra om en försäkring kan anses ha rätt till återbäring eller ej på grund av det eventuellt uppkomna överskottet på försäkringen. Detta kallas retrospektivreserv denna framräknas successivt i tiden med hjälp av parametrar som bestäms med hjälp av de resultat som bolaget observerat.

Sådana parametrar utgörs av återbäringsränta, avdrag för avkastningsskatt, avdrag för verkliga driftkostnader ("avgifter") och avdrag för riskkostnader. Man lägger till inkomna premier och drar ifrån de utbetalningar som gjorts. Observera att parametrarna ofta är utjämnade i tiden för att om möjligt skapa en jämn utveckling.

EL-Livsvarig ålderspension med familjegaranti

Försäkringen ger rätt till ålderspension/ålderslivränta vid uppnådd pensionsålder och familjegaranti vid den försäkrades dödsfall.

Teckningsregler:

- Produkten kan tecknas som traditionell försäkring.
- Pension kan tecknas i intervallet 55-85 år.
- Utbetalningstid kan endast vara livsvarig för ålderspensionen/ålderslivräntan och temporär för familjegaranti (H-tid).
- Längsta H-tid är 20 år och kortaste är 5 år.

ER- Ren efterlevandepension

Efterlevandepension som ger rätt till pension vid den försäkrades dödsfall.

Teckningsregler:

- Produkten kan tecknas som traditionell försäkring och endast i samband med att fondförsäkring tecknas som försäkringsprodukt R eller RÅ (dessa beskrivs nedan).
- Efterlevandepension kan endast tecknas med temporär utbetalningstid.
- Slutålder, dvs längsta försäkringstid, får högst uppgå till 75 år om ER tecknas utan anknytning till produkt R och 90 år om den tecknats tillsammans med produkt R.
- Längsta utbetalningstid är 20 år och kortaste utbetalningstid är 5 år, dock inom ramen för ovanstående slutålder.

R-Ren ålderspension/ålderslivränta

Försäkring ger rätt till ålderspension/livränta vid uppnådd pensionsålder.

Teckningsregler:

- Produkten kan tecknas som både traditionell och fondförsäkring.
- Pensionsålder kan tecknas i intervallet 55-85 år. För KTPK- egenpension är högsta pensionsålder 70 år.
- Utbetalningstid kan vara temporär eller livsvarig.
- Vid temporär utbetalning är längsta utbetalningstid 20 år och kortaste utbetalningstid är vanligen 5 år. Om betalningen upphör vid 65 år är dock kortaste utbetalningstid 3 år.

RER - Ålders och efterlevandepension

Försäkringen ger rätt till ålderspension/ålderslivränta vid uppnådd pensionsålder och efterlevande pension/efterlevandelivränta vid den försäkrades dödsfall.

Teckningsregler:

- Produkten kan endast tecknas som traditionell försäkring.
- Pensionsålder kan tecknas i intervallet 55-85 år.
- Utbetalningen kan endast vara temporär.
- Längsta utbetalningstid är 20 år och kortaste utbetalningstid är 5 år.

RO - Ålderspension med optionsrätt

Försäkring som ger rätt till ålderspension vid uppnådd pensionsålder. Optionen är en rätt att utöka försäkringen med efterlevande skydd, dvs till produkt EL, RER, eller RÅ (beskrivs nedan), utan att hälsoprövning sker vid ändringstillfället.

Den får utnyttjas före 50 år och inom ett år från den tidpunkt den försäkrade "fått" en ny möjlig förmånstagare till försäkringen, dvs ingått äktenskap eller samboförhållande eller fått barn som kan vara förmånstagare.

Teckningsregler:

- Produkten kan endast tecknas som traditionell försäkring.
- Pensionsålder kan tecknas i intervallet 55-85 år.
- Utbetalningstid kan vara livsvarig eller temporär.
- Vid temporär utbetalning är längsta utbetalningstid 20 år och kortaste utbetalningstid är 5 år.

RÅ - Ålderspension/Ålderslivränta med återbetalning

Försäkringen ger rätt till ålderspension/ålderslivränta vid uppnådd pensionsålder. Återbetalningsskydd ger rätt till pension som utbetalas vid den försäkrades dödsfall.

Pensionens storlek vid dödsfall beräknas av:

- Försäkringens värde per dödsfallsmånaden (traditionell försäkring).

- Erhållet belopp vid försäljning av försäkringens fondandelar per anmälandagen (fondförsäkring).

Teckningsregler:

- Produkten kan tecknas antingen som traditionell eller fondförsäkring.
- Försäkring kan endast tecknas med engångspremie eller såkallad löpande engångspremie.
- Försäkringens ålderspension/ålderslivränta kan utbetalas livsvarigt eller temporärt (5-20 år).
- Vid löpande engångspremie finns betalningstermin månad och helår.
- Försäkring tecknad med löpande engångspremie kan kompletteras med engångspremie.

1.4 Datainsamling och behandling

KTP- pension (Kooperationens tilläggs pension)

Datamaterialet består av antalet avlidna samt antalet försäkrade under åren 1990-2005. Datamaterialet bestod av individernas personnummer samt vilket år de avlidit respektive vilket år de blev försäkrade, 693 personnummer var endast på sju siffror, 208 personnummer med åtta samt 29 986 med nio siffror. För att kunna beräkna ålder på dessa personnummer plockades de ut ur hela datamaterialet och ordnades så att alla innehöll tio siffror.

Antalet individer som avlidit bestod av 26 781 och antalet försäkrade av 2 454 937, detta datamaterial innehöll dock även dubletter. Efter borttagning av dubletter blev antalet avlidna individer 26 100 samt antalet försäkrade 2 405 419.

Datamaterialet delas sedan upp för varje år, kön och ålder (dessa tas fram via personnumret). Innan ålder och kön kunde beräknas ordnades alla ofullständiga personnummer. För antalet avlidna gjordes detta i Excel och för antalet försäkrade gjordes detta i Access (Excel tar max in 60 000 poster). Lägsta möjliga ålder för att teckna KTP är 28 år.

KAP - pension (Kooperationens avtalspension)

Datamaterialet består av antalet avlidna och antalet försäkrade under åren 1998-2005. Det givna datamaterialet bestod återigen enbart av individernas personnummer vilket år de blev försäkrade samt vilket år individen avlidit. Till skillnad från KTP-pensionen var alla personnummer här angivna med tio siffror.

Antalet avlidna individer i beståndet bestod av 10 841 och antalet försäkrade av 1 077 406, efter borttagning av dubletter blev antalet avlidna individer 2 531 samt antalet försäkrade individer 1 062 956. Dubbletterna för de avlidna togs bort årsvis för att kunna fastställa hur många av de försäkrade som avlidit varje år, detta gjordes innan arbetet påbörjades med de försäkrade.

Datamaterialet delas återigen upp årsvis, efter kön och ålder (dessa tas fram via personnumret). All datauppdelning gjordes i Access. Lägsta möjliga ålder för att teckna KAP är 21 år. Detta leder till att antalet avlidna som har tecknat KAP är mycket färre än de som tecknat KTP.

KTP- pension & KAP – pension

Ålder beräknas från det år individen är född fram till det år individen avlider, för antalet försäkrade beräknas ålder från födelseår fram till det året som de försäkrade sig (för att få fram hur gamla individerna var när de försäkrade sig och när de avlidit).

Man bör ha i åtanke att det finns risk för att insamlingsfasen av försäkringsdata inte är helt och hållet tillförlitligt. För de högre åldrarna förekommer individer som är avlidna innan 1990, men räknas fortfarande som om de vore försäkrade. Detta görs med anledning av att det betalas ut efterlevandepension till anhöriga och individerna bör då ses som om de fortfarande skulle vara pensionerade.

1.5 Kort beskrivning av olika dödligheter

Ekonomisk dödlighet:

För en analys av hur dödligheten påverkar försäkringsbeståndet ekonomiskt är man intresserad av företagets Risksumma som beskrivs av följande relation.

$$R(t) = S(t) - V(t)$$

Där

$S(t)$ = Slutvärdet vid tidpunkten t , av de belopp som skall utbetalas om den försäkrade avlider vid tidpunkten t .

$V(t)$ = Värdefunktionen för försäkringen vid durationen t , denna definieras som

$$V(t) = A(t) - B(t)$$

Där

$A(t)$ = Kapitalvärdet av försäkringsgivarens framtida förpliktelse enligt försäkringsavtalet vid tidpunkten t .

$B(t)$ = Kapitalvärdet av försäkringstagarens framtida förpliktelser enligt försäkringsavtalet vid tidpunkten t .

Alltså är risksumman skulden som försäkringsgivaren har till den försäkrade. Om en individ med stor försäkring avlider eller ej påverkar företagets dödlighetsintensitet mer än om en individ med en liten försäkring avlider eller ej.

Den ekonomiska dödligheten beräknas med följande relation.

$$\hat{q}_x = \frac{\sum_{avlidna} R(t)}{\sum_{alla} R(t)}$$

där täljaren är summan av de avlidna x-åringarnas frigjorda risksumma (dvs den risksumma som gällde vid, eller precis före dödsfallet), nämnaren är summan av x-åringarnas årsrisksumma.

Generationsdödlighet:

Generationsdödligheten beskriver dödligheten för en generation. Ett annat ord för generationsdödligheten är kohortdödligheten som beskriver förändringar som orsakas av händelser under individens födelseår/födelseårtionde vars effekter de bär med sig under resten av livet. För att kunna göra en undersökning på generationsdödligheten krävs att man studerar dödrisker från ca 110 år. Alltså är en generationsanalys väldigt svår att göra på ett försäkringsbolag eftersom det oftast inte finns tillräckligt med datamaterial.

2. Teori

2.1 Beteckningar

Betrakta en individ som är x år gammal med återstående livslängd T_x , vi definierar följande beteckningar.

q_x betecknar sannolikheten att dö inom 12 månader från den dagen man har uppnått åldern x .

μ_x betecknar dödlighetsintensiteten vid ålder x .

M_x betecknar den centrala dödskvoten (dödsrisken) vid ålder x .

I de fall man vill att parameterskattningarna ska gälla för ett specifikt kalenderår t betecknas parametrarna $q_x(t)$, $u_x(t)$ samt $M_x(t)$.

$$M_x(t) = \frac{D_x(t)}{R_x(t)} = \frac{\text{antal avlidna}}{\text{antal försäkrade}} \quad \begin{array}{l} x \text{ representerar ålder, } x=1,2,\dots, 100 \\ \text{med } t=1990,1991,\dots, 2005 \end{array}$$

där $D_x(t)$ är antalet avlidna x åringar vid tidpunkten t och $R_x(t)$ är antalet försäkrade x åringar vid tidpunkten t .

$$q_x = P(T_x \leq 1).$$

Låt livslängden T för en godtyckligt vald individ vara en icke-negativ stokastisk variabel med fördelningsfunktionen

$$F(x) = P(T \leq x), \quad x \geq 0$$

Täthetsfunktionen definieras genom

$$f(x) = F'(x), \quad x \geq 0$$

Dödlighetsintensiteten för individen, vid ålder x , definieras då som

$$\mu_x = \frac{f(x)}{1 - F(x)}.$$

Approximativa samband mellan parametrarna:

$$q_x \approx \frac{\mu_{x+\frac{1}{2}}}{1 + \frac{\mu_{x+\frac{1}{2}}}{2}}.$$

$$\mu_{x+\frac{1}{2}} \approx \frac{q_x}{1 - q_x/2}$$

$$\hat{\mu} = \frac{D}{R}.$$

2.2 Modeller för dödlighet

En Historisk överblick. Dödlighetsmodellens utveckling genom tiderna.

2.3 De Moivres modell

År 1729 föreslår De Moivre att sannolikheten för att överleva från födsel fram till åldern x kan uttryckas som en linjär funktion av åldern. Dödlighetsintensiteten beskrivs av modellen

$$\mu_x = \frac{1}{\omega - x} \quad 0 \leq x < \omega$$

där ω är den högsta möjliga åldern.

2.4 Gompertz modell

Benjamin Gompertz (1825) utvecklar den första modellen där man kan använda information som redan finns tillgänglig för dödligheter. Gompertz tog fasta på att (Gompertz inkluderar dock inte tidig barndom, ungdomsår eller väldigt höga åldrar) dödlighetsintensiteten ökar exponentiellt med åldern. Modellen beskrivs av

$$\mu_x = ae^{bx}$$

där a och b är obekanta parametrar.

Gompertz modell var väldigt pragmatisk. Han upptäckte lagen genom att studera överlevnadskurvor i livslängdstabellerna. Gompertz gav en psykologisk förklaring till denna modell, han menade på att en mans styrka att undvika döden blir sämre desto äldre man blir (till exempel om man är sjuk och gammal orkar man kanske inte kämpa för livet på samma sätt som när man är ung). Gompertz misslyckas dock med att fånga upp beteendet för dödligheter vid höga åldrar.

2.5 Makehams modell

År 1860 lägger Makeham märke till att Gompertz modell tenderar att överskatta dödlighetsintensiteten vid höga åldrar, Makeham lägger då till en konstant för att kunna korrigera denna ofullkomlighet. Konstanten α representerar risken att avlida från alla orsaker som inte är åldersberoende (Olsén 2005). Modellen anpassas till observerad data.

$$\mu_x = \alpha + \beta e^{\gamma x}$$

2.6 Weibullmodellen

Weibull föreslog en modell år 1951 som representerar misslyckandet i tekniska system för att utsättas av slitage. Modellen

$$\mu_x = ax^b$$

Weibull koncentrerar sig på fördelningen av tiden tills de mänskliga organen börjar försämrans, han antar att döden inträffar när den första försämringen sker, alltså motsvarar detta

dödligheten. Weibullmodellen har ofta använts för att representera livslängd hos komponenter och tekniska maskiner.

2.7 Modeller för alla åldrar (kort presentation)

Det finns ett antal modeller som har utvecklats till att gälla under hela livslängden. Eftersom dödlighet varierar på icke-linjär form med åldern, speciellt under barndomsåren och ungdomsåren. Dessa modeller är oftast mer komplicerade att anpassa. Men presenteras ändå i denna studie för att läsaren ska få en överblick på de olika modellerna för dödlighetsintensiteten.

År 1872 presenterar Thiele en modell för dödlighetsintensiteten som en funktion av tre komponenter, en relaterar till barndom, ålder 20-50, och äldre åldrar.

$$\text{Modell } \mu_x = A_1 \exp(-B_1 x) + A_2 \exp\left(-\frac{1}{2} B_2 (x-c)^2\right) + A_3 \exp(B_3 x)$$

Thieles hypotes är att det som orsakar dödlighet faller in i tre klasser (se ovan). Den andra termen användes till att modellera olycksfallspuckeln.

2.8 Lee-Carters modell

Lee-Carters modell utvecklades i USA år 1992, den används för att estimerade de framtida dödsriskerna. Modellen bygger på utjämning av risker i hög ålder. Modellen används i USA, och har använts till att prognostisera dödligheten i en mängd olika länder bland annat Chile, Japan och Australien.

För en anpassning av Lee-Cartermodellens parametrar krävs både den centrala dödskvoten och riskexponeringen (i princip antalet försäkrade) för individer. Dessa ska lämpligen delas upp i man och kvinna samt ålder. Vidare krävs att datamaterialet för dödligheten bör vara årsvis alltså inte i grupper och man antar att dödlighetsintensiteten μ_x ökar exponentiellt med ålder och att populationen är stabil inom varje åldersgrupp (det vill säga det sker inga förändringar inom samma åldersgrupp).

Den centrala dödskvoten (för att beräkna de centrala dödskvoterna används formeln för $M_x(t)$ i beteckningar) används sedan för att skatta parametrarna i Lee-Cartermodellen. Denna beskrivs av

$$\log M_x(t) = a_x + b_x k_t + \xi_{x,t} \quad \text{där } a_x = \left(\sum_{t=1}^T \ln M_x(t) \right) / T \quad t=1, 2, \dots, T \text{ och } x=1, 2, \dots, n.$$

Parametern a_x är en åldersberoende term oberoende av tiden, k_t är en tidsberoende parameter (k_t kallas även mortalitetsindexfaktorn), b_x är en åldersberoende term som mäter respektive ålders responshastighet i dödlighetsintensitet till förändring i mortalitetsindexfaktorn. Sista termen $\xi_{x,t}$ är en felterm med väntevärde 0 och varians σ_{ξ}^2 (reflekterar åldersspecifika komponenter som inte specificeras i modellen). Denna är oberoende av x och t .

Lee-Carters modell tar hänsyn till att dödlighetsintensiteten är beroende av ålder och av aktuellt kalenderår. Modellen antar att dödlighetsintensiteten över tiden drivs av enda tidsvarierande parameter det vill säga av mortalitetsindexfaktorn.

Lee-Carters modell är inte en kontinuerlig parametrisk modell som Makehamfamiljen och den logistiska familjen utan Lee-Carters modell antar ingen speciell form på dödlighetsintensiteten och kan betraktas som fördelningsfri.

Denna modell fångar även in trendningen av dödlighetsintensiteten. Dödlighetsestimeringen bygger på extrapolering det vill säga man tar hänsyn till information som redan finns för att kunna förutspå kommande dödlighet.

När det gäller bestånden från ett försäkringsbolag är dessa oftast litet för vissa åldrar. Det som kan göras för dessa åldrar är att interpolera det vill säga man lägger till lämpligt valda individer för att få ett bättre resultat. (Hur detta kan göras diskuteras i kap 4.8 Förslag till metodförbättring.)

Historisk data används för att skatta parametrarna a_x , b_x och k_t . Den årliga tidsförändringen k_t betraktas sedan som en stokastisk process och baserat på antagandet om att framtiden kommer att bete sig som historien projekteras förväntade framtida k_t värden.

Skattningarna av k_t och b_x är komplementära det vill säga det är produkten sinsemellan dessa som ger tidsförändringarna i den åldersspecifika dödligheten. När skattningarna av a_x , b_x och k_t är framtagna kan vi estimera den framtida dödlighetsintensiteten.

Enligt modellen delas förändringen av dödsriskernas ålders- och tidsberoende upp på två separata delar eller vektorer (faktorer i modellens 2:a term i höger ledet). Vektorn för tidseffekten k_t med $t=1, 2, \dots$ ger tidsförändringarna i de olika åldrarna, det vill säga att när b_x har skattats för varje ålder är det bara k_t som varierar när framskrivningen görs. Vektorn för ålderseffekten b_x med $x=1, 2, \dots$ antas avspegla nivåskillnader i dödlighetsutvecklingen i olika åldrar.

Skattningen sker med "singular value decomposition" (SVD) av ursprungsmatrisen av dödstal efter ålder och tid för män respektive kvinnor. Funktionen SVD faktoreriserar matrisen $r_x(t) = [\log M_x(t) - a_x]$ till produkten av tre matriser, dessa representerar ålderskomponenten, de singulära värdena samt tidskomponenten. De resterande vektorerna utgörs av residualerna. Det första singulära värdet och första vektorn i vardera två ortogonala matriser används för att skatta k_t respektive b_x . Detta görs under bivillkoren $\sum_t k_t = 0$ och $\sum_x b_x = 1$.

Beräkningen kan göras i Matlab och SAS med hjälp av subrutinen SVD. Parameterskattningarna stoppas sedan in i Lee-Carters modell för att få fram den skattade centrala dödskvoten över den valda perioden.

Skattningarna är oviktade, det vill säga det har inte gjorts något försök att kalibrera parametervärdena i relation till antalet dödsfall. Den oviktade skattningen kan göras under antagande om att modellens struktur är homogen i olika åldrar och på grund av att vi betraktar antalsdödlighet. Anledningen till att skattningarna är oviktade är att man då får en bättre förståelse av diskrepanserna som uppkommer när man arbetar med olika tidsperioder.

För att beräkna den framtida dödligheten extrapoleras tidsvektorn k_t . Detta kan ske med en ARIMA-modell. I denna studie har det valts en enklare variant, vi antar att utvecklingen är linjär. Då får vi den årliga tidsförändringen som skillnaden mellan högsta och lägsta värde i k_t -kurvan dividerat med antalet tidpunkter minus ett (lutningskoefficient). Relativa årliga förändringsfaktorer avsedda för extrapolation av dödstalen efter ålder får man genom att lutningen b_x viktas med åldersfaktorn.

Framskrivningen av dödligheten innebär att lutningskoefficienten b_x multipliceras med antalet år som prognostiseras. Av modellen framgår att de årliga förändringarna visar de relativa förändringarna av dödstalen. (Notera att förändringarna blir ungefär desamma för dödstalen som för motsvarande dödsrisker i föreliggande fall.)

I Lee-Cartermodellen tenderar man följaktligen att skapa en tabell bestående av utjämnade och trendade varianter av den observerade dödligheten. Trendestimeringen utnyttjar hela tidsserien av observationer från startåret till slutåret, vilket är en värdefull egenskap. Att direkt skriva fram dödligheten på samma sätt i 50 år är dock problematiskt. Särdrag som kännetecknar den senaste tidens utveckling måste först bedömas och värderas.

Vanligtvis används Lee-Cartermodellen på data som sträcker sig över mycket långa tidsperioder. I flera fall har hela 1900-talet används. Man bör ha i åtanke när modellen skattas att Lee-Cartermodellen kan komma att ge orimliga mönster på lång sikt. Detta gäller även för tidsintervall som är kortare än 25 år.

I början av 1900-talet gällde nedgången i dödligheten i stor utsträckning yngre individer och i slutet av århundradet skedde nedgången främst bland äldre, därför bör tillämpningen ske i slutet av 1900-talet.

Lee-Cartermodellen misslyckas att fånga in och projicera den senaste nedgången i åldersintervallet 20-39 år, detta på grund av att individer i dessa åldrar har en större benägenhet att råka ut för olyckor ta självmord och så vidare.

Lee-Carters modell tar inte heller hänsyn till trendbrott eller den epidemiologiska transitionen, utan den bygger väldigt mycket på långa trender som antages fortsätta. Koncentrationen läggs på det faktum att dödlighetsnedgången ständigt varit snabbare än vad man antagit i prognoserna. Detta tas som intäkt att samma typ av fel kommer att kvarstå även i framtiden. Dödlighetsnedgången antages fortsätta i oförändrad takt.

2.9 Alternativt sätt att skatta parametrarna i Lee-Carters modell

Maximum likelihood skattning

Denna metod tar hänsyn till att dödligheten varierar mer vid äldre åldrar (olika sorters sjukdomar bland äldre och så vidare), antalet döda kan ses som en räkneprocess och man kan då anta att antalet dödsfall $D_x(t)$ är Poissonfördelat. $R_x(t)$ representerar riskexponering (antalet försäkrade).

$D_x(t) \sim \text{Poisson}(R_x(t), M_x(t))$ där $M_x(t) = \exp(a_x + b_x k_t + \xi_{x,t})$ och parametrarna har samma bivillkor som när SVD (singulärvärdesfaktorisering) görs.

Nu skattas parametrarna med log-likelihood uttrycket:

$$L(a, b, k) = \sum_x^t \{D_x(t)(a_x + b_x k_t) - R_x(t) \exp(a_x + b_x k_t)\} + C \text{ där } (C = \text{konstant}).$$

Denna maximeras med avseende på a_x , b_x och k_t . Ett iterativt schema för bestämning av dessa parametrar beskrivs i Brouhns et.al (2002a).

3. Alternativa modeller för framskrivning av dödlighetsintensiteten

3.1 Heligman-Pollard modellen

Heligman-Pollard modellen (1980) tar hänsyn till hela individens livslängd. Denna modell har tre termer med åtta parametrar. Dödlighetsestimeringen bygger i detta fall till skillnad från Lee-Carters modell på interpolation (det vill säga man introducerar och lägger till värden för att få bättre resultat).

För anpassning av Heligman-Pollard modellen används den ettåriga dödsrisken q_x samt att $p_x = 1 - q_x$. Modellen som presenteras i *Applying mortality models to Japan* är:

$$q_x / p_x = A^{(x+B)^c} + De^{-E(\ln x + \ln F)^2} + GH^x$$

Kurvan är kontinuerlig och kan appliceras på hela åldersintervallet det vill säga $0 \leq x < \infty$. Parametrarna i denna modell representerar tidig barndomsdödlighet, olycksfallsdödlighet och ålderdomsdödlighet, den tredje parametern är den diskreta versionen av Gompertz Lag.

Olycksfallspuckeln finnes i alla populationer vanligen mellan åldrarna 10 och 40 år, denna representeras av den andra termen och har tre parametrar, F som indikerar lokalisering, E representerar spridningen, och D hårdheten. Termen c mäter hastigheten som barndomsdödligheten minskar med, desto högre värde på c desto snabbare minskar dödligheten med åldern. B är en åldersförskjutning för att kunna beräkna spädbarnsdödlighet.

Skattning av parametrarna i Heligman-Pollard modellen

Data som ska användas är dödligheter för olika åldrar och olika kön. Den centrala dödskvoten för olika åldrar och kön transformeras till q_x genom $q_x = 2m_x / (2 + m_x)$. När denna modell appliceras på livslängdstabellen skattas parametrarna genom att minimera kvadratsumman.

$$K = \sum_x^h (\hat{q}_x / \tilde{q}_x - 1)^2$$

där \hat{q}_x representerar anpassad dödlighet, \tilde{q}_x den observerade dödligheten och h representerar den högsta åldern.

Modellen ger osäkra skattningar vid låga åldrar och därför bör man välja att använda denna modell vid höga åldrar (beskrivning ges nedan).

För åldrar över 50 är de två först termerna försumbara, 99,9 procent av modellen förklaras av den tredje parametern. Därför kan modellen reduceras till

$$q_x / p_x = GH^x = H^{x-x_0}$$

Där $x_0 = -\ln G / \ln H$ representerar ålder där $q_x = 0,5$ el $q_x / p_x = 1$ (G representerar basnivån på ålderdomsdödligheten medens H reflekterar hastigheten som dödligheten ökar med), detta är en mätning av den högsta möjliga åldern. Tekniskt sätt representerar G ålderdomsdödlighet vid åldern noll.

För att projicera framtida dödlighetstrender med den förenklade versionen av Heligman-Pollard modellen, antas att H är konstant och att x_0 kommer att följa den nuvarande trenden. För att hitta den nuvarande trenden för x_0 minimeras kvadratsumman.

$$K = \sum \sum_{x=50}^{100} (\hat{q}_x / \tilde{q}_x - 1)^2$$

Där första summan summeras nu med livslängdstabellen åldern $x=100$ väljs utifrån hur mycket data man har tillgång till.

Datamaterial som används för att skatta dödlighet vid höga åldrar för år 2025 bör vara från 2000 för att undvika korrelationsproblem. Alltså antas det i denna modell att det inte sker någon förbättring för dödligheten vid tidig barndom respektive vid olycksdödsfall.

Eftersom G och H är konstanter kan q_x skrivas $q_x = ae^{bx}/(1 + ae^{bx})$, alltså följer q_x en logistisk funktion som ligger i intervallet 0 till 1.

Modellen kan även skrivas på formen $\text{logit}(q_x) = \ln(a) + bx$, genom att logaritmera uttrycket $q_x / p_x = GH^x = H^{x-x_0}$ kan man visa att i denna modell tenderar μ_x att ha en asymptotisk fördelning som ökar lineärt med åldern.

3.2 Den Logistiska modellen

Den Logistiska modellen är känd under ett flertal namn, den upptäcktes först av Perks (1932). Perks modifierade Gompertz kurvan (Gompertz kurvan antar att dödlighetsintensitet ökar exponentiellt med ålder) genom att använda sig av de tabulerade värdena på dödlighetsintensiteten μ_x och låta kurvan approximera dödlighetsintensiteten vid höga åldrar bättre och säkrare än Gombertz.

$$\mu_x = (c + ae^{bx}) / (1 + ae^{bx})$$

År 1963 utvecklar Beard Perks modell genom att ta hänsyn till att förändringarna i lutningen hos Gombertz kurvan kan bero på heterogenitet i dödlighetsrisken.

$$\mu_x = ae^{bx} / (1 + ae^{bx}).$$

Slutligen utvecklades det vi idag kallar den Logistiska modellen (Olsén 2005). Den Logistiska modellen är en generalisering av Makehams modell. Man kan se när man tittar på modellen att om man låter $\alpha=0$ så återfås Makeham modellen. När α är litet kan teorierna om varför μ_x ska följa en Logistisk modell även ge förklaring till varför Makeham och Gompertz funkar så bra över nästan hela åldersintervallet. Parametern a varierar från individ till individ på så sätt att parametern är gammafördelad vid födseln, och detta medför att det genomsnittliga värdet på μ_x för de individer som överlever till ålder x , kommer att ha en logistisk form (enligt nedan).

$$\mu_x = c + (ae^{bx}/(1+ae^{bx}))$$

Denna modell kan även beskrivas av den ettåriga dödsrisken q_x .

$$q_x = 1 - \exp(- (ae^{bx}/(1+ae^{bx}) + c))$$

Konstanten c representerar risken att avlida från alla orsaker som inte är åldersberoende. (c kallas även ibland för bakgrunds dödlighet). I denna modell läggs även stor vikt vid faktum att folk föds med olika grundförutsättningar.

Le Bras (1976) upptäckte att den logistiska funktionen även kan uppkomma om hälsa behandlas som en stokastisk process. Han antog att kohorten är homogen vid födsel, så att alla medlemmar i denna har samma hälso- tillstånd. Heterogenitet utvecklas sedan under livets gång, när individer flyttar från födelseorten.

Inom ett givet intervall finns det sannolikheter att en individ i ett givet tillstånd kommer att stanna där, flytta vidare till nästa tillstånd eller avlida. Trots att den logistiska modellen har andra antaganden visade det sig vid ett senare tillfälle att det Le Bras hade kommit fram till var samma modell som den logistiska.

3.3 Kannistos modell

Kannisto upptäckte att modern data för μ_x vid höga åldrar ligger väldigt nära en av de simplaste formerna av den logistiska modellen, med detta i åtanke skapade han sedan Kannistos modell.

Kannistos modell har sitt ursprung (enligt Olsén 2005) i observationen att en viss parametrisk funktion fungerade bra vid anpassning till empirisk dödlighet. Modellen är ett special fall av den logistiska modellen där $a=\alpha$.

$$\mu_x = c + (\alpha e^{bx} / (1 + \alpha e^{bx})) \quad (A)$$

Vid låga åldrar är skattningarna av μ_x snarlika de skattningarna som fås när man använder Makehams modell, men vid höga åldrar skiljer de sig åt på grund av att Kannistos modell har en begränsning vid $1+c$, vilket ej är fallet för Makeham modellen.

Tidigare studier (John Bongaarts 2004 No 192) som gjorts på svensk populationsdata (med den observerade och den anpassade estimerade dödlighetsintensiteten μ_x) bland kvinnor visar att, för svenska kvinnor i åldern 25-109 år 1850, 1950 samt 2000 är denna en bra modell. Modellen förklarar proportionen av variansen med 0,9994 år 1850, 0,9996 år 1950 och 0,9985 år 2000. Detta tyder på att denna modell borde passa bra till svensk populationsdata.

Men trots att Kannistos modell är lämplig ger denna inte en perfekt estimering. Det finns tendenser till en överskattning av dödligheten vid åldrarna 60 till 80, och underskattning för de allra högsta åldrarna.

För att analysera trender i dödligheten för äldre är det bra om man skiljer på ålderdomsdödlighet som ökar med åldern och bakgrunds dödlighet som ej varierar med åldern. Summan av dessa två parametrar ger den totala dödlighetsintensiteten.

$$\mu(x,t) = \mu_s(x,t) + \mu_b(x,t) \quad (B)$$

där

$\mu_s(x,t)$ = dödlighetsintensiteten för ålderdomsdödlighet.

$\mu_b(x,t)$ = dödlighetsintensiteten för bakgrunds dödlighet.

I Kannistos modell (A) representerar den första parametern $\mu_b(x,t)$, och den andra representeras av $\mu_s(x,t)$.

För att se hur dessa påverkar dödligheten ska dessa två dödlighetsintensiteter plottas var för sig i samma diagram. Studien som nämndes tidigare visar att ålderdomsdödligheten för kvinnor ökar lineärt från ålder 25 till 75, detta på grund av att nämnaren i (A) ligger nära ett. Vid höga åldrar är bakgrunds dödlighet liten i jämförelse med ålderdomsdödlighet och för moderna länder med hög förväntad livslängd är denna term försumbar (Sverige).

Trender för höga åldrar studeras med tidsserieanalys av parametrarna $\alpha(t)$, $b(t)$ och $c(t)$. Tidigare observationer (Gavrilov and Gavrilova 1991) visar att parametern $b(t)$ varierar väldigt lite och är nästan konstant över tiden för alla populationer. Denna iakttagelse leder till att ny projektions modell utvecklas, Shifting logistic model.

3.4 Shifting logistic model

Modellen antar att parametern $b(t)$ är fixerad över tiden för en population, denna modell är en variant av Kannistos modell. Dödlighetsintensiteten för ålderdomsdödligheten i standard modellen (A) ges då av

$$\mu_s(x,t) = (\alpha(t)e^{bx}/(1+\alpha(t)e^{bx})) \quad (C)$$

och den totala dödlighetsintensiteten ges av:

$$\mu(x,t) = (\alpha(t) e^{bx}/(1+\alpha(t)e^{bx})) + c(t) \quad (D)$$

I denna är endast $\alpha(t)$ och $c(t)$ tidsvarierande parametrar. Värdena på lutningsparametern b kan skilja mellan populationer och kan anta olika värden för män och kvinnor men den är konstant över tiden.

En förändring i ålderdomsdödlighet från $\mu_s(x, t_0)$ vid tid t_0 till $\mu_s(x,t)$ vid tiden t tolkas vanligtvis som en ökning eller minskning i dödlighetsintensiteterna. Formel (C) ger en alternativ och ovanlig beskrivning av förändringen i dödlighetsintensiteten. Istället för att tolka dödlighet som minskande eller fallande, kan man se på ålderdomsdödligheten som att den skiftar till högre eller lägre åldrar över tiden.

Denna tolkning är möjlig på grund av att (C) har en värdefull egenskap, åldersmönstret för dödlighetsintensiteten vid ålderdomsdödlighet $\mu_s(x,t)$ vid t är densamma som vid tiden t_0 förutom att funktionen kommer att skifta till högre (lägre) åldrar när ålderdomsdödligheten ökar (minskar). Formel (C) kan då skrivas

$$\mu_s(x,t) = (\alpha(t_0)e^{b(x-S(t))}/(1+\alpha(t_0)e^{b(x-S(t))})) \quad (E)$$

Alltså dödlighetsintensiteten vid ålder x vid år t är identisk med värdet vid ett tidigare år t_0 vid ålder $x-S(t)$, förutom runt värdet noll. Där $S(t)$ betecknar antalet skiftningar i år, som ändras upp eller ner i tidsintervallet t_0 till t . Ekvation (E) håller när $x > S(t)$, och $\mu_s(x,t) = 0$ för $x < S(t)$. Skiftningarna för Kannistos modell kan beskrivas av formeln

$$S(t) = -\ln(\alpha(t)/\alpha(t_0)) / b \quad (F)$$

Det vill säga förändringen av dödlighetsintensitet för ålderdomsdödligheten i intervallet t_0 till t kan beskrivas med (C) som en förändring i nivå parametern $\alpha(t_0)$ till $\alpha(t)$ eller så används (E).

För att förstå sig på den Shifting logistiska modellen introduceras den förväntade ålderomsdödlighet vid födsel:

$$e_s(t) = \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \int_0^a \mu_s(x,t) dx \right\} da \quad (G)$$

Denna representera genomsnittlig ålder för nyfödda med hänsyn till dödlighetsintensitet för ålderomsdödligheten $\mu_s(x,t)$, det antas även att det inte finns någon bakgrunds dödlighet och ingen ålderomsdödlighet vid låga åldrar.

Skiftningarna till högre eller lägre åldrar i dödlighetsintensiteten mellan t_0 och t är nära approximerade med förändringarna i den förväntade livslängden för äldre.

$S(t) \dot{\approx} e_s(t) - e_s(t_0)$ på grund av att $\mu_s(x,t)$ är väldigt liten när den är nära noll.

Det skiftande antagandet beskrivs av $\mu_s(x,t) = \mu_s(x - S(t), t_0)$ (H)

Den skiftande logistiska modellen ger alltid (H), men det skiftande antagandet kan även hålla när $\mu_s(x,t)$ inte följer en logistisk modell. Den skiftande logistiska modellen beskriver förändringar över tiden i åldersmönstret hos ålderomsdödligheten med endast en tidsvarierande parameter antingen med nivån $\alpha(t)$ eller med den skiftande parametern $S(t)$. Tidigare studier visar att den skiftande logistiska modellen ger en bra beskrivning av ålders mönster för de äldre.

Den skiftande logistiska modellen föreslår flera sätt för att kunna projektera åldersspecifika dödlighetsintensiteter. En av dessa är att man anpassar Kannistos modell med en fixerad lutningsparameter till historisk data, sedan tar man hänsyn till informationen man har för att ta fram de andra parametrarna. Detta görs i fyra steg.

1. Anpassa den ursprungliga Kannistos modell (A) till dödlighetsintensiteten under en vald period, perioden väljs sådan att den avslutas innan det året man tycker är lämpligt att börja projektera för framtiden. Detta ger tidsserier för var och en av parametrarna i modellen ($\alpha(t)$, $b(t)$ och $c(t)$).
2. Fixera värdet på lutningsparametern b till dess genomsnittliga värde och anpassa sedan modellen (D) till samma data. Tidsserierna för parametrarna $\alpha(t)$ och $c(t)$ skiljer sig inte mycket från de resultat som fås fram i steg 1.
3. Extrapolera nivå parametern $\alpha(t)$ och bakgrunds parameter $c(t)$ som fås i steg 2.
4. Konstruera framtid dödlighetsintensitet som logistiska kurvor med hjälp av (D) det vill säga $\log(c(t))$ och $\log(\alpha(t))$

Dessa fyra steg för projicering av framtida dödligheter ger tillfredställande resultat för populationer där Kannistos modell passar bra. Den skiftande modellen kan ej appliceras på åldrar under 25 år.

Modellen försäkras sig om att åldersstrukturen av ålderomsdödligheten förblir rimlig till skillnad från Lee-Cartermodellen som kan komma att ge orimliga mönster på lång sikt. Antagandet om att lutningsparametern b är konstant över tiden gör att komponenten $\mu_s(x,t)$ (ålderomsdödlighet) skiftar till högre eller lägre åldrar när dödligheten förbättras eller

försämras för äldre individer. Modellen tar även hänsyn till att förändringar i ålderdomsdödligheten är ett resultat av den uppskjutna dödligheten.

4. Resultat

4.1 Framskrivning av dödligheten

Som en utgångspunkt för antagandet om den framtida dödligheten har tagits de observerade dödsriskerna för de individer som varit försäkrade under perioden 1990-2005 och perioden 1998-2005.

Dödsriskerna för åren 2006-2050 fås genom att dödsriskerna årligen reduceras med hjälp av prognoser som Statistiska centralbyrån har tagit fram för tjänstemän i olika åldrar, trots att denna studie baserar sig på försäkringsdata kan man använda dessa årliga reduktioner för att göra en prognos om framtid dödlighet, eftersom de försäkrade i beståndet (KTP) är tjänstemän.

För arbetarna (KAP) används samma förfarande men för dessa har vi valt att använda de årliga reduktionerna för befolkningen. Detta kan göras eftersom arbetarna utgör en stor del av befolkningen.

För män i åldrarna 45 år och yngre antas dödsrisken minska med två procent årligen medan reduktionen av dödlighet årligen antas vara något större i åldrarna upp till 70 år (2,25 procent) för att sedan successivt avta i högre åldrar. Reduktionen av dödsriskerna motsvarar i stort den trend som kunnat iakttas under 1990-talet. Denna reduktion av dödsriskerna antas fortgå ända fram till 2015.

För kvinnor antas att dödsriskerna reduceras på ungefär samma sätt som för män över tiden (2006-2015). I åldrarna 0-49 år minskar dödsriskerna med två procent årligen. För åldrarna upp till 83 år nedgången endast 1,4 procent.

En av anledningarna är en ökad andel dagligrökare. Dessutom är nedgången i hjärt- och kärlsjukdomar numera något svagare för kvinnor och har inte heller riktigt samma tyngd, dödligheten har minskat i denna dödsorsak under mycket lång tid. I åldrarna över 85 år är nedgången lägre. Även för kvinnor behålls nedgångsnivån konstant fram till 2015.

Eftersom den årliga reduktionen för 0-45 åriga män och kvinnor under perioden 2006-2015 är två procent multipliceras dödsrisken för år 2005 med 0,98 i dessa åldrar för att få dödsrisken för år 2006. Dödsrisken 2007 fås genom att multiplicera dödsrisken 2006 med 0,98 etcetera (kedjemultiplikation). Den årliga reduktionen är sedan olika för olika åldrar.

Under övergångsåren 2015-2019 och 2035-2039 interpoleras reduktionstalen linjärt. Detta görs eftersom det inte finns tillgängliga prognoser för övergångsperioden. Dessa antaganden tillämpas sedan även för att göra en framskrivning i Makehams modell. Denna beskrivs nedan.

Under åren 2005-2050 sker en tydlig reduktion i dödsriskerna, detta gäller för både män och kvinnor. Däremot om man ser till hela åldersintervallet 28-100 minskar dödsriskerna för kvinnorna något mer under åren, det är enbart vid vissa åldrar som männen har en högre reduktion. Dödsriskerna reduceras mer för de lägre åldrarna för att sedan avta i högre åldrar. Ser man till exempel på den observerade dödsrisken för 28 åriga kvinnor år 2005 kommer denna att ha minskat med 44 % år 2050, medans för männen har samma reduktion skett vid ålder 35. För de kvinnliga 65 åringarna har dödsrisken minskat med 33 % över åren 2005-2050, för män i samma ålder har dödsrisken minskat med 48 %. För 100 åringar har reduktionen varit mindre, för kvinnor är denna med enbart 5 % och för männen med 3 %.

Dödsriskerna är lägre för kvinnor över nästan hela åldersintervallet under perioden 2005-2050, för de högre åldrarna har kvinnorna däremot högre dödsrisker. Detta kan bero på att det finns för få observationer vid dessa åldrar för att kunna dra en vettig slutsats.

4.2 Makehams modell

För att uppnå en mer utjämnad skattning av dödligheten anpassas Makeham funktionen till observerad dödlighet. Detta görs genom att man skattar parametrarna i Makeham funktionen. När försäkringsdata studeras är metoden mindre lämplig för åldrarna under 20 eftersom anpassningen är mindre bra för dessa åldrar.

Konstanten α representerar risken att avlida från alla orsaker som inte är åldersberoende. Vid höga åldrar är det åldern som dominerar orsaken till dödsrisken. Modellen anpassas till observerad data.

$$\mu_x = \alpha + \beta e^{\gamma x}$$

Parametrarna α , β och γ skattas med den modifierade χ^2 – metoden (se bilaga 7). Dödsriskerna skattas med avseende på åren 1990-2005, för att sedan kunna skrivas fram till år 2006.

Sedan fås dödsriskerna fram till år 2050 på samma sätt som beskrivs ovan. Analysen gjordes för både män och kvinnor. När trender estimeras är det vanligt att man antar att dödlighetsförbättringar fortgår på samma sätt som tidigare år, detta antagande görs även i denna studie.

För att få en överblick över hur snabbt dödsriskerna minskar presenteras resultat för män i åldrarna 35, 54, 64, 74, 84, och 93. Kvinnor i åldrarna 35, 50, 60, 75, 80, 90, 95 och 100 (se diagram 1-6 bilaga 1). Anledningen till att dessa åldrar valdes är att de representerar övergångarna där de årliga reduktionerna leder till en klar minskning över åren. Resultatets tillförlitlighet beror på både tidshorisonten och vilka åldrar som betraktas. För dem som är unga idag är prognosen relativt säker en lång tid framåt.

För samtliga åldrar underskattar Makeham den skattade dödligheten från försäkringsdata lite grann men modellen ger ändå en bra anpassning. Det är ett välkänt faktum att den försäkrades dödlighet skiljer sig från populationsdödligheten och därför kan man inte heller vänta sig att dessa olika studier kommer att ge samma slutsatser. De observerade dödsriskerna samt Makehams skattning ger dock likvärdiga slutsatser när de projiceras fram till år 2050.

Vid jämförelse av olika åldrar när trenderna estimeras visar det sig att dödlighetsförbättringen kommer att fortgå ända fram tills år 2050. För åren 2006-2050 kommer dödsrisken att öka med växande ålder (precis som vid tidigare år). Däremot kommer dödsrisken sjunka för varje år och ålder desto längre fram i tiden som projiceringen görs. Detta kommer att leda till att antalet ålderspensionärer kommer att öka fram till år 2050. Försäkringsbolagen kommer att få betala ut fler pensioner under en längre tid, än vad man räknar med i dagens läge.

4.3 Resultat med avdelning II

För Avdelning II används samma förfarande som för Avdelning I vid framskrivning av den observerade dödligheten samt vid anpassning av Makehams modell. Eftersom denna studie i första hand koncentrerar sig på Avdelning I väljs det för Avdelning II enbart att visa resultat från några utvalda åldrar.

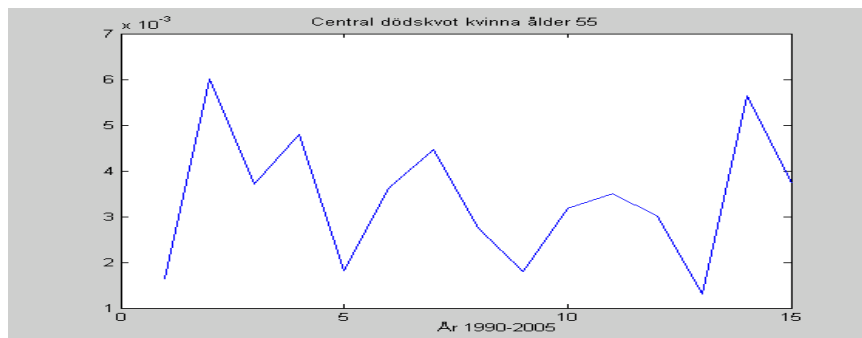
Framskrivningen från år 2005 till 2050 visar hur dödsriskerna för arbetarna kommer att minska över åren. När sedan Makehams modell anpassas och skrivs fram ger denna underskattning samt överskattning för olika åldrar (diagrammen har valts för att visa de olika resultaten).

En jämförelse mellan avdelningarna görs sedan över hela perioden, jämförelsen görs även enbart för år 2005. Båda jämförelserna visar att arbetarna har högre dödsrisk än tjänstemännen, detta beror på att tjänstemännen har bättre och hälsosammare levnadsstil än arbetare. För 48 åriga män och 60 åriga kvinnor blir det en tydlig skillnad mellan arbetare och tjänstemän. Arbetarna har nästan en dubbelt så hög dödsrisk.

4.4 Förändringar under 1990-2005 med Lee-Carters modell

De åldrarna som har tillräckligt material över åren i KPs bestånd är från åldern 55 till 87. Dessa åldrar väljs för att slutsatserna ska bli mer tillförlitliga. De observerade centrala dödskvoterna skattas för perioden 1990-2005, det visar sig att de varierar mycket för varje år för åldrarna 55-87.

Eftersom det finns få observationer för vissa åldrar blir det svårt att bilda sig en uppfattning om hur den observerade dödligheten kommer att förändra sig i framtiden. Från ett år till ett annat ökar de centrala dödskvoterna och sedan avtar de och så vidare, detta mönster ses tydligt i nedanstående diagram. Åldern 55 har valts att visas, det är nämligen lika mycket variation i flera åldrar över åren.



För att undvika denna variation kan man välja att gruppera ihop de åldrarna som det saknas material för, men man måste då ha i åtanke att om man grupperar så kommer vi att missa viktig information som kan finnas för olika åldrar, när vi grupperar dessa finns det risk att vi tappar en hel del. Vi har valt att inte gruppera eftersom det valda intervallet just täcker pensionsåldern som är det intressanta för försäkringsbolaget.

Parametrarna k_t och b_x skattas i Matlab med singularvärdesfaktorisering (enligt Lee-Cartermodellens beskrivning).

Den åldersspecifika genomsnittliga dödlighetsnivån a_x ökar med åldern för både män och kvinnor den är dock något lägre för kvinnor (se bilaga 2 diagram 7-8). Koefficienterna b_x beskriver hur dödligheten vid ålder x ändras när mortalitetsindex k_t förändras.

För kvinnor i åldrarna 55-68, 82-84 och 87 fås ett högt värde på b_x , detta innebär att dödlighetsintensiteten varierar mycket när mortalitetsindex förändras (se tabell bilaga 3). För åldrarna 69-81, 85 och 87 är värdet däremot litet, det vill säga dödligheten varierar lite när mortalitetsindex ändras.

Det bör noteras att Lee-Cartermodellen antar att alla centrala dödskvoterna rör sig upp eller ned tillsammans, men rörelserna behöver inte nödvändigtvis vara lika stora eftersom de centrala dödskvoterna är drivna av samma mortalitetsindex under den valda perioden.

I princip behöver inte alla b_x ha samma tecken, i vissa fall kan det ske att de rör sig åt motsatta håll. I praktiken när modellen anpassas över längre tidsperioder har b_x samma tecken, men i denna studie har data enbart varit tillgänglig över 15 år, vilket innebär att det då kan finnas b_x med olika tecken. (Se tabell bilaga 3).

Mortalitetsindex för åren 1990-2005 varierar under hela perioden, men visar sig följa 1990-talets trend och blir lägre med åren för både män och kvinnor (se diagram 9 & 10 bilaga 2). För kvinnor faller mortalitetsindex snabbare än för män fram till periodens mitt, för männen sker det en kraftig ökning vid periodens mitt, för att sedan bli lägre i slutet av perioden.

För att få en överblick hur de centrala dödskvoterna kommer att förändras under denna period väljs olika åldrar för att illustrera detta (se diagram 1-6 bilaga 2). Anledningen till att just dessa åldrar valts har att göra med osäkerheten i datainsamlingsfasen, och de valda åldrar är just de som verkar mest tillförlitliga i denna studie.

Dödsrisken ökar desto äldre man blir (se diagram 1-6 bilaga 2). De valda åldrarna är relativt stabila över åren, det sker inga stora förändringen i de centrala dödskvoterna detta kan bero på att den observerade dödligheten är så ostabil och detta leder då till osäkra skattningar i modellen. En tydlig förändring syns för män i åldrarna 55, 56, 57, 58, 60, 63 och 66, där betar sig dödsriskerna som väntat, de går ned med åren.

Däremot för män i åldern 70, 71 och 74 (se bilaga 2 diagram 4) ökar dödsriskerna mot slutet av perioden. Detta kan bero på att män i denna ålder tenderar att få olika sorters sjukdomar beroende på vilken levnadsstil dessa har haft.

Vid en jämförelse av dödsrisker för män och kvinnor är dödsriskerna högre för männen under hela perioden 1990-2005.

4.5 Förändringar under 2005-2050 med Lee-Carters modell

För projiceringen av de centrala dödskvoterna används alla åldrarna från 55-87 (se bilaga 4 diagram 1-6), för att se hur dessa förändras över tiden. De skattade centrala dödskvoterna projiceras fram från år 2005 till år 2050.

För mortalitetsindex väljer vi att visa perioden 2015-2050. (Se bilaga 2 diagram 11 & 12.) Detta eftersom under perioden 2005-2015 kommer inte utvecklingen att skilja sig så mycket från perioden 1990-2005.

I början av perioden 2015-2050 sker en ökning för kvinnor och män, ökningen är dock högre för kvinnor. Mortalitetsindexfaktorn har fortfarande stor variation (mer för kvinnor än för män) och den sjunker drastiskt för både kvinnor och män under slutet av perioden 2015-2050. Efter år 2050 kan man vänta sig att trenderna i dödligheten kommer att stabilisera sig mer och mer, eftersom vår levnadsstil inte förväntas ändra sig så mycket mer än den redan har gjort.

Det visar sig bli en tydlig förändring i de centrala dödskvoterna för både män och kvinnor. De centrala dödskvoterna följer tydligt trenden att dödligheten över alla år och åldrar blir lägre, även dessa kommer att stabilisera sig mer och mer vid periodens slut.

Under åren 2005-2050 är reduceringen för dödsriskerna i åldern 55-80 större för män än för kvinnor. För kvinnor i åldern 55 har dödsrisken reducerats med 33 % medans för männen är reduceringen av dödsrisken 48 %. För åldern 85-87 reduceras dödsriskerna något mer för kvinnor än för män. För 87 åringarna är reduceringen på 23 % för kvinnor och på 22 % för männen. Trots att reduceringen är större för männen är deras dödsrisker över åren 2005-2050 fortfarande högre än kvinnornas.

4.6 Jämförelse av försäkringsbolagets skattade dödlighet, Lee-Carters modell skattad med försäkringsbolagets dödlighet samt Lee-Cartermodellen skattad med befolkningen över åren 2005-2050

Vid en jämförelse av Lee-Cartermodellen med befolkningen och försäkringsbolagets skattade dödlighet visar denna studie hur pass svårt det är att skatta parametrarna i Lee-Cartermodellen när man använder bolagsdata eftersom många åldersgrupper saknas i dataunderlaget.

Däremot har man i denna studie försökt koncentrera sig på de åldrar som det faktiskt finns tillräckligt material för, åldersgruppen 55-87. Trots denna inskränkning är det svårt att få en bra anpassning till försäkringsbolagets skattade dödlighet, och man blir tvungen att välja ut vissa åldrar för att kunna dra en vettig slutsats (se diagram 1-8 bilaga 5). Bolagsdata som används är för Avdelning I, det vill säga KTP- pension (Kooperationens tilläggs pension) denna omfattar tjänstemän anställda i företag som är anslutna till KP.

Jämförelserna visar att projicering av befolkningen skattad med Lee-Cartermodellen ligger över skattningen av Lee-Cartermodellen utförd på bolagsdata, detta gäller för både män (dock ej under hela perioden för åldrarna 62 och 65 se kommentar nedan) och kvinnor. Detta torde vara rimligt eftersom det har visat sig från tidigare studier att tjänstemän har hälsosammare liv och att de därmed har en längre förväntat livslängd än ”den vanliga befolkningen”.

Befolkningen, den skattade dödligheten och Lee-Cartermodellen visar sig följa den fortgående trenden, dödligheten minskar ju längre fram i tiden vi kommer. De försäkrade och befolkningen förväntas ha bättre hälsa tack vare utvecklingen som sker och förväntas fortgå inom medicinen.

För kvinnor väljs åldrarna 58, 62, 64, 65, 82, 85 och 86 samt för männen väljs att studera åldrarna 58, 62, 63, 65, 80, 85 och 86 ur den totala åldersgruppen. Dessa har valts för att få förståelse över hur olika åldrar ger helt skilda resultat och slutsatser när Lee-Carters modell anpassas till bolagsdata.

För kvinnor med åldern 58 visar det sig att Lee-Cartermodellen skattad med försäkringsdata ger en överskattning av försäkringsbolagets skattade dödlighet, medans för ålder 62 fås en

bättre anpassning, men inte tillräckligt bra, Lee-Cartermodellen ger istället en underskattning. För åldrarna 64 och 86 ger Lee-Carter modellen däremot en god anpassning.

För ålder 86 ses även att Lee-Cartermodellen skattad med befolkningen har ca 90 % högre dödsrisk i jämförelse med försäkringsbolagets skattade dödlighet samt med Lee-Cartermodellens skattning av beståndets dödlighet. Det beror på att det finns fler 86-åringar som dör i befolkningen än 86-åringar som har varit tjänstemän och varit försäkrade. Samma resultat fås för 87-åringar, detta tyder på att Lee-Cartermodellen ger en bättre anpassning vid högre åldrar, men eftersom endast åldersintervallet 55-87 har använts finns det inget som styrker detta antagande.

För män i åldern 62 och 65 ger Lee-Cartermodellen skattad med försäkringsdata i början av perioden en lägre central- dödskvot än Lee-Cartermodellen skattad med befolkningen, vid periodens mitt är dessa lika stora och vid slutet av perioden är den centrala dödskvoten högre för Lee-Cartermodellen skattad med försäkringsdata.

Resultatet som fås med Lee-Cartermodellen skattad med försäkringsdata tyder på att de försäkrade 62 och 65-åringarna inte skiljer sig mycket från 62 och 65-åringar från befolkningen. Men detta resultat ska man inte lägga stor vikt vid eftersom Lee-Carters modell inte ger en bra anpassning till försäkringsbolagets skattade dödligheten för dessa åldrar.

För männen börjar anpassningen av Lee-Cartermodellen bli bättre vid ålder 80 och 85 fortsätter man sedan till ålder 86 blir anpassningen väldigt bra, detta tyder återigen på att Lee-Cartermodellen ger en bättre anpassning vid högre åldrar. För 86-åringarna gäller att dödsrisken för befolkningen skattad med Lee-Carter modellen är ca dubbelt så stor i jämförelse med försäkringsbolagets skattade dödlighet samt Lee-Cartermodellen skattad med försäkringsdata. (De resterande åldrarna som inte nämnts ger samma slutsatser som för kvinnor).

4.7 Konfidensintervallmetoden

Konfidensintervall beräknas för att kunna dra slutsatser över vilka av de utförda modellanpassningarna som är acceptabla.

Konfidensintervallet talar om hur mycket medelvärdet avviker från det sanna medelvärdet (eller egentligen hur sannolikt det är att finna den bakomliggande försäkrade populationens verkliga medelvärde inom ett visst intervall från medelvärdet i ett stickprov), man skulle kunna säga att konfidensintervallet är ett mått på osäkerheten slumpen bidrar med när det man försöker skatta är den bakomliggande försäkrade populationens medelvärde.

För år 2005 beräknas övre och nedre konfidensintervall med en konfidensgrad på 95 % detta görs för den observerade dödligheten (åldrarna 35-100 för män, och kvinnor i åldrarna 28-100 se diagram 1-2 bilaga 6), Lee-Carter modellen (åldrarna 55-87 för män och kvinnor se diagram 5-6 bilaga 6) samt Makeham modellen (åldrarna 35-100 för män och kvinnor i åldrarna 28-100 se diagram 3-4 bilaga 6). Sedan görs en jämförelse av respektive modell med den observerade dödligheten för att få svaret på om modellanpassningarna är acceptabla eller ej.

Konfidensintervallen beräknas med nedanstående formel.

$$I_{\mu_x} = M(x - h, x + h) \cdot (1 \pm \lambda_{1-\alpha/2} / \sqrt{D(x - h, x + h)})$$

Där $M_x(t)$ är den centrala dödskvoten för ålder x och kalenderår t .
 $D_x(t)$ är antalet avlidna med ålder x och kalenderår t .

Resultat vid jämförelse

Makehams modell (diagram 7-10 bilaga 6)

Konfidensintervallen för Makehammodellen börjar bli breda vid höga åldrar för män, men för åldern 90 till 96 ligger det nedre konfidensintervallet för den observerade dödligheten väldigt nära konfidensintervallet som skattats med Makeham.

För kvinnor ser det däremot annorlunda ut, de observerade dödligheterna ligger nära Makeham skattningen nästan över hela det valda åldersintervallet, dock ej vid de allra högsta åldrarna 97-100, men ger en bra anpassning.

Lee-Carters modell (diagram 11-14 bilaga 6)

Konfidensintervallen med Lee-Cartermodellen ger en bra anpassning för män i åldrarna 55-70, sedan blir anpassningen sämre för de allra högsta åldrarna. Notera att detta resultat skiljer sig när Lee-Cartermodellen och försäkringsbolagets skattade dödlighet har projiceras fram.

För kvinnor blir konfidensintervallen breda redan vid ålder 64, alltså ingen bra anpassning för kvinnor.

4.8 Förslag till Metodförbättring

Resultaten i denna studie är inte helt tillförlitligt eftersom det är för få individer samt att det saknas individer i olika åldersgrupper, det som kan göras för dessa åldrar är att interpolera det vill säga man lägger till individer för att få ett bättre resultat. Men det är lättare sagt än gjort, det är nämligen så att man kan inte bara lägga till individer med samma åldrar och kön, utan det man bör göra är att lägga till såkallade tvillingsjälär.

Detta innebär att man söker efter identiska själar från befolkningen eller från ett annat försäkringsbolag, dessa individer ska ha samma levnadsstil och samma levnadsstandard som individerna det saknas datamaterial för. Det är väldigt tidskrävande att göra detta, det kan ta månader att hitta alla tvillingsjälär, men bör göras om man vill ha ett mer tillförlitligt resultat.

För de högre åldrarna förekommer individer som har avlidit men räknas trots detta som försäkrade (eftersom det betalas ut efterlevandepension till anhöriga), man bör nog fundera på om dessa ska vara med och i sådant fall ska de kanske räknas som avlidna och inte försäkrade. Eftersom det givna datamaterialet endast innehöll individernas personnummer, var det omöjligt att se vilka individer detta gällde. Utan man ska ta bort dessa redan under insamlingsfasen för att det ska bli korrekt.

5. Bilagor

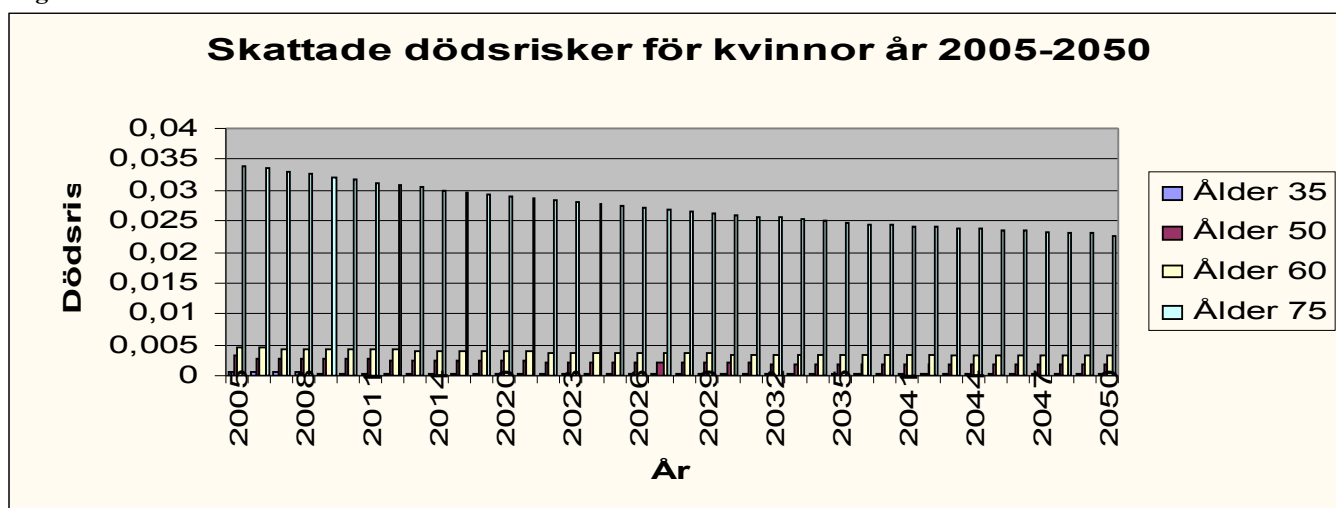
5.1 Bilaga 1: Resultat med Makehams modell.

Årlig reduktion av dödsriskerna i procent (enligt Statistiska centralbyrån)

Kvinnor: Ålder	2006-2015	2019-2035	2039-2050
35	-2,00	-1,50	-1,00
50	-1,90	-1,43	-0,95
60	-1,40	-1,05	-0,70
75	-1,40	-1,05	-0,70
85	-1,20	-0,90	-0,60
90	-0,50	-0,38	-0,25
95	-0,34	-0,26	-0,18
100	-0,18	-0,14	-0,09

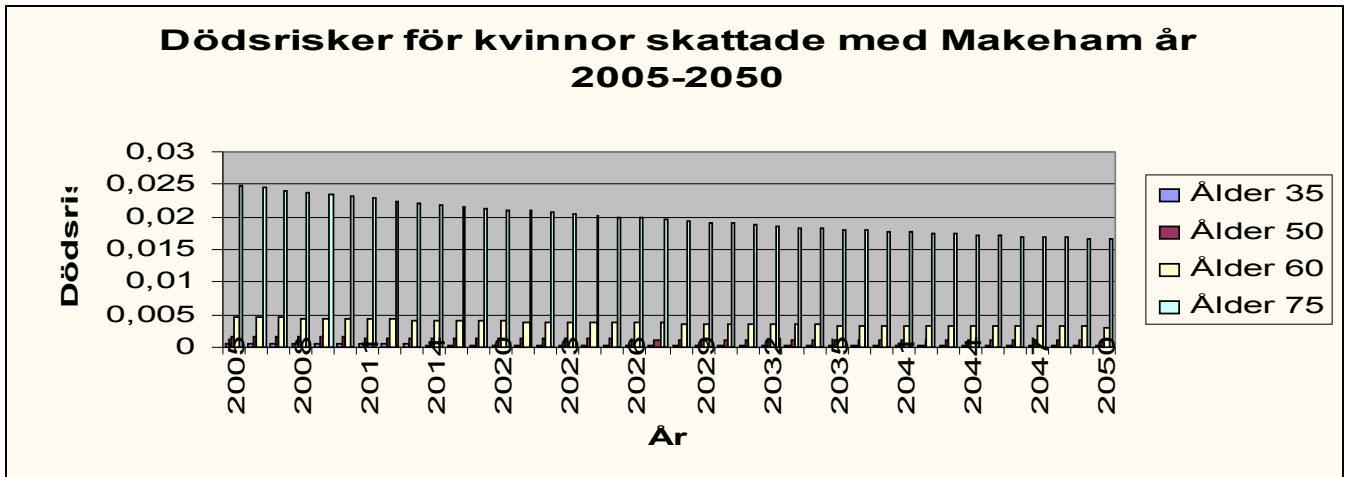
Skattade dödsrisker samt dödsrisker skattade med Makehams modell för åldrarna 35, 50, 60, 75.

Diagram 1



Parameterskattning Makehams modell	Kvinnor	$\alpha=$ 0,000226622	$\beta=$ 4,79244E-06	$\gamma=$ 0,1139
---	----------------	--------------------------	-------------------------	---------------------

Diagram 2



Observerade dödsrisker samt dödsrisker skattade med Makehams modell för åldrarna 85, 90, 95 och 100.

Diagram 3

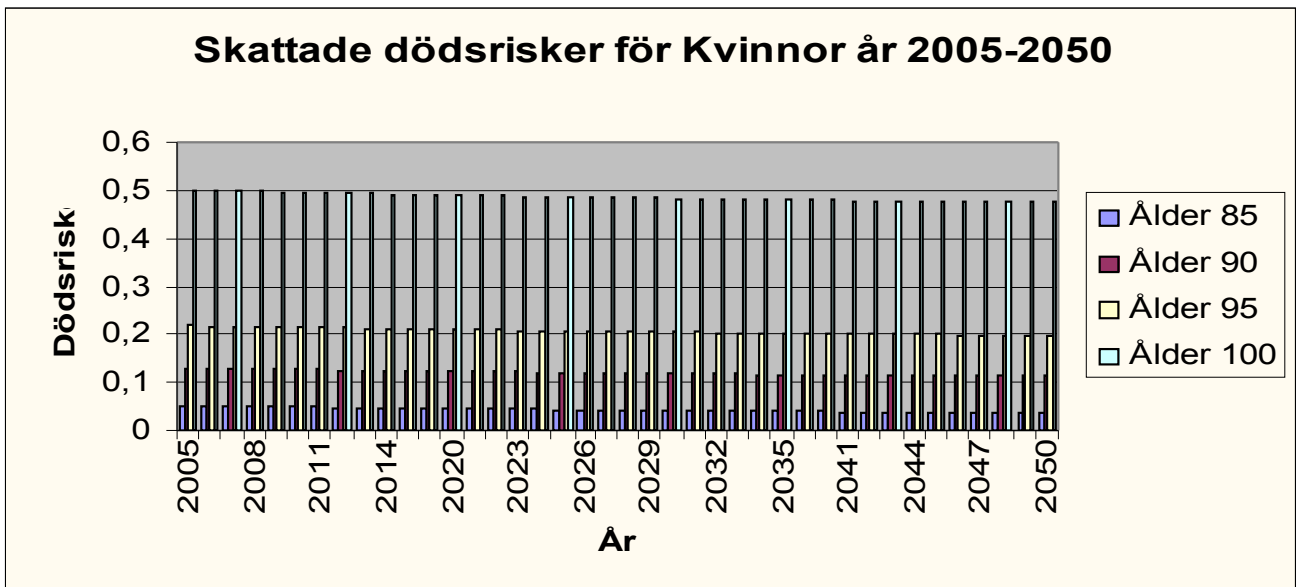
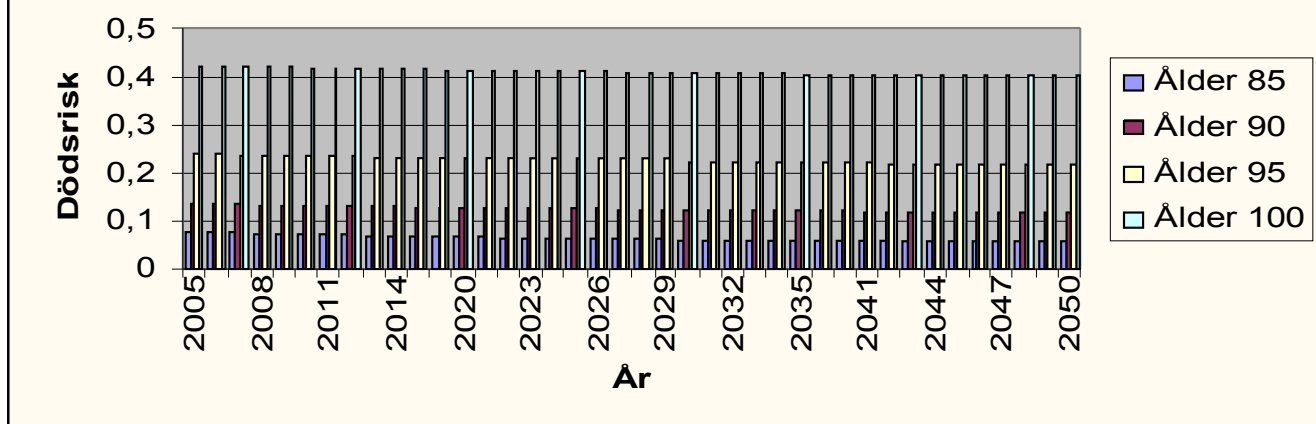


Diagram 4

Dödsrisker för kvinnor skattade med Makeham år 2005-2050

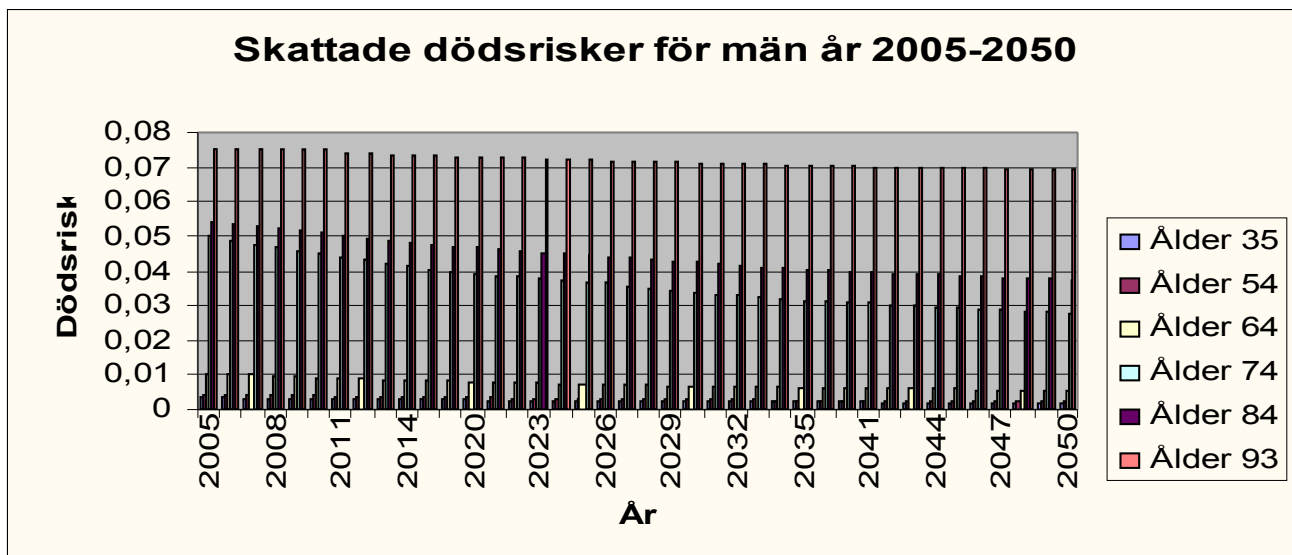


Årlig reduktion av dödsriskerna i procent (enligt Statistiska centralbyrån)

Män: Ålder	2006-2015	2019-2035	2039-2050
35	-2,00	-1,50	-1,00
54	-2,25	-1,69	-1,13
64	-2,25	-1,69	-1,13
74	-2,00	-1,50	-1,00
84	-1,29	-0,97	-0,65
93	-0,31	-0,23	-0,15

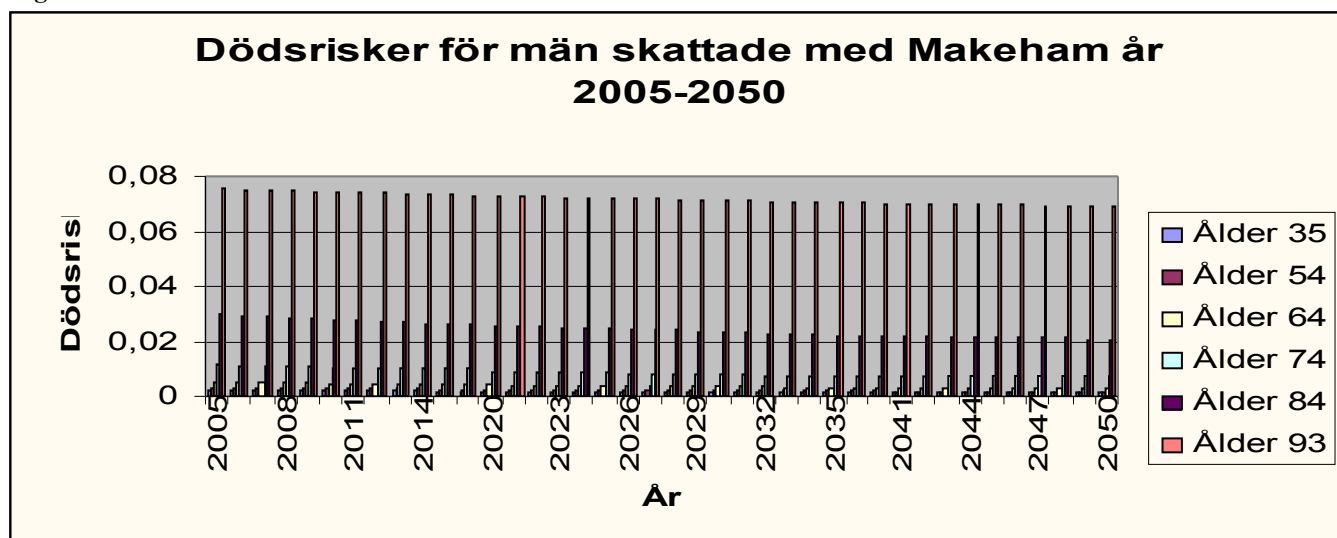
Observerade dödsrisker samt dödsrisker skattade med Makehams modell för åldrarna 35, 54, 64, 74, 84 och 93.

Diagram 5



Parameterskattnin g Makehams modell	Män	$\alpha =$ 0,002063927	$\beta =$ 3,1017E-06	$\gamma =$ 0,1083
---	-----	---------------------------	-------------------------	----------------------

Diagram 6



5.2 Bilaga 2: Resultat med Lee-Carter modellen år 1990-2005.

Skattade centrala dödskvoter för män och kvinnor år 1990-2005.

Diagram 1: Kvinnor ålder 55, 56, 57, 60, 61, 63, 65
ordning:

Diagram 2: Män 55, 56, 57, 58, 60, 63, 66 stigande

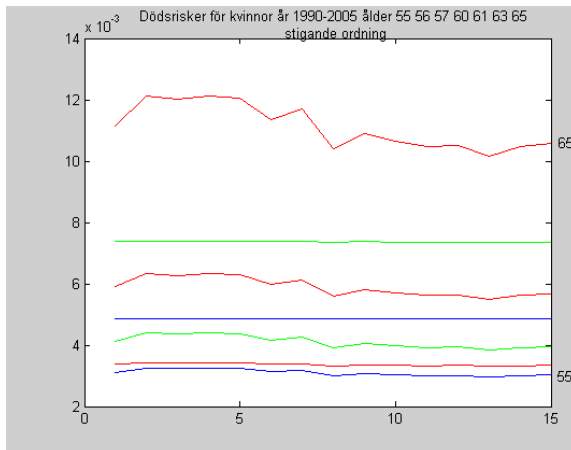


Diagram 3: Kvinnor ålder 67, 68, 69, 71, 74, 76

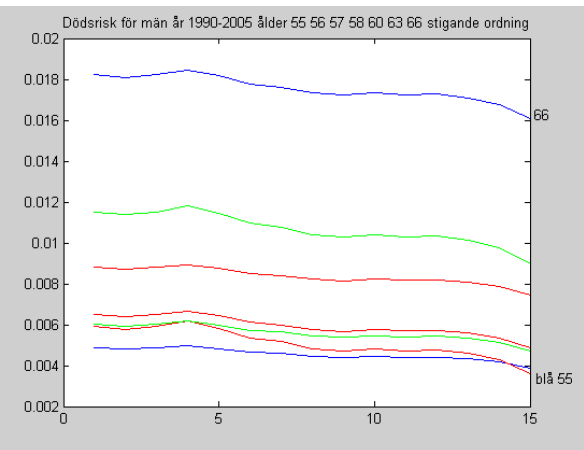


Diagram 4: Män ålder 67, 68, 69, 70, 71, 74, 76

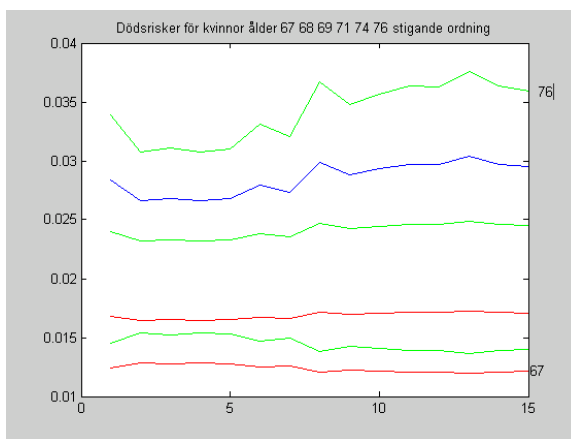


Diagram 5: Kvinnor ålder 79, 80, 81, 82, 83, 84, 87

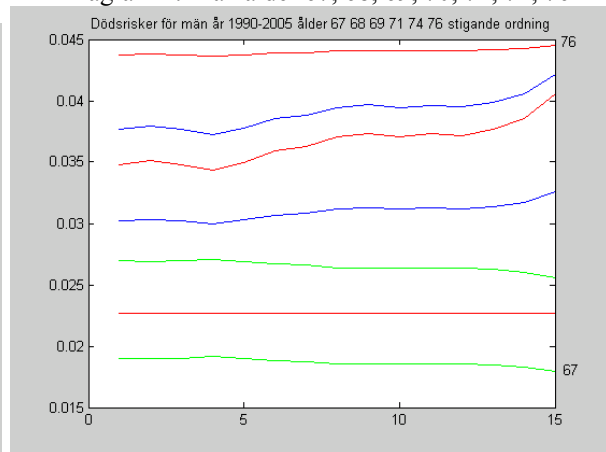
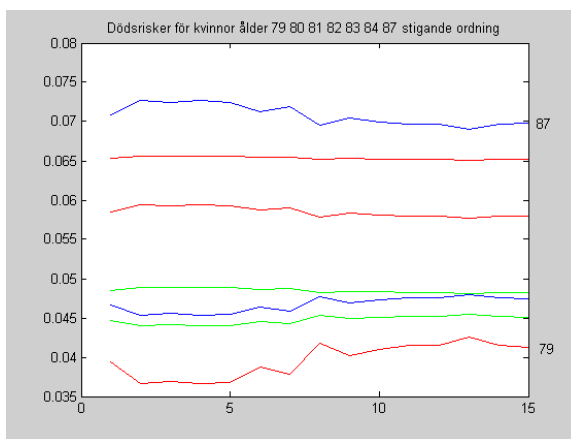


Diagram 6: Män ålder 79, 80, 82, 84, 85, 87.



Åldersspecifika genomsnittliga dödlighetsnivån a_x för åren 1990- 2005 & ålder 55-87:

Diagram 7: Kvinnor

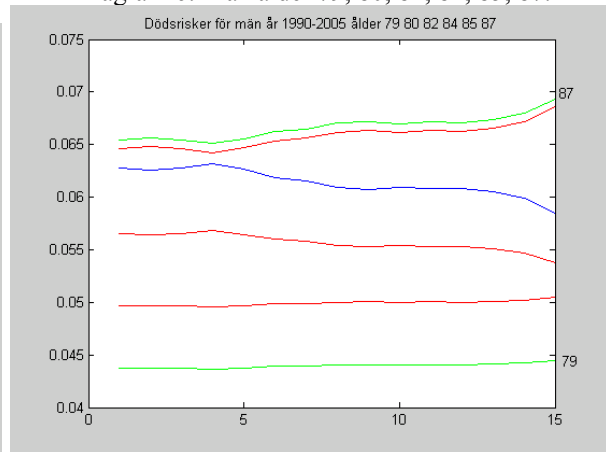
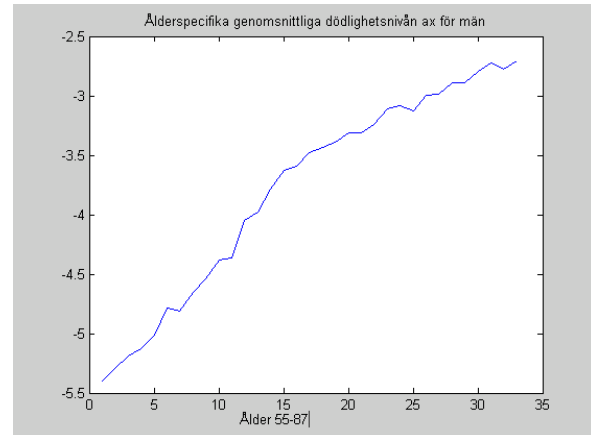
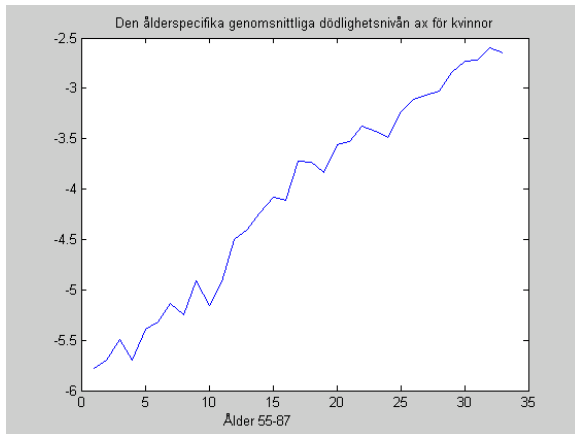


Diagram 8: Män



Mortalitetsindex k_t för åren 1990- 2005:

Diagram 9: Kvinnor

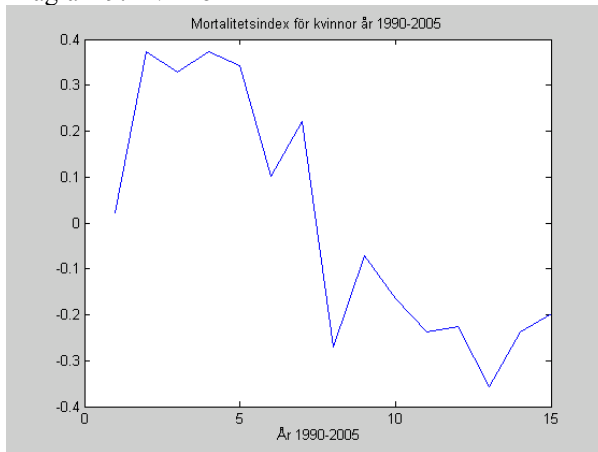
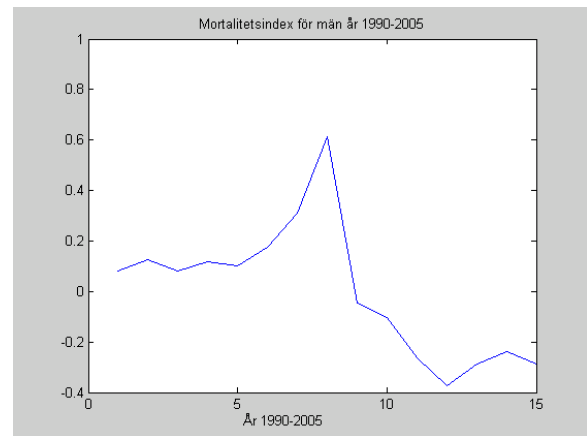


Diagram 10: Män



Mortalitetsindex för åren 2015-2050

Diagram 11: Män

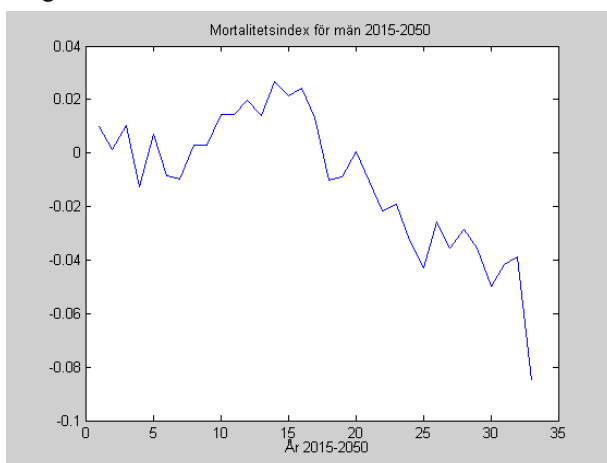
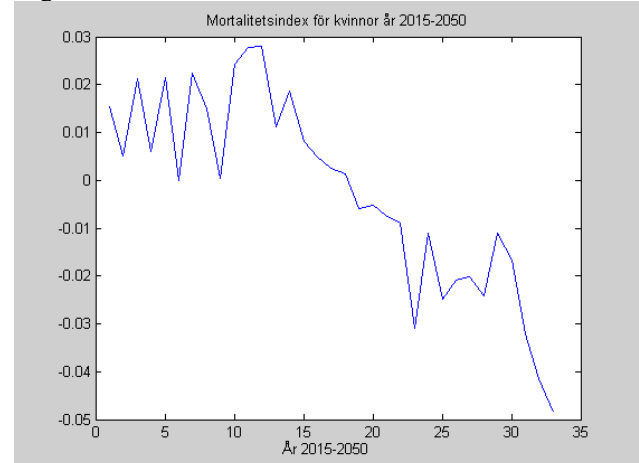


Diagram 12: Kvinnor



5.3 Bilaga 3 Tabeller: Lee-Carter modellens skattningar.

Bilaga 3 tabeller:

Kvinna: Resultat från SVD Det första singulära värdet 4,1289 och första vektorn från tidskomponent matrisen för åren **1990-2005**.

x	a_x	b_x	k_t
55	- 5,7769	0,13187	0,021158
56	- 5,6933	0,044734	0,37402
57	- 5,4973	0,18284	0,32963
58	- 5,7005	0,052445	0,37223
59	- 5,3886	0,18533	0,34293
60	- 5,3236	0,00012944	0,10108
61	- 5,136	0,19273	0,22114
62	- 5,2496	0,12926	- 0,26986
63	- 4,9101	0,0035358	- 0,07173
64	- 5,1528	0,20908	- 0,16526
65	- 4,9171	0,23888	- 0,23814
66	- 4,5021	0,24168	- 0,22581
67	- 4,3935	0,096763	- 0,35743
68	- 4,2364	0,1615	- 0,23743
69	- 4,0826	- 0,064799	- 0,19651
70	- 4,113	- 0,2661	
71	- 3,7278	- 0,096021	
72	- 3,734	- 0,21387	
73	- 3,8343	- 0,41818	
74	- 3,5585	- 0,18062	
75	- 3,5262	- 0,17388	
76	- 3,3795	- 0,27551	
77	- 3,4309	- 0,3576	
78	- 3,489	- 0,09462	
79	- 3,2301	- 0,20777	
80	- 3,1069	- 0,043927	
81	- 3,0639	- 0,077323	
82	- 3,0268	0,021839	
83	- 2,8388	0,041583	
84	- 2,7279	0,01077	
85	- 2,7236	- 0,050504	
86	- 2,5971	- 0,14292	
87	- 2,6479	0,069052	

Man: Resultat från SVD Det första singulära värdet 3,0912.

x	a_x	b_x	k_t
55	- 5,397	- 0,24789	- 0,28762
56	- 5,2896	- 0,54292	- 0,23965
57	- 5,189	- 0,2662	- 0,2884
58	- 5,1311	- 0,31794	- 0,37211
59	- 5,0154	- 0,22774	- 0,26396
60	- 4,7862	- 0,18172	- 0,10393
61	- 4,8082	- 0,22642	- 0,046039
62	- 4,6575	- 0,16451	0,080751
63	- 4,5425	- 0,27479	0,126
64	- 4,3789	- 0,2098	0,080047
65	- 4,3666	- 0,12274	0,11773
66	- 4,0449	- 0,13754	0,099953
67	- 3,9807	- 0,066474	0,17417
68	- 3,7865	0,0030623	0,3089
69	- 3,6302	- 0,057376	0,61416
70	- 3,5964	- 0,065	
71	- 3,4757	0,083226	
72	- 3,4301	0,15605	
73	- 3,3866	0,13542	
74	- 3,3088	0,17059	
75	- 3,3127	0,088461	
76	- 3,2429	0,12532	
77	- 3,1067	0,091225	
78	- 3,0818	0,090867	
79	- 3,124	0,01892	
80	- 2,9972	0,017661	
81	- 2,9884	- 0,060912	
82	- 2,8888	- 0,055647	
83	- 2,8896	0,044047	
84	- 2,791	- 0,079829	
85	- 2,7207	0,066564	
86	- 2,7753	0,0091814	
87	- 2,7079	0,063528	

5.4 Bilaga 4: Resultat med Lee-Carter modellen år 2005-2050.

Skattade centrala dödskvoter för män och kvinnor år 2005-2050.

Diagram1: Dödsrisker för män ålder 55-65.

Diagram2: Dödsrisker för kvinnor ålder 55-65.

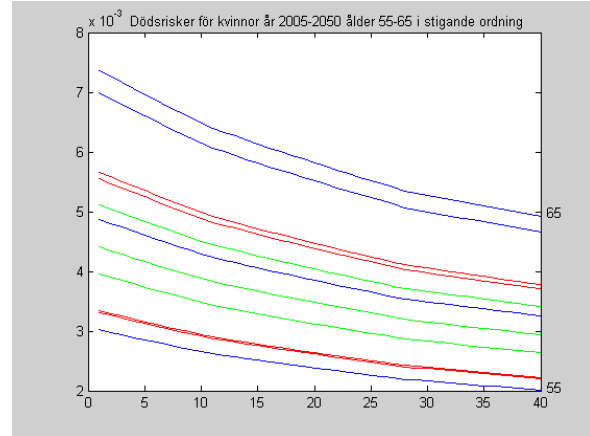
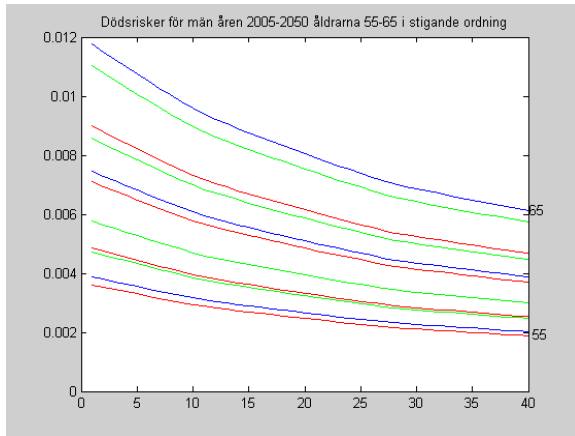


Diagram3: Dödsrisker för män ålder 66-76.

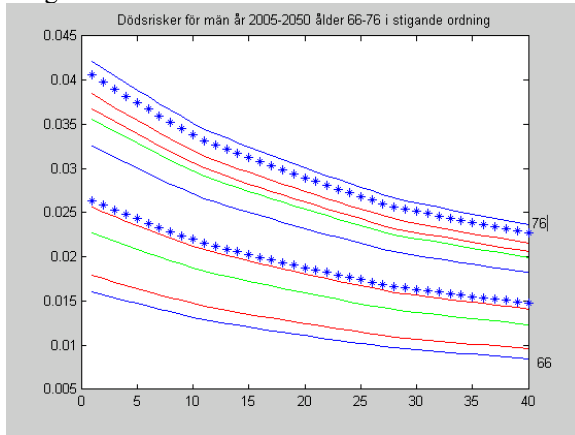


Diagram4: Dödsrisker för kvinnor ålder 55-65.

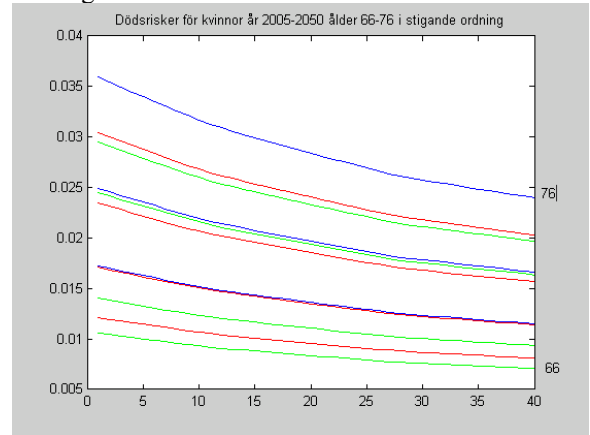


Diagram5: Dödsrisker för män ålder 77-87.

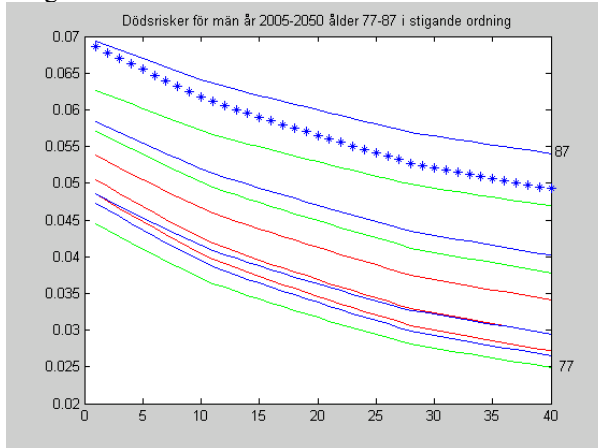


Diagram6: Dödsrisker för kvinnor ålder 55-65.



5.5 Bilaga 5: Jämförelse av försäkringsbolagets skattade dödlighet, Lee-Carters modell

skattad med försäkringsbolagets dödlighet samt Lee-Cartermodellen
skattad med befolkningen över åren 2005-2050.

Kvinnor: Lee-Carter (blå), Befolkningen(röd), Observerad dödlighet(grön)

Diagram1: Dödsrisker för kvinnor ålder 58 och 62.

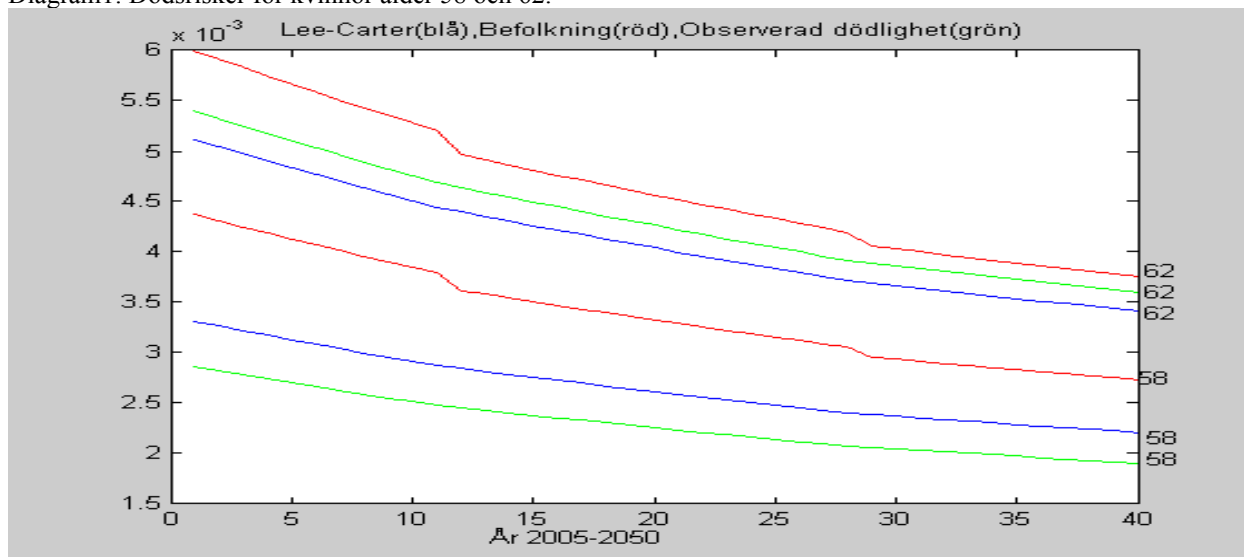


Diagram2: Dödsrisker för kvinnor ålder 64 och 65.

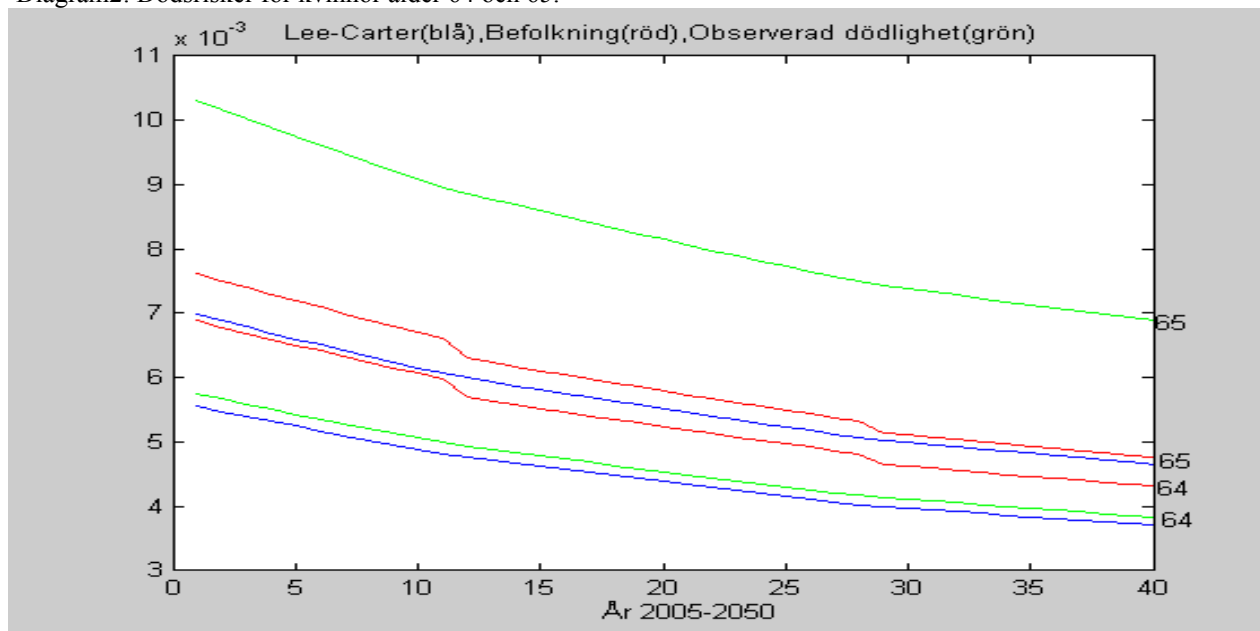


Diagram3: Dödsrisker för kvinnor ålder 82 och 85.

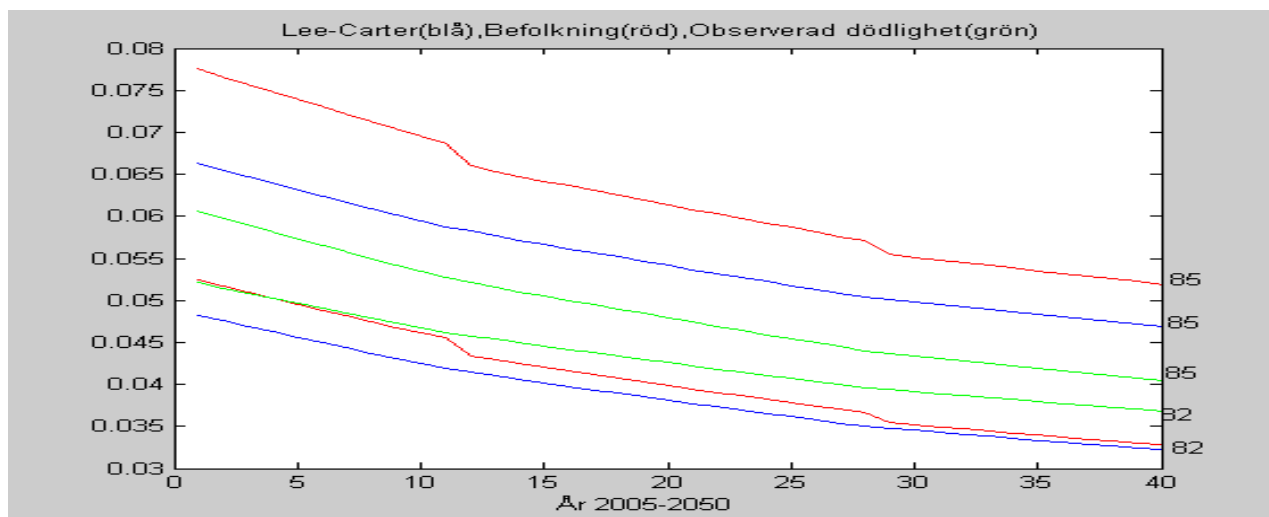
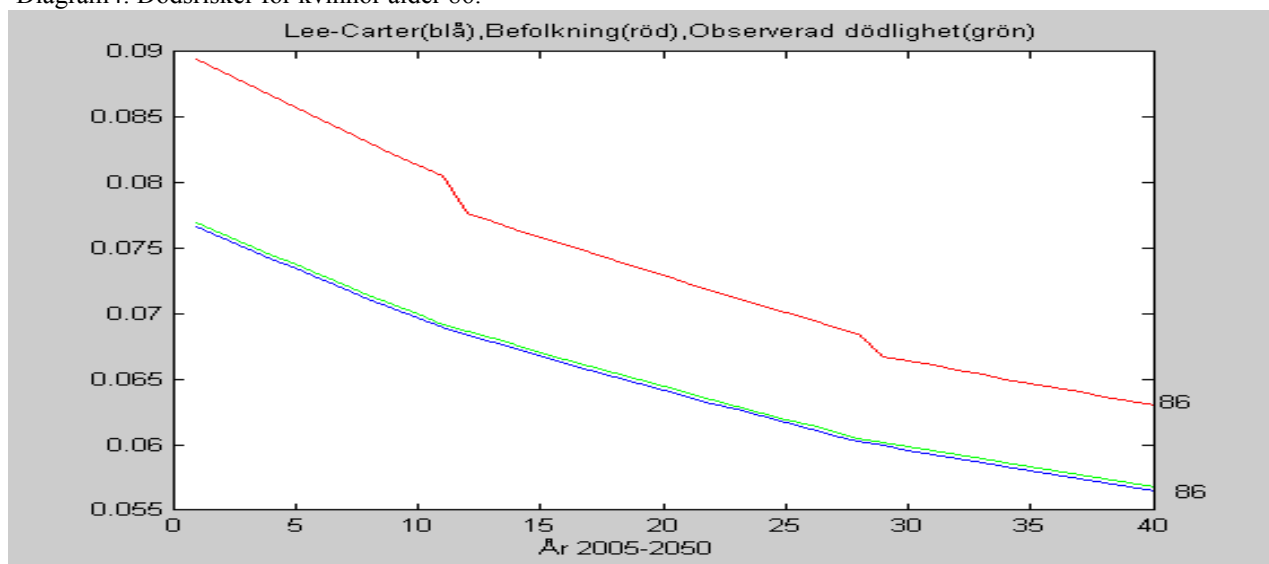


Diagram4: Dödsrisker för kvinnor ålder 86.



Man: Lee-Carter (blå), Befolkningen(röd), Observerad dödlighet(grön).

Diagram5: Dödsrisker för män ålder 58 och 62.

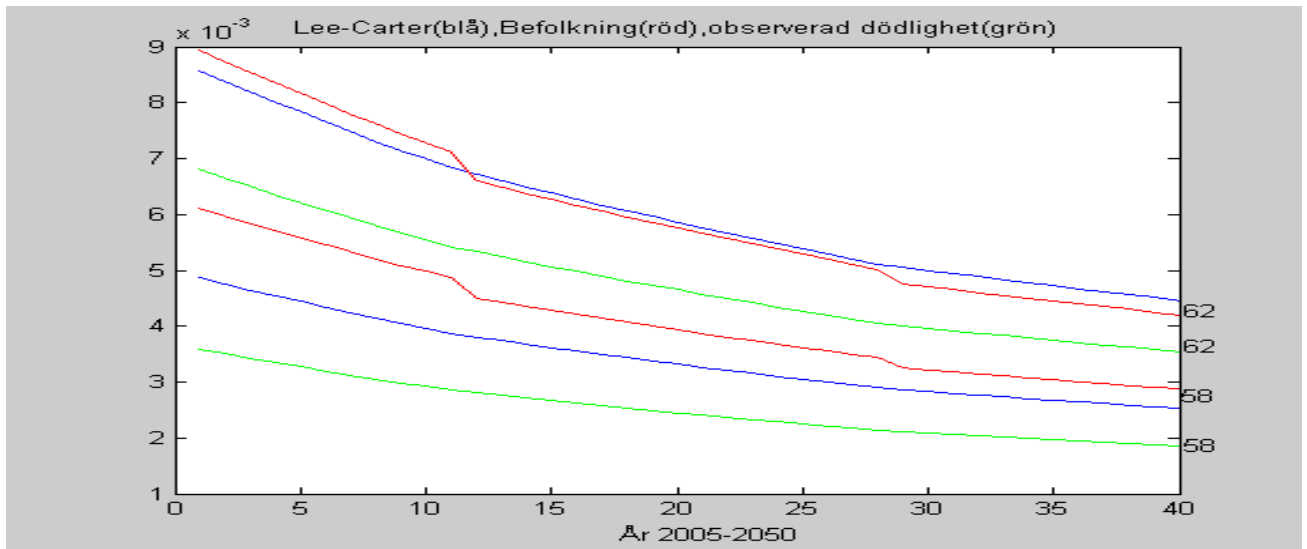


Diagram6: Dödsrisker för män ålder 63 och 65.

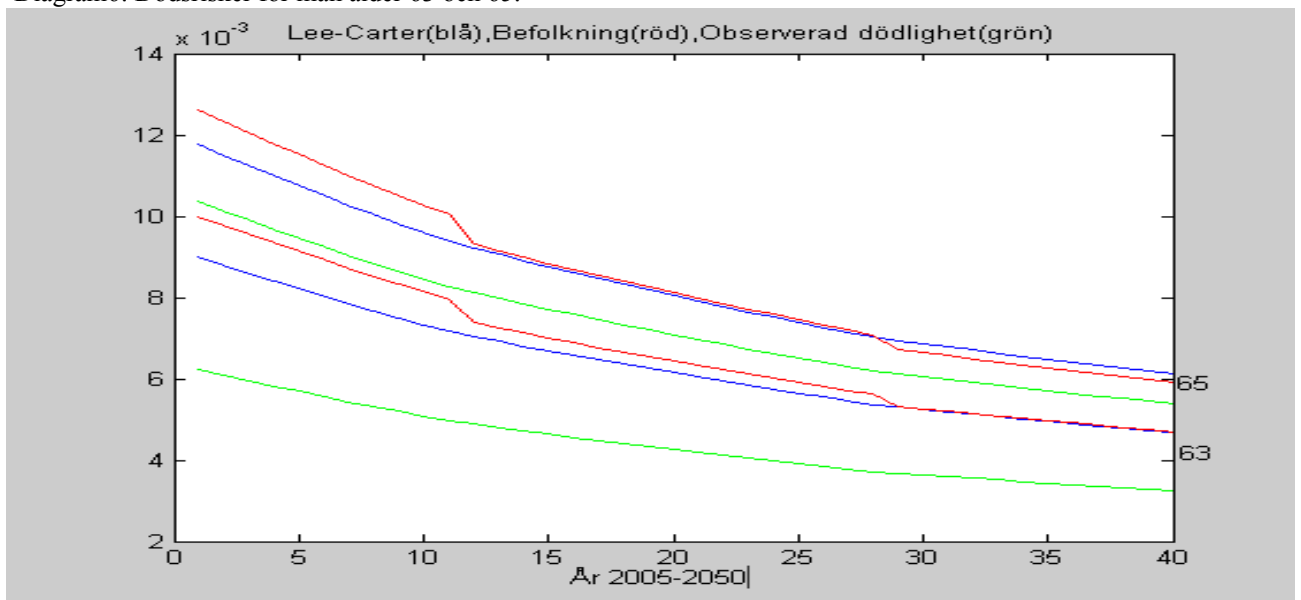


Diagram7: Dödsrisker för män ålder 80 och 85.

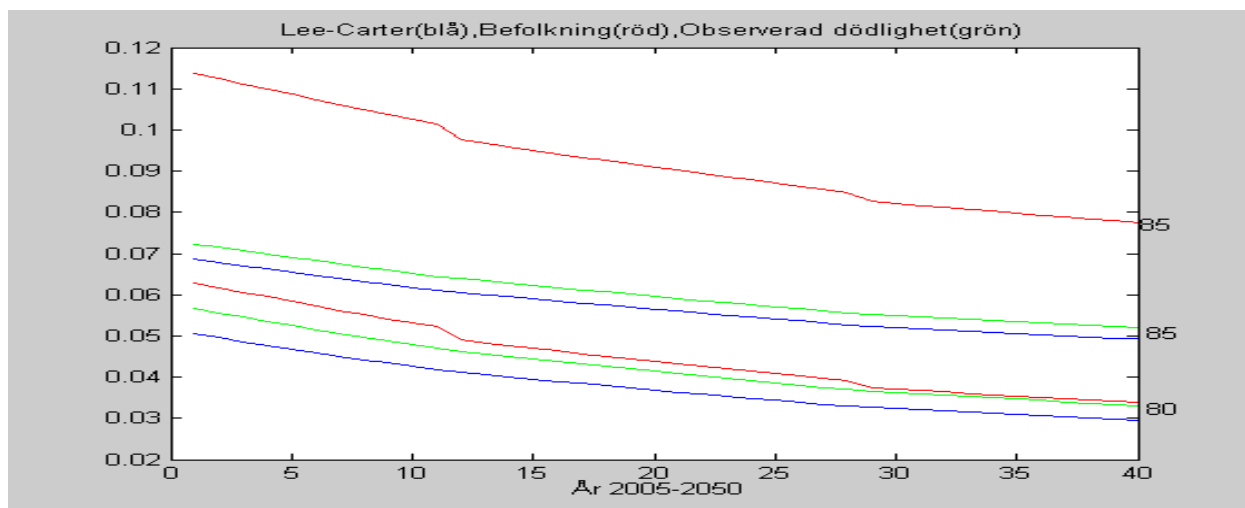
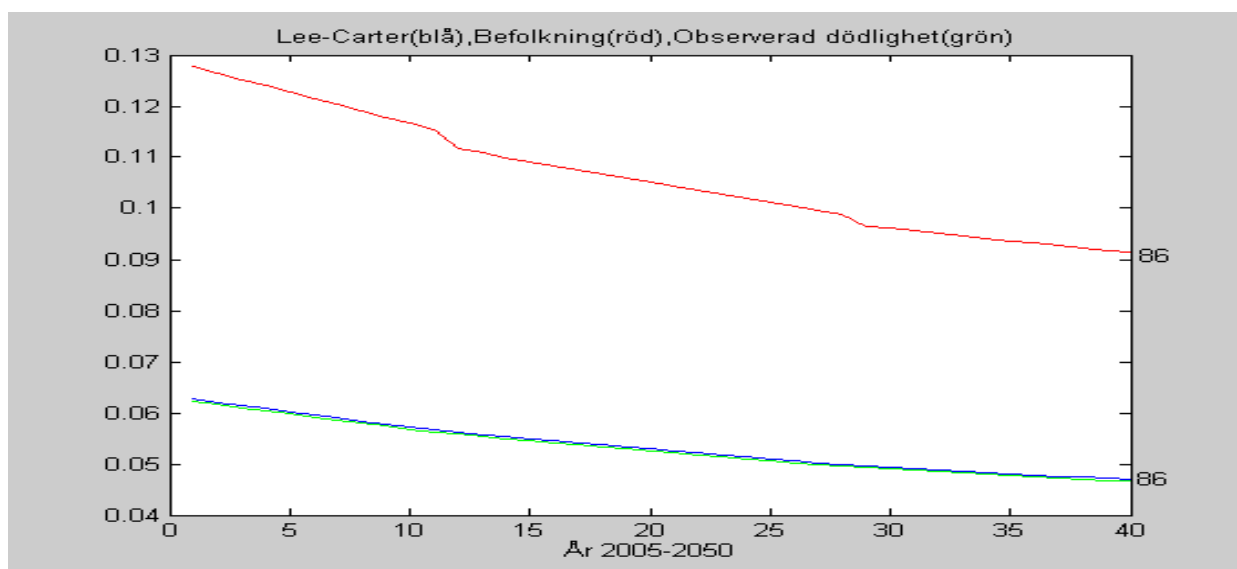


Diagram8: Dödsrisker för män ålder 86.



5.6 Bilaga 6: Resultat med Konfidensintervall, observerad dödlighet, Makeham och Lee – Carter. Jämförelse mellan modellerna.

Observerad dödlighet:

Diagram 1:

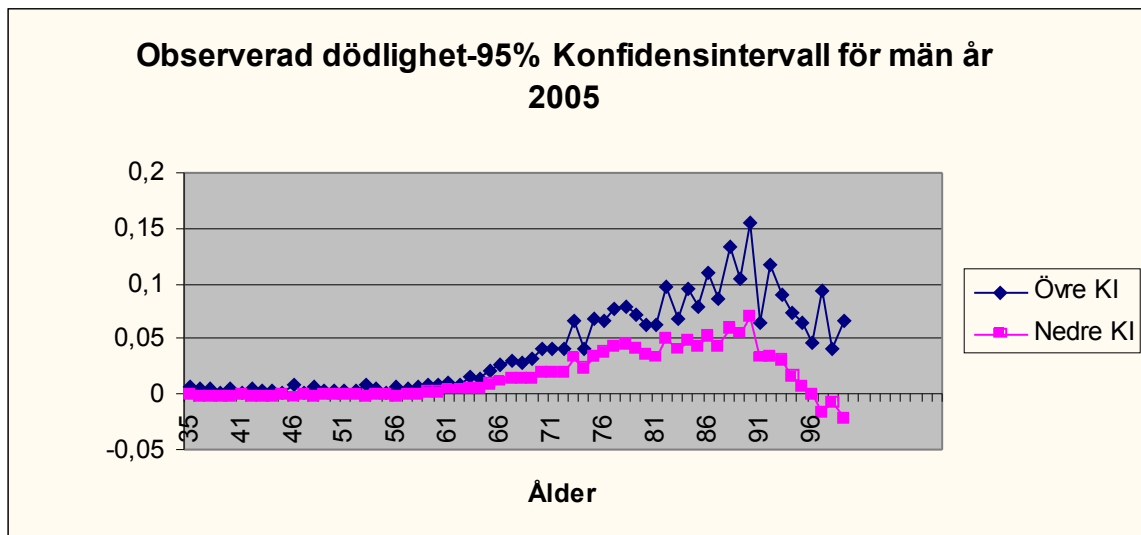
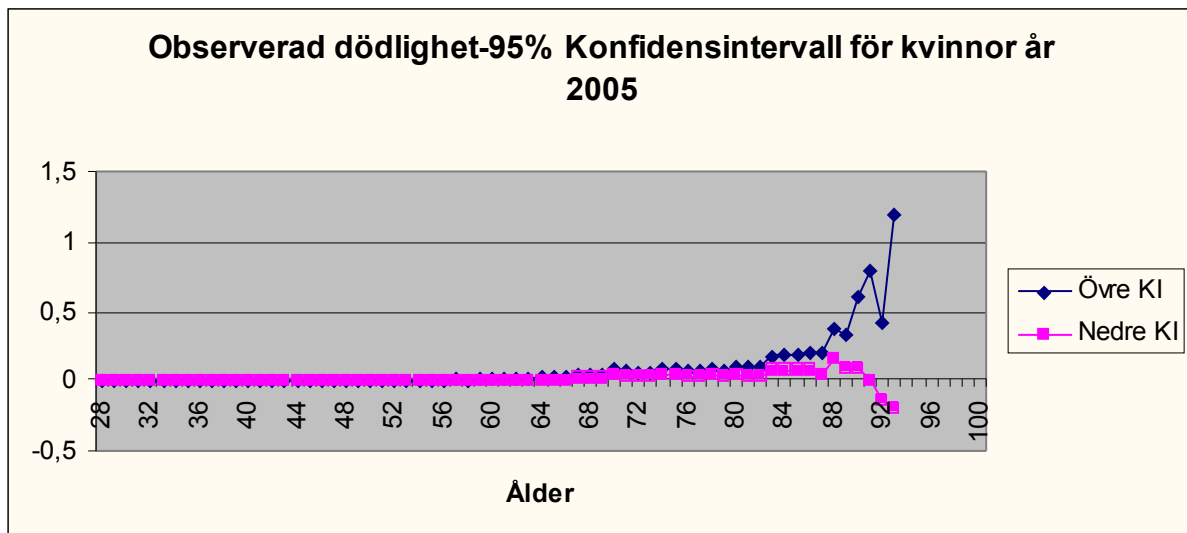


Diagram 2:



Makehams modell:

Diagram 3:

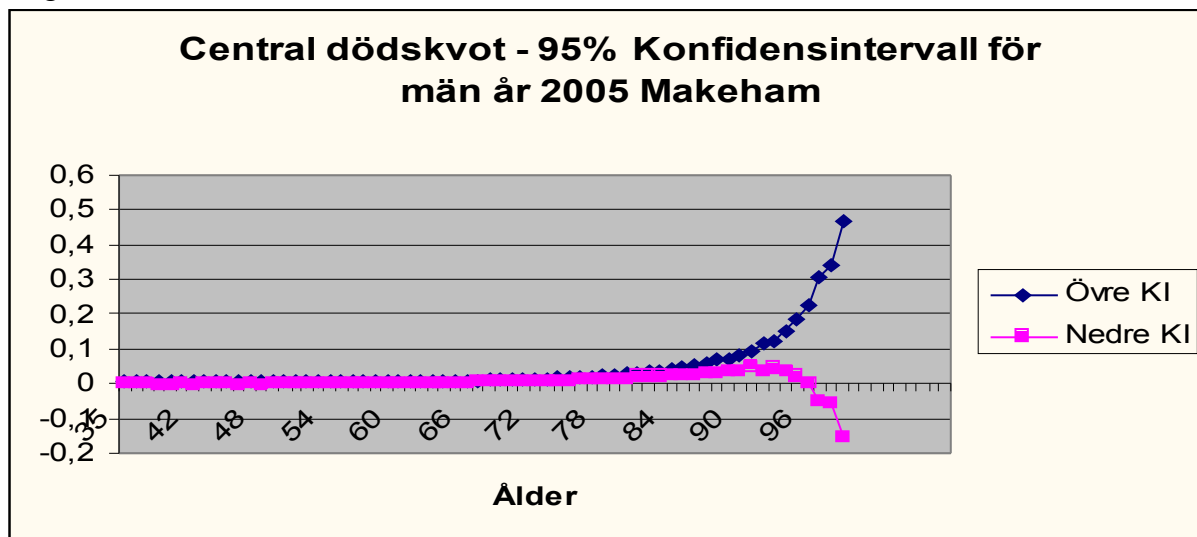
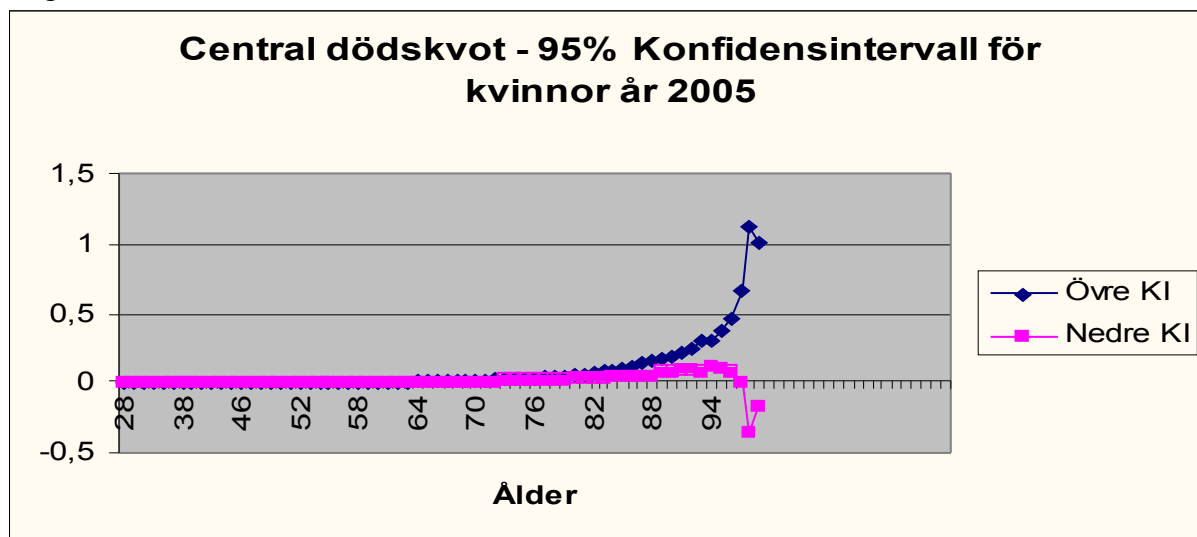


Diagram 4:



Lee-Cartermodellen:

Diagram 5:

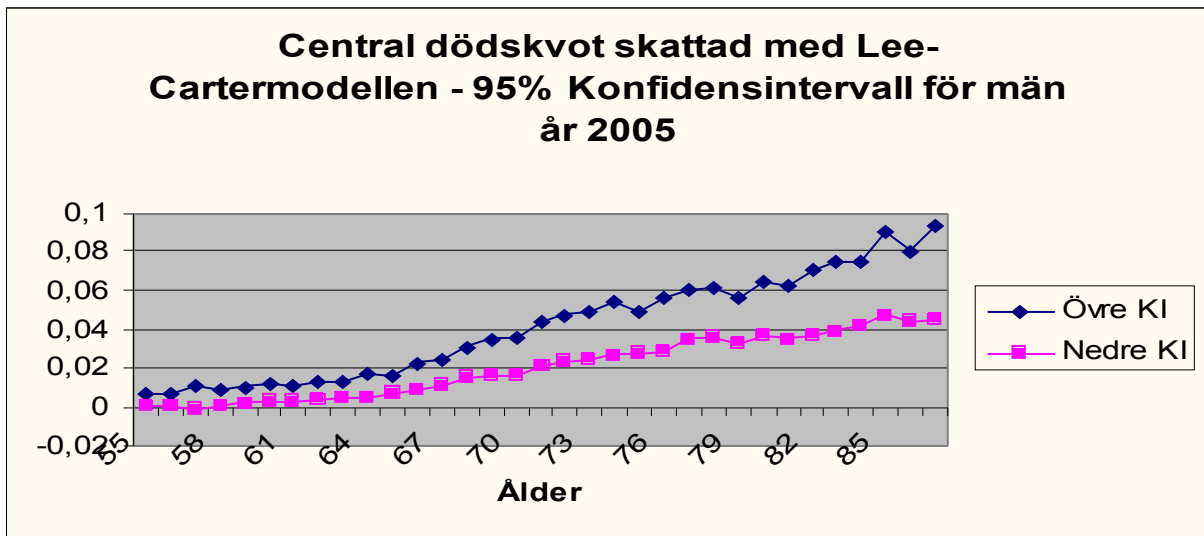
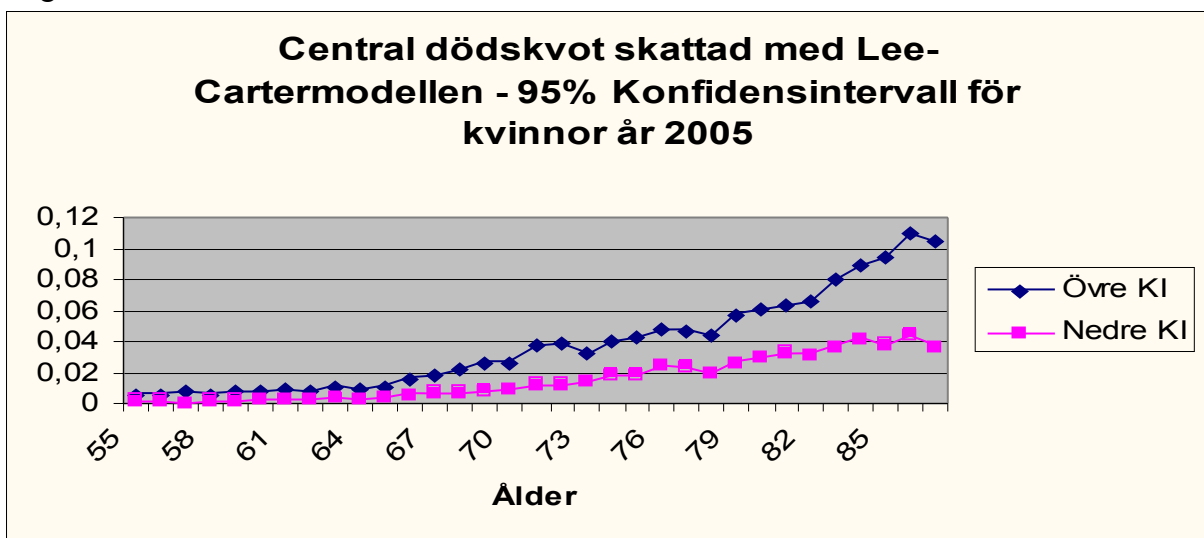


Diagram 6:



Jämförelse av observerad dödlighet med Makeham skattning:

Diagram 7:

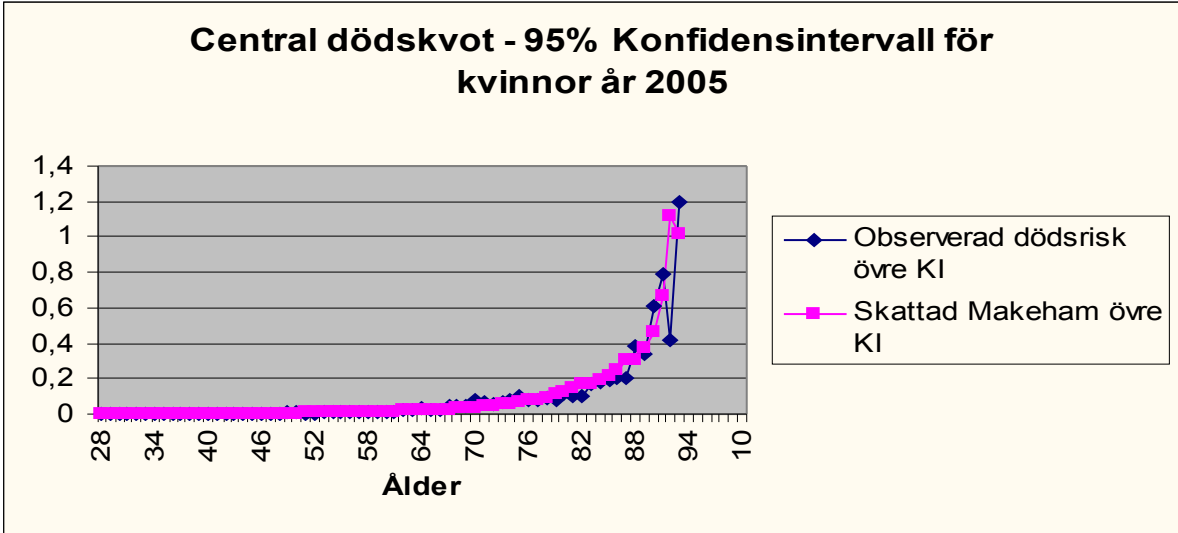


Diagram 8:

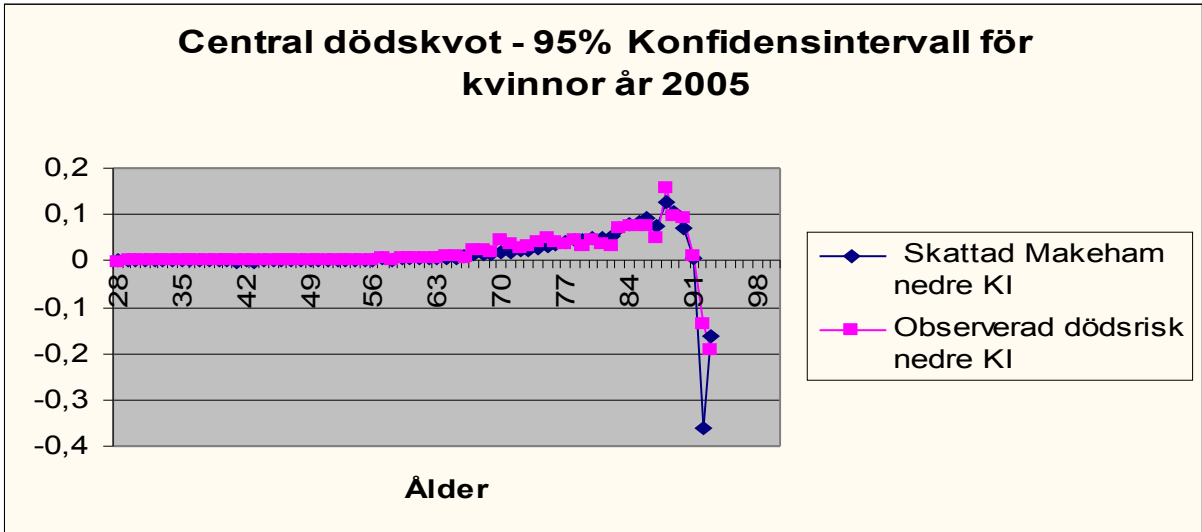


Diagram 9:

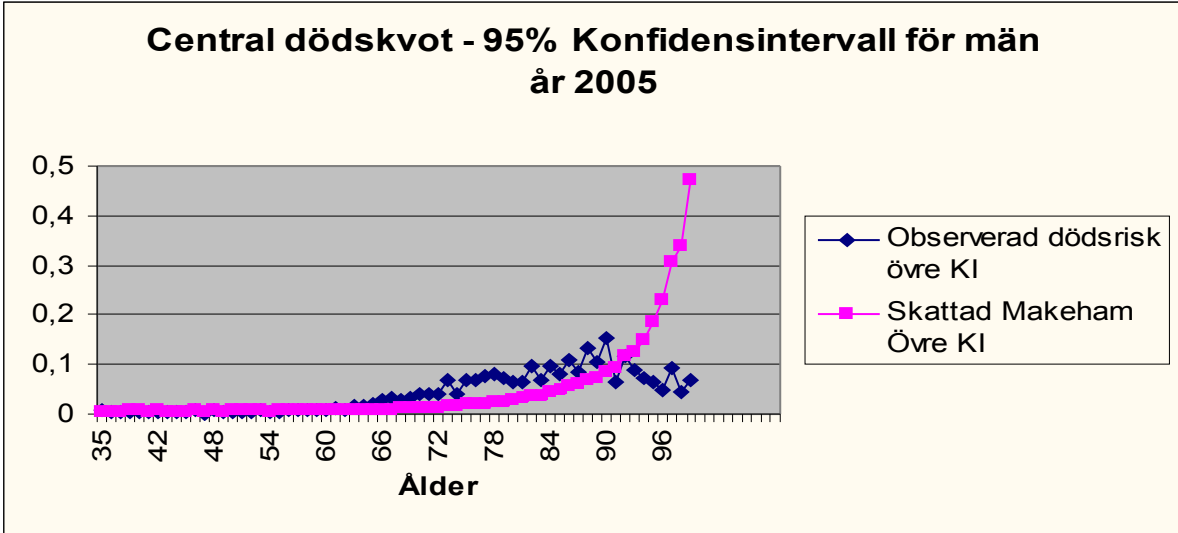
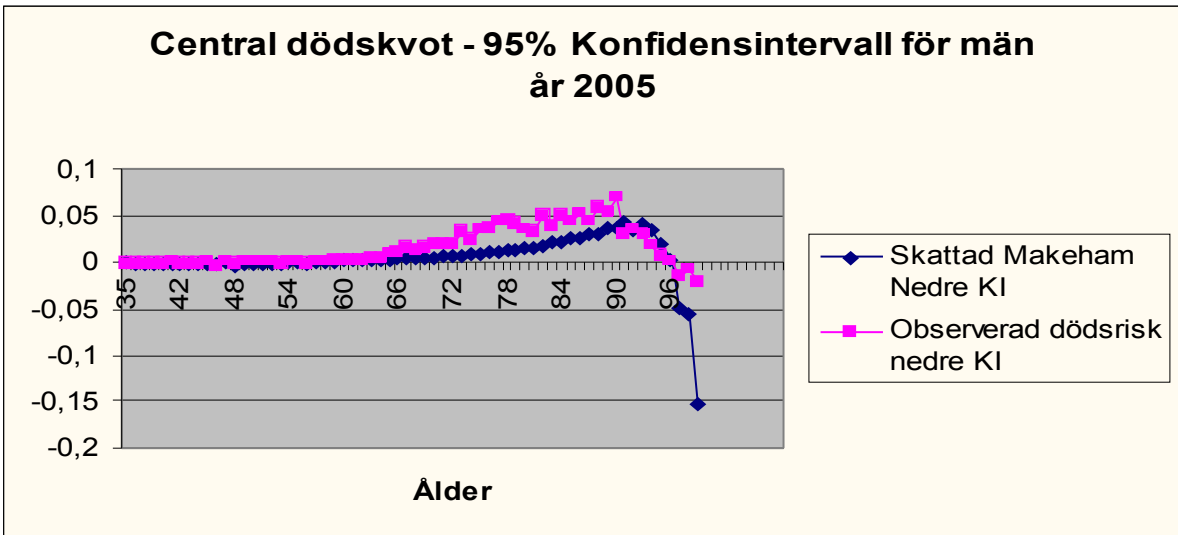


Diagram 10:



Jämförelse av observerad dödlighet med Lee-Cartermodellen:

Diagram 11:

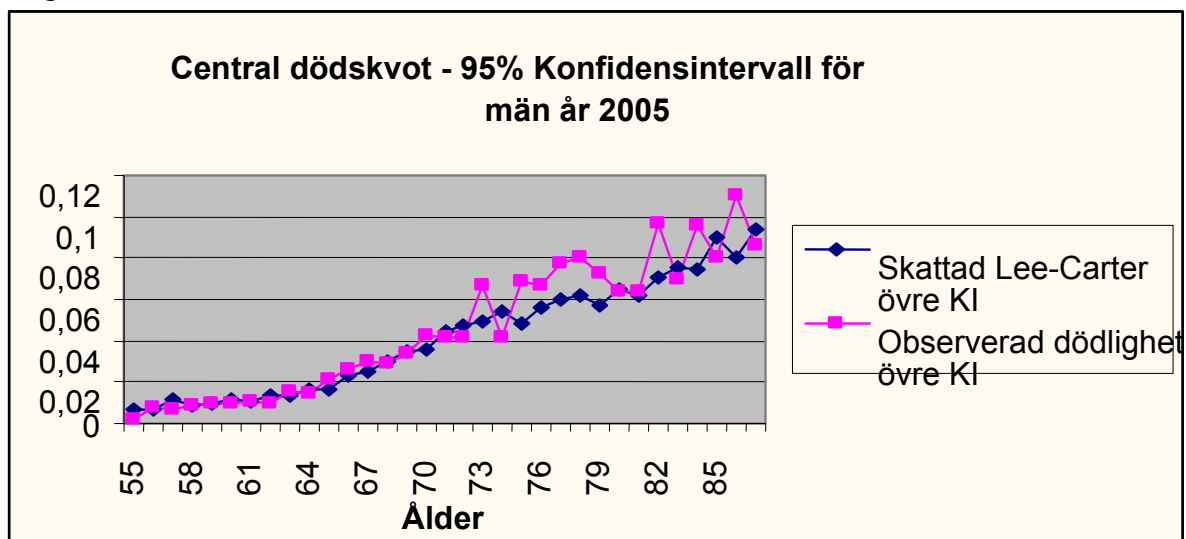


Diagram 12:

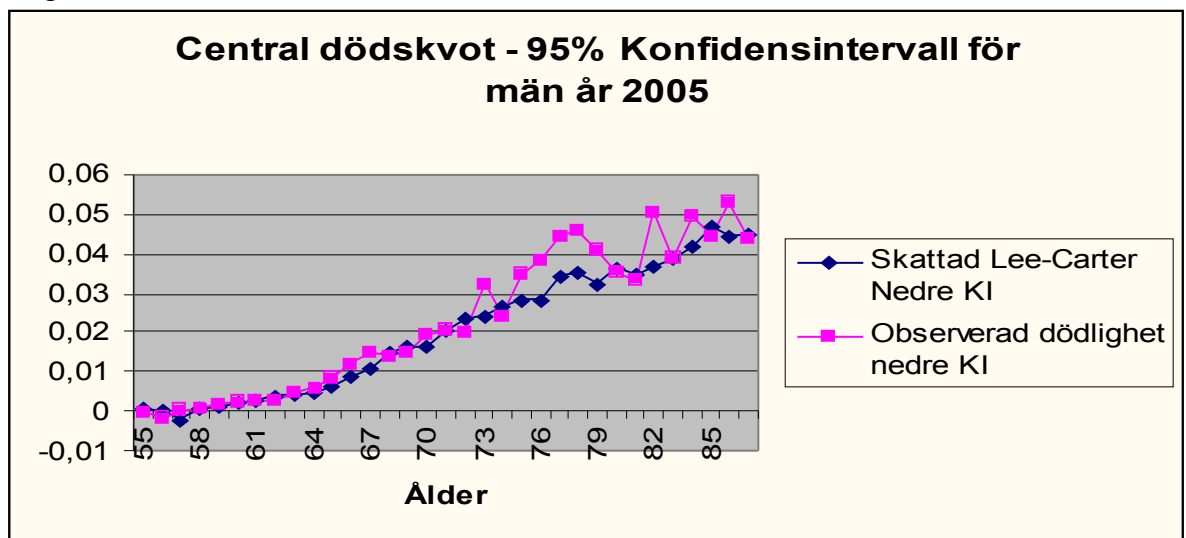


Diagram 13:

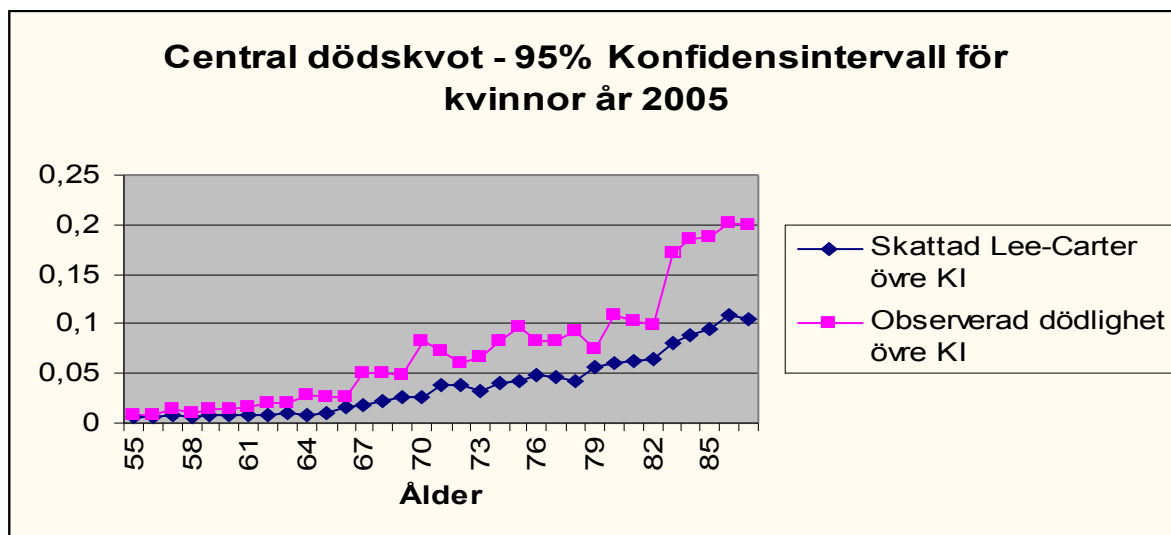
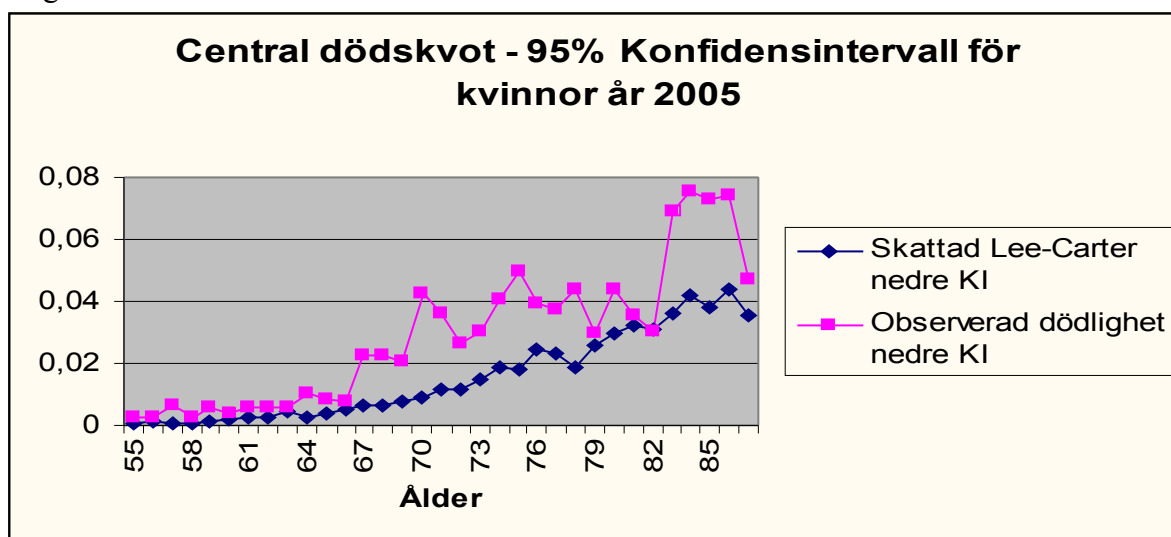


Diagram 14:



5.7 Bilaga 7: Den modifierade χ^2 -metoden

(Andersson 2005) beskriver den modifierade χ^2 – metoden för anpassning av en parametrisk funktion till observerade skattningar med hänsyn tagen till variansen i respektive skattning. Den modifierade χ^2 – metoden innebär att man bildar och minimerar följande uttryck

$$Q = \sum_{i=1}^n w_{x_i} \cdot (\hat{\mu}_{x_i} - \alpha - \beta e^{\gamma x_i})^2$$

Där $\alpha + \beta > 0$, $\beta > 0$ och $\gamma < 0$

För att minska variansen väljs vikterna w_{x_i} som $w_{x_i} = \frac{R_{x_i}}{\hat{\mu}_{x_i}}$. Där R_{x_i} är risktiden och motsvarar i denna studie antalet försäkrade individer.

Den modifierade χ^2 – metoden minimeras sedan med hjälp av Problemlösaren i Excel för att få fram en lösning som förslag på de olika parametrarna. Problemlösaren anpassar våra parametreringar av dödlighetsintensiteten till den skattade dödlighetsintensiteten för de försäkrade männen och kvinnorna år 2005.

5.8 Bilaga 8: Jämförelse av den observerade dödligheten med Makehams modell & Lee-Cartermodellen år 2005

Diagram 1:

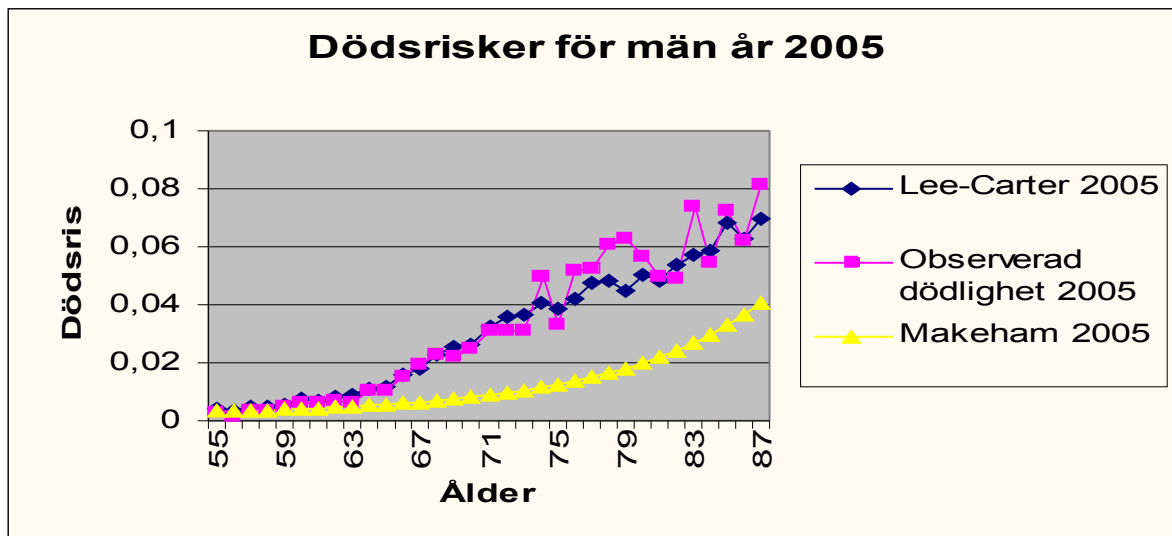
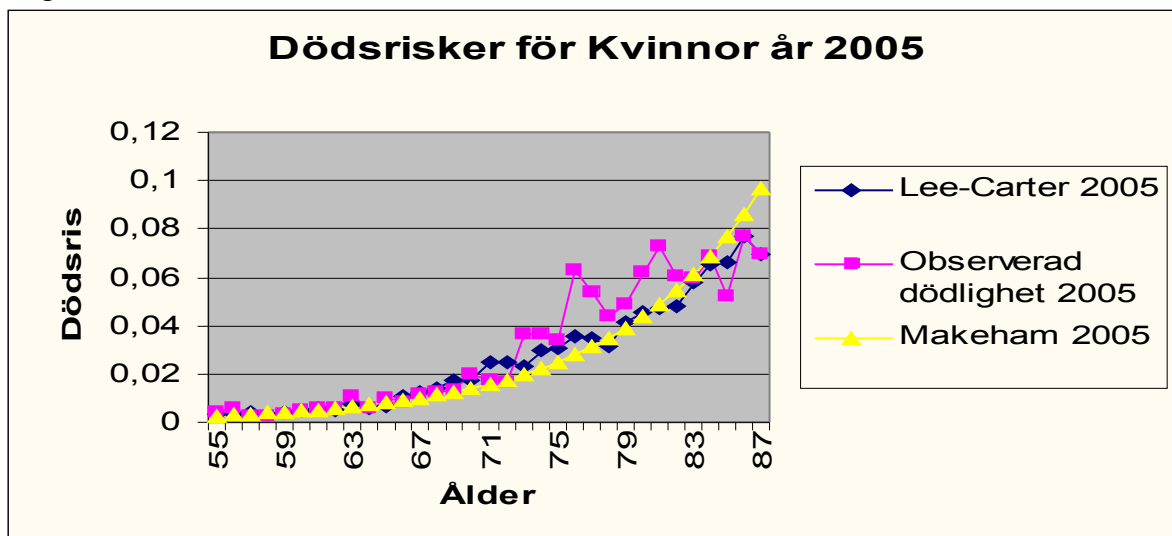
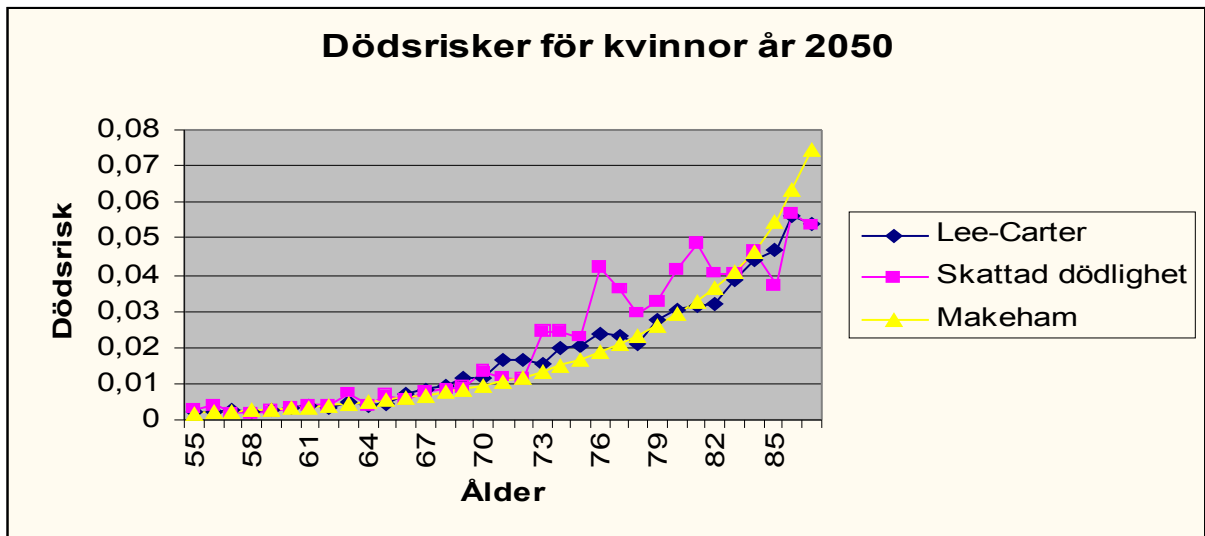
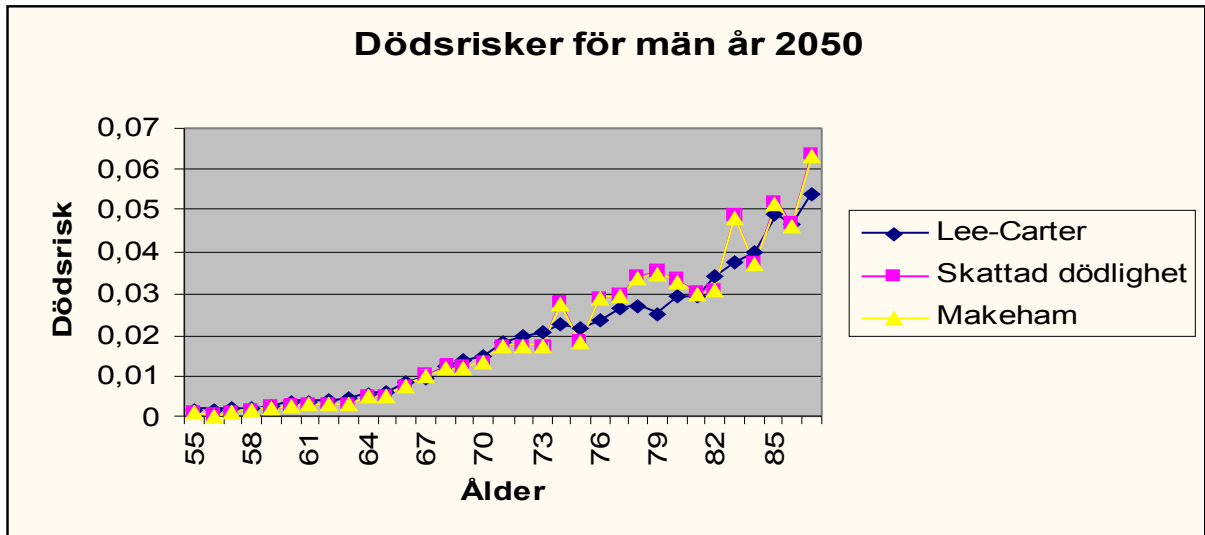


Diagram 2:



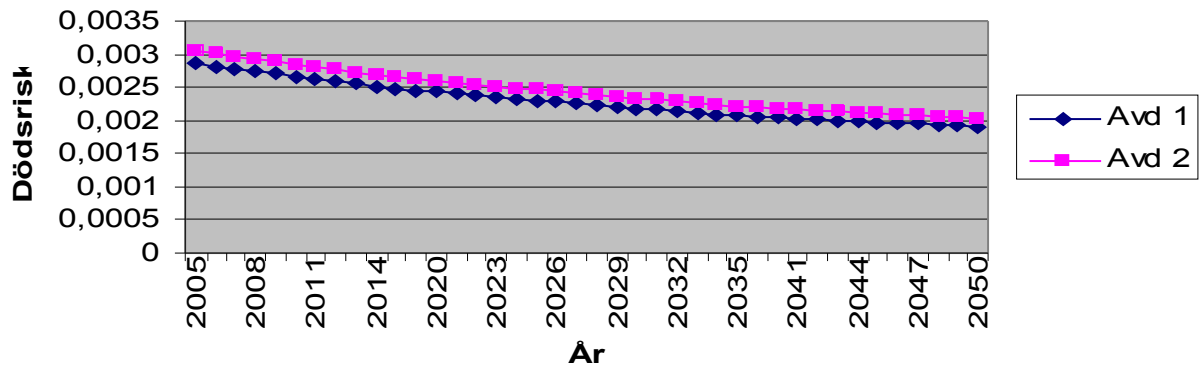
5.9 Bilaga 9: Jämförelse av försäkringsbolagets skattade dödlighet, Lee-Carters

modell skattad med försäkringsbolagets dödlighet samt Lee-Cartermodellen skattad med befolkningen över åren 2005-2050

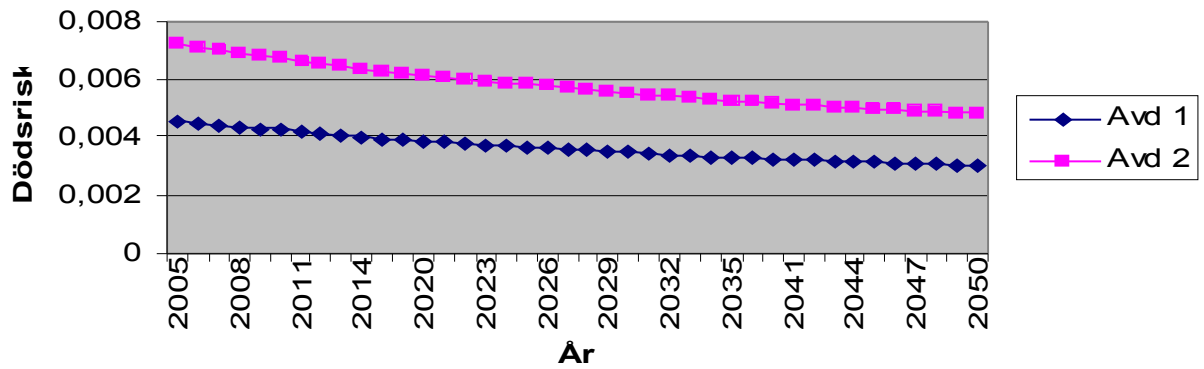


5.10 Bilaga 10: Skattade dödsrisker Avdelning II

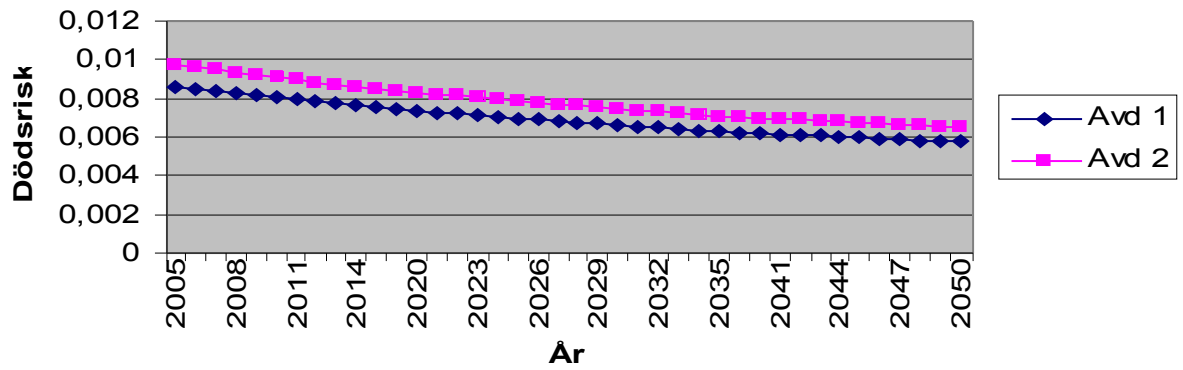
Dödsrisker för kvinnor ålder 58 år 2005-2050



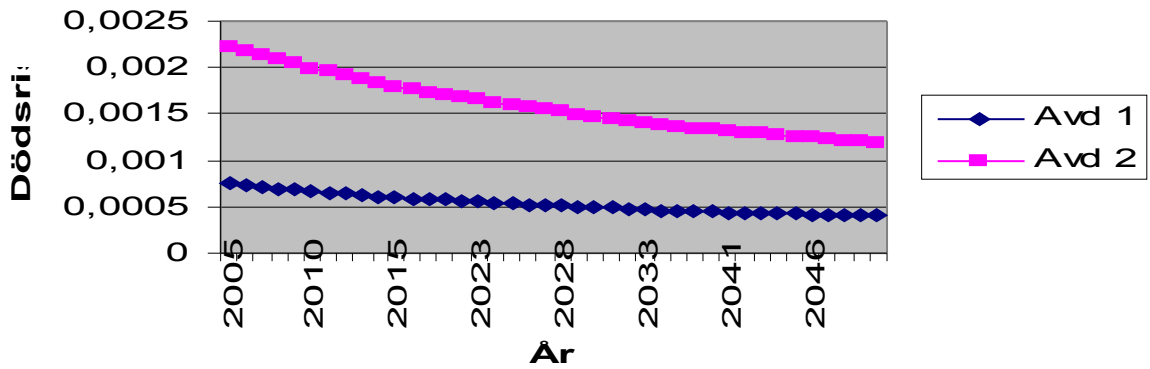
Dödsrisker för kvinnor ålder 60 år 2005-2050

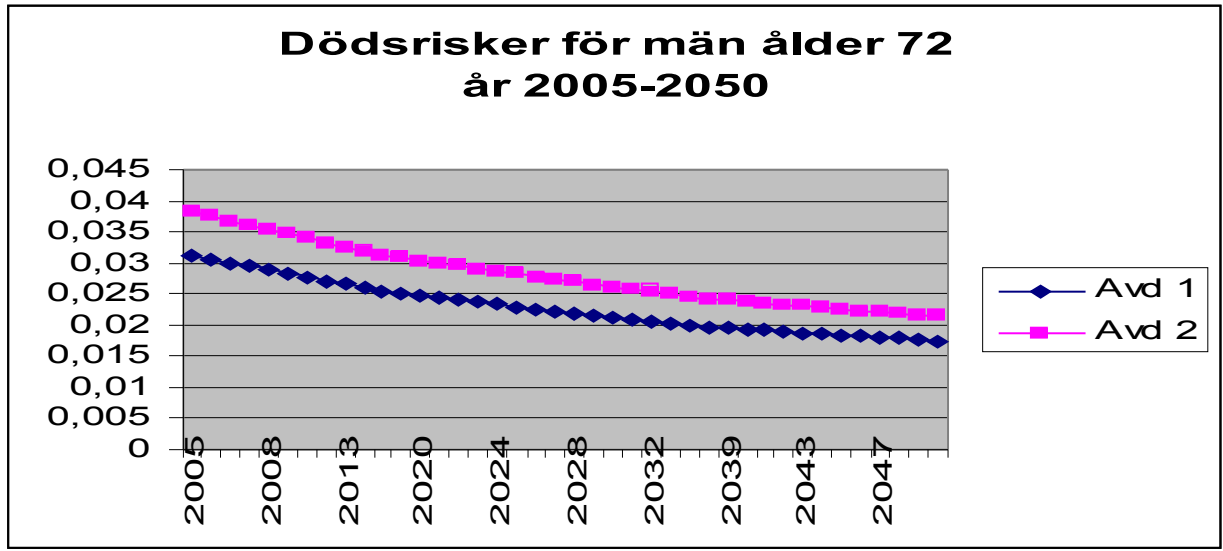
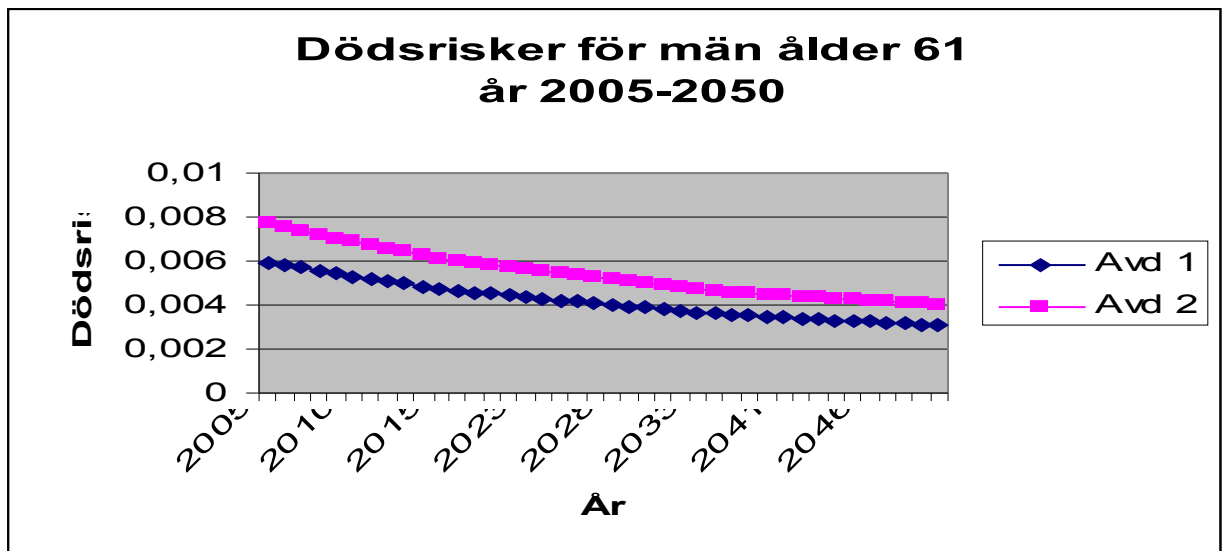


Dödsrisker för kvinnor ålder 66 år 2005-2050

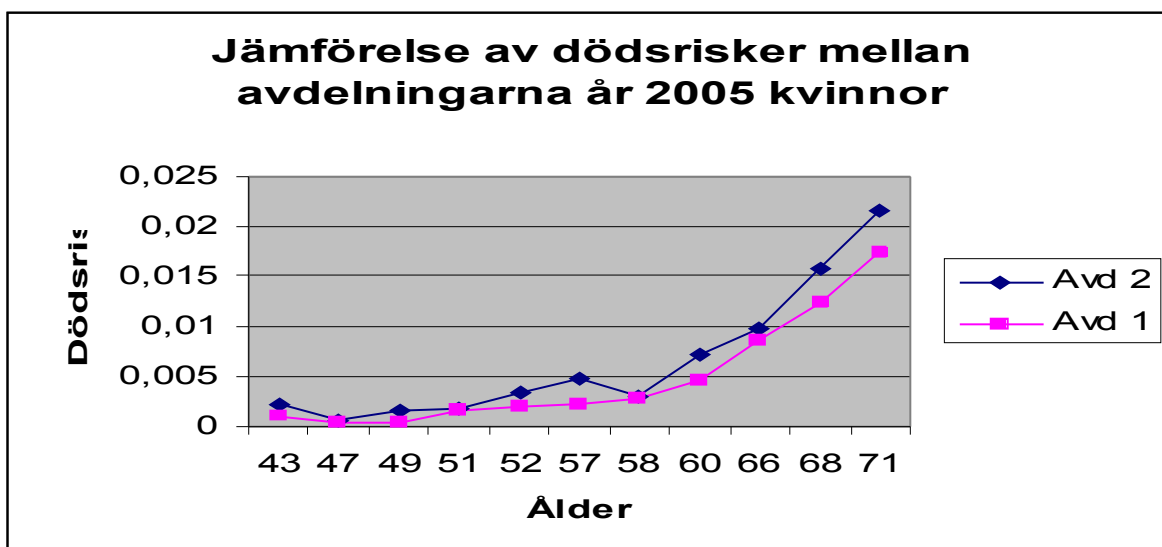
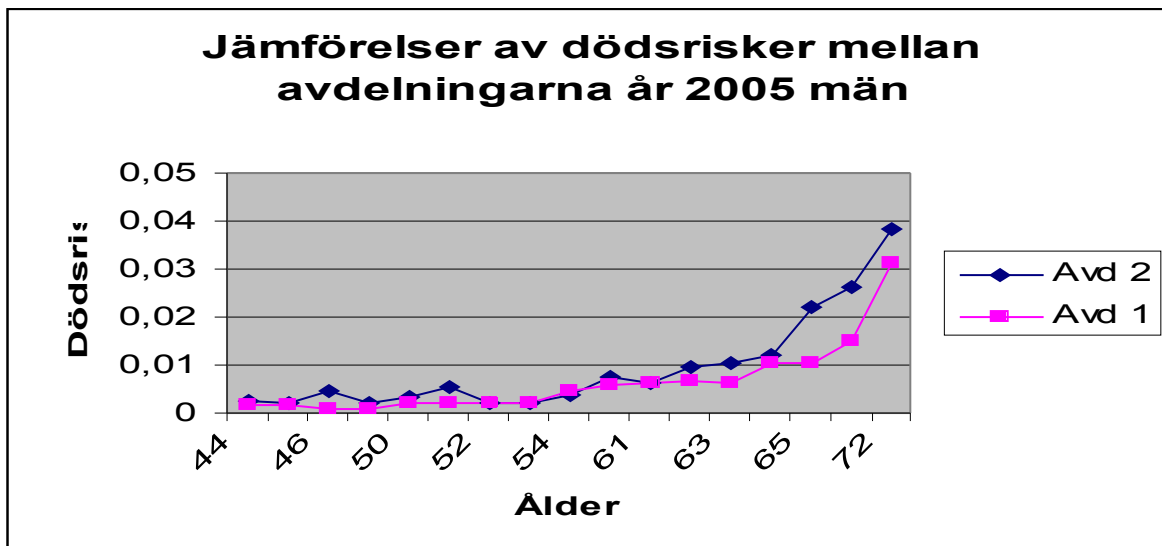


Dödsrisker för män ålder 48 år 2005-2050

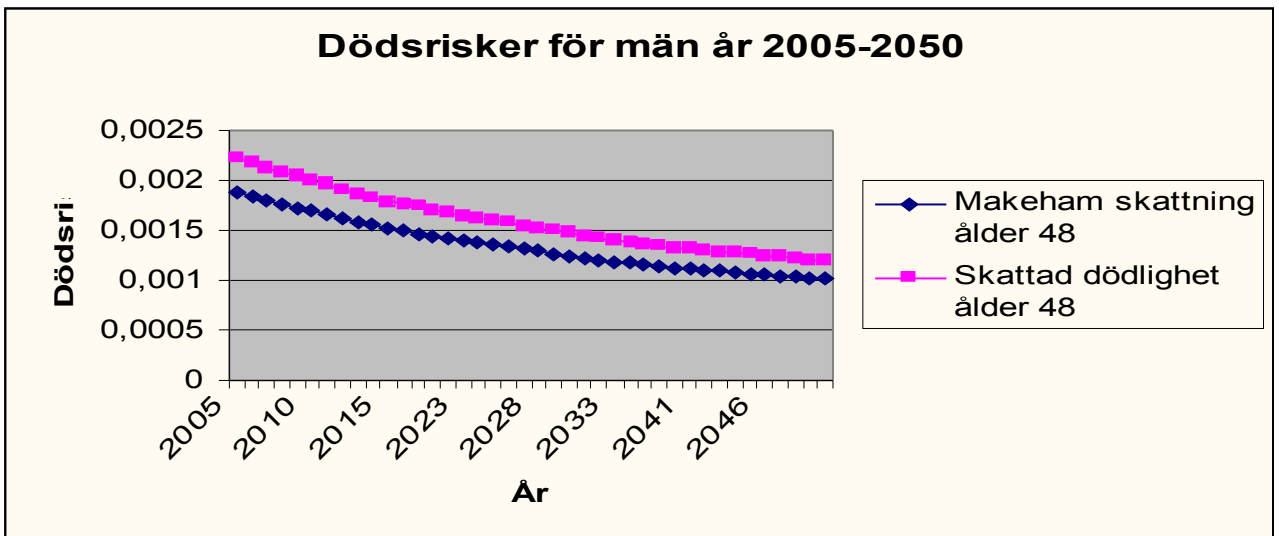
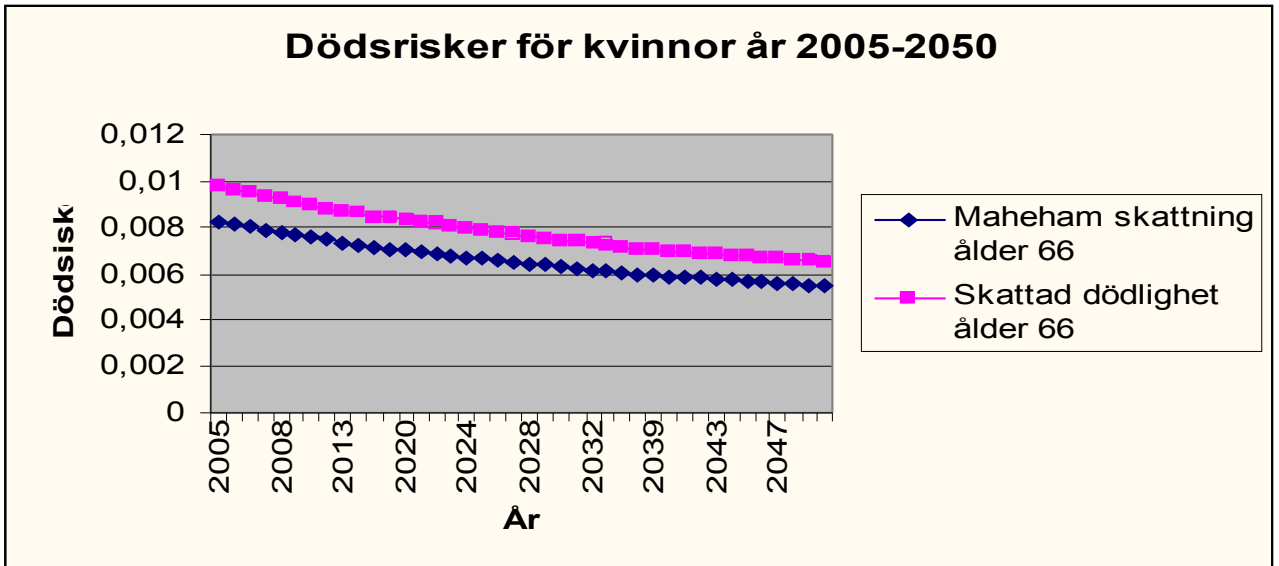
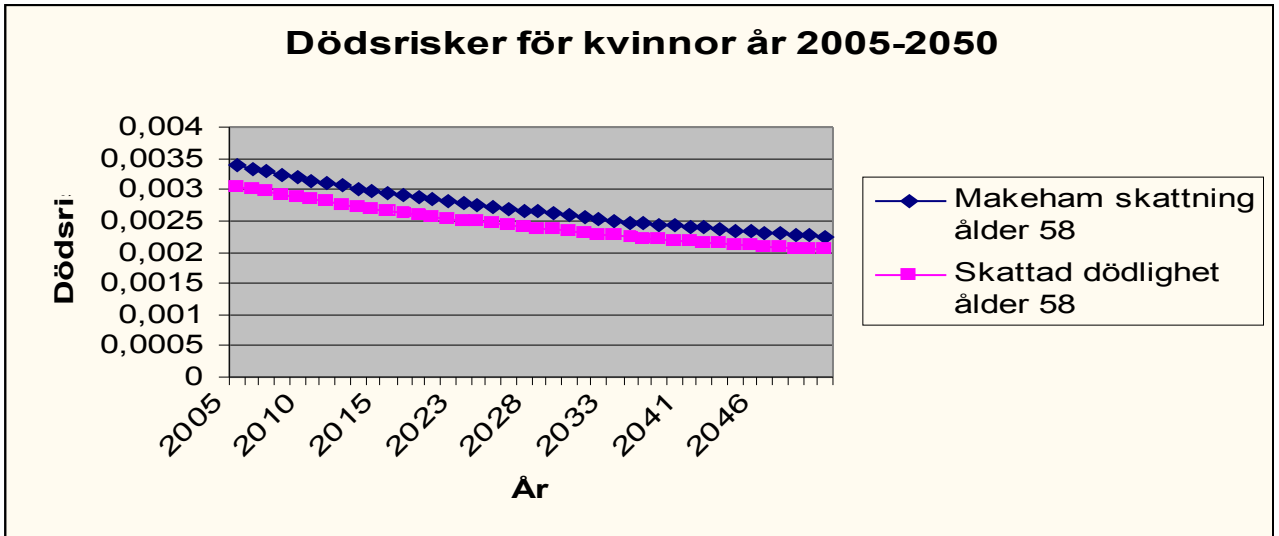




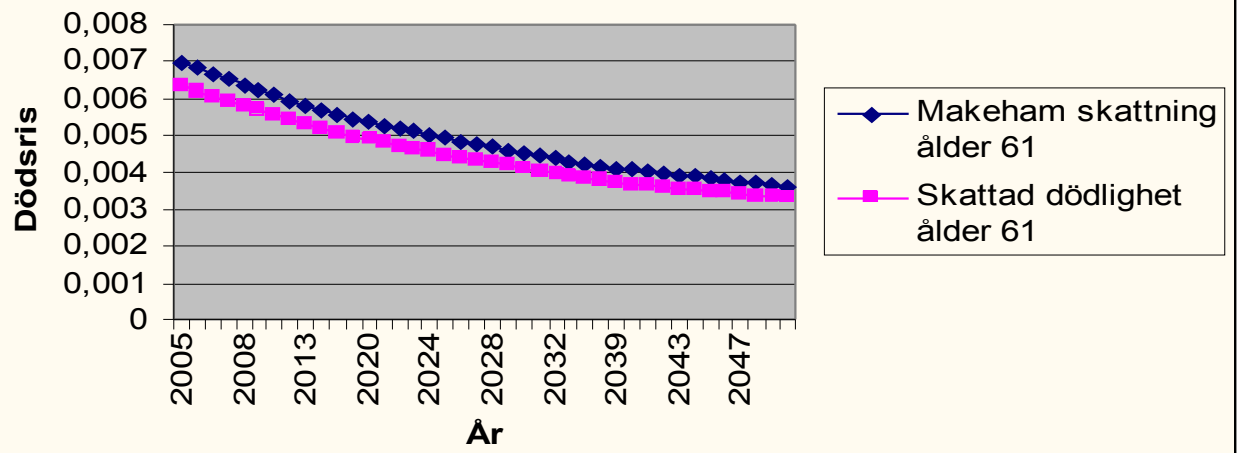
5.11 Bilaga 11: Jämförelse av dödsrisker med Avdelning I & II



5.12 Bilaga 12: Resultat med Makehams modell Avdelning II



Dödsrisker för män år 2005-2050



Appendix 6.1

Appendix 1a
Antal försäkrade män i avdelning I

ÅLDER	Antal 1990	Antal 1991	Antal 1992	Antal 1993	Antal 1994	Antal 1995	Antal 1996	Antal 1997	Antal 1998	Antal 1999	Antal 2000	Antal 2001	Antal 2002	Antal 2003	Antal 2004	Antal 2005
28	301	390	388	425	387	416	413	402	412	405	402	393	371	441	358	345
29	314	383	453	430	471	452	480	473	455	486	479	483	463	438	501	402
30	396	391	453	493	477	526	504	534	524	508	553	546	564	530	488	553
31	467	458	467	483	544	537	586	557	593	597	566	623	623	632	580	545
32	536	539	513	510	528	601	604	634	612	667	666	649	706	698	682	631
33	624	613	583	548	549	580	650	658	690	683	736	726	725	777	751	726
34	669	693	688	616	589	595	628	710	718	764	764	817	803	799	830	806
35	741	738	741	727	661	642	649	686	759	787	836	842	900	861	853	871
36	795	816	796	775	758	715	688	691	737	810	858	900	915	964	915	898
37	891	866	863	831	814	793	772	721	741	800	867	929	970	986	1008	963
38	945	959	917	898	876	868	844	812	764	792	842	920	1001	1025	1030	1051
39	1002	1040	1035	945	942	922	931	887	854	806	847	902	1002	1055	1061	1075
40	1119	1056	1089	1077	983	988	959	968	921	910	855	927	962	1045	1112	1099
41	1173	1214	1111	1121	1115	1032	1038	992	1015	972	951	908	987	1018	1087	1140
42	1330	1275	1270	1142	1159	1168	1078	1075	1038	1070	1029	1011	967	1035	1048	1121
43	1430	1430	1343	1299	1182	1193	1210	1119	1123	1099	1115	1070	1068	1011	1074	1077
44	1558	1526	1499	1382	1339	1244	1241	1255	1157	1161	1137	1179	1118	1115	1036	1108
45	1709	1658	1584	1532	1416	1393	1279	1273	1297	1201	1196	1173	1225	1170	1141	1071
46	1847	1794	1710	1605	1562	1466	1441	1310	1307	1338	1241	1245	1221	1274	1206	1168
47	1996	1938	1843	1737	1653	1595	1507	1475	1342	1367	1381	1285	1287	1246	1312	1236

48	1957	2087	1996	1870	1776	1704	1637	1546	1511	1394	1415	1426	1338	1335	1273	1340
49	1926	2027	2122	2027	1910	1821	1751	1662	1587	1547	1426	1453	1470	1394	1365	1299
50	1996	1987	2062	2146	2062	1943	1864	1780	1699	1632	1583	1474	1491	1504	1412	1389
51	2111	2050	2015	2079	2180	2087	1987	1894	1806	1751	1670	1618	1518	1511	1526	1433
52	2037	2173	2084	2027	2104	2210	2140	2019	1922	1848	1785	1695	1649	1545	1537	1542
53	2088	2096	2195	2093	2054	2126	2243	2162	2049	1968	1867	1814	1733	1679	1565	1557
54	1999	2124	2117	2201	2114	2081	2158	2253	2192	2088	1993	1898	1839	1750	1692	1582
55	1931	2043	2144	2124	2219	2140	2095	2184	2278	2226	2110	2017	1926	1864	1763	1708
56	1842	1970	2053	2151	2134	2231	2149	2109	2203	2300	2253	2126	2043	1938	1877	1773
57	1759	1882	1985	2050	2160	2142	2245	2160	2121	2229	2315	2275	2150	2072	1943	1895
58	1764	1768	1890	1984	2050	2174	2156	2256	2162	2139	2233	2327	2288	2165	2086	1953
59	1778	1800	1760	1884	1989	2056	2175	2159	2255	2165	2147	2241	2341	2285	2177	2099
60	1734	1793	1800	1753	1891	1986	2066	2189	2167	2255	2168	2147	2242	2347	2287	2184
61	1729	1749	1788	1795	1761	1899	2000	2067	2186	2171	2254	2173	2141	2241	2351	2290
62	1687	1740	1755	1776	1800	1761	1896	2000	2057	2182	2162	2246	2165	2122	2247	2351
63	1585	1688	1729	1742	1791	1792	1769	1887	1996	2046	2164	2151	2235	2162	2119	2247
64	1558	1574	1685	1717	1739	1781	1784	1766	1873	1986	2036	2149	2143	2220	2145	2111
65	1475	1546	1555	1655	1718	1733	1771	1775	1757	1862	1966	2021	2131	2124	2211	2123
66	1245	1274	1286	1313	1498	1496	1579	1689	1718	1603	1689	1753	1841	1961	1792	1808
67	1264	1261	1248	1232	1270	1449	1462	1519	1657	1670	1565	1642	1698	1797	1913	1718
68	981	1092	1069	1016	990	1012	1178	1135	1183	1198	1141	1105	1144	1259	1313	1364
69	1015	974	1083	1051	1010	984	1006	1135	1135	1179	1185	1131	1091	1135	1245	1286
70	974	1002	955	1063	1038	995	977	977	1130	1127	1163	1167	1112	1076	1118	1225
71	792	937	964	919	1013	989	993	947	969	1124	1114	1150	1151	1093	1046	1096

72	750	786	923	949	909	999	983	965	945	954	1112	1096	1131	1128	1070	1024
73	704	736	759	909	943	898	995	944	961	938	942	1098	1074	1107	1097	1035
74	693	701	720	749	900	933	886	966	927	953	922	917	1077	1051	1080	1067
75	797	680	686	706	738	889	922	856	952	910	942	907	905	1055	1030	1056
76	773	779	658	668	699	733	874	888	838	940	896	920	871	890	1035	1002
77	731	758	755	651	655	685	729	845	877	826	922	881	902	840	863	1005
78	683	708	736	734	632	638	669	691	830	867	811	892	861	885	821	839
79	601	657	684	719	716	621	630	641	673	812	835	786	869	844	860	793
80	558	574	633	655	689	691	619	602	619	656	792	817	760	850	816	830
81	470	538	546	608	641	658	667	592	574	601	633	761	792	734	813	785
82	371	456	508	519	584	611	635	633	577	549	589	619	743	768	701	778
83	362	357	436	481	494	549	590	581	598	557	527	564	595	711	733	666
84	352	342	343	416	449	460	514	572	555	569	533	504	538	566	670	700
85	237	336	314	325	392	416	441	477	537	527	535	508	483	519	540	636
86	233	221	314	296	308	373	382	406	446	500	484	512	483	463	475	498
87	210	223	209	299	272	286	357	347	375	407	458	443	461	459	435	454
88	167	191	208	193	272	251	263	330	314	355	373	422	406	425	425	400
89	155	145	172	190	182	252	234	235	299	289	324	336	377	376	384	386
90	122	135	125	155	169	168	234	214	224	275	255	289	307	332	336	341
91	89	103	120	104	141	156	154	217	191	198	241	231	251	272	303	294
92	90	82	92	97	97	119	143	145	197	164	171	205	205	221	240	268
93	65	80	69	78	85	85	105	128	129	173	143	157	182	172	188	212
94	57	56	73	57	63	74	72	97	115	116	153	120	138	154	155	166
95	32	49	49	65	51	59	64	56	86	102	103	131	100	114	127	132

96	23	29	41	47	59	46	52	52	50	71	87	87	102	86	99	111
97	24	18	22	36	42	50	36	45	44	42	62	79	73	89	64	83
98	22	19	17	18	33	35	42	30	38	41	37	51	67	62	75	51
99	13	18	15	15	17	30	32	36	23	31	33	32	40	56	54	56
100	8	13	14	11	11	14	26	25	29	20	22	26	28	32	49	44
101	5	5	8	13	8	9	12	24	18	18	20	16	22	22	26	40
102	5	5	5	6	11	7	8	9	23	18	16	12	15	15	19	17
103	3	5	5	4	5	9	6	8	7	15	14	14	8	12	12	16
104	1	3	5	4	4	4	6	3	6	5	11	7	10	7	10	7
105	1	0	1	4	2	4	3	5	3	6	3	10	7	6	6	10
106	1	1	0	0	4	2	4	2	4	3	4	2	6	4	3	5
107	1	1	1	0	0	4	2	4	2	3	3	3	2	3	4	3
108	0	2	1	1	0	0	3	2	2	2	3	2	1	2	3	4
109	0	0	1	1	1	0	0	1	2	2	2	3	2	1	2	2
110	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2	2	1	2	1	1	1
111	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2	1	1	1	1
112	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
113	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
114	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
115	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
118	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Appendix 1b

Antal försäkrade kvinnor i avdelning I

Ålder	Antal 1990	Antal 1991	Antal 1992	Antal 1993	Antal 1994	Antal 1995	Antal 1996	Antal 1997	Antal 1998	Antal 1999	Antal 2000	Antal 2001	Antal 2002	Antal 2003	Antal 2004	Antal 2005
28	444	569	802	772	968	1020	1060	1045	1132	1211	1232	1182	1236	1139	1062	999
29	443	553	694	906	899	1119	1172	1195	1180	1270	1341	1412	1363	1437	1281	1164
30	507	568	672	799	1035	1012	1247	1272	1322	1339	1420	1497	1594	1564	1575	1399
31	569	602	665	767	929	1153	1137	1378	1394	1444	1484	1540	1670	1777	1686	1671
32	624	674	698	747	883	1047	1274	1250	1502	1520	1568	1617	1694	1831	1911	1786
33	639	719	769	777	837	976	1135	1387	1351	1640	1646	1701	1768	1845	1955	2010
34	690	735	798	856	879	956	1080	1235	1505	1478	1777	1784	1874	1919	1944	2060
35	666	782	852	886	956	987	1070	1164	1339	1636	1601	1918	1910	2015	2024	2029
36	700	766	857	928	989	1051	1090	1158	1265	1460	1750	1731	2079	2067	2134	2092
37	775	797	854	949	1046	1077	1146	1185	1264	1369	1563	1865	1879	2228	2192	2222
38	857	874	897	942	1044	1150	1185	1216	1271	1373	1474	1696	2016	2010	2340	2261
39	981	954	965	981	1029	1160	1232	1280	1303	1394	1462	1576	1826	2163	2143	2418
40	1024	1080	1036	1050	1075	1130	1260	1306	1363	1436	1487	1575	1715	1944	2262	2214
41	1142	1109	1179	1102	1136	1160	1237	1325	1381	1470	1536	1587	1710	1838	2046	2332
42	1281	1245	1190	1257	1195	1208	1264	1324	1407	1477	1577	1633	1713	1829	1919	2122
43	1434	1366	1343	1264	1325	1278	1294	1344	1404	1516	1571	1693	1751	1845	1929	1986
44	1477	1546	1471	1419	1354	1402	1374	1391	1424	1510	1605	1671	1810	1873	1933	1991
45	1487	1585	1636	1537	1519	1442	1477	1448	1456	1519	1606	1695	1798	1919	1934	1985
46	1665	1596	1668	1693	1625	1622	1533	1565	1521	1560	1603	1708	1792	1912	1988	1987
47	1730	1749	1684	1726	1767	1715	1706	1607	1643	1615	1650	1691	1834	1898	1982	2034

48	1662	1801	1822	1742	1801	1859	1789	1783	1660	1730	1694	1746	1781	1937	1967	2017
49	1520	1728	1852	1884	1812	1897	1934	1846	1848	1754	1817	1760	1841	1867	1998	2019
50	1438	1582	1780	1894	1958	1895	1977	1977	1926	1937	1840	1872	1849	1930	1934	2045
51	1504	1478	1637	1818	1954	2025	1953	2044	2041	2014	2010	1901	1962	1938	1996	1974
52	1375	1547	1529	1665	1854	2015	2082	2015	2108	2119	2072	2086	1993	2043	1992	2041
53	1285	1413	1585	1566	1709	1911	2088	2119	2069	2183	2183	2132	2183	2076	2091	2019
54	1304	1315	1436	1621	1614	1761	1960	2139	2168	2145	2241	2258	2221	2248	2124	2119
55	1222	1333	1345	1458	1653	1657	1794	1983	2184	2234	2202	2282	2325	2297	2303	2148
56	1206	1259	1359	1366	1486	1687	1691	1826	2023	2227	2279	2253	2349	2395	2339	2318
57	1268	1227	1278	1377	1399	1528	1718	1721	1854	2068	2283	2331	2306	2414	2440	2361
58	1425	1283	1250	1285	1391	1438	1553	1736	1743	1895	2096	2315	2378	2360	2448	2450
59	1471	1439	1292	1264	1314	1416	1456	1580	1760	1769	1921	2129	2355	2405	2402	2463
60	1454	1481	1453	1303	1289	1336	1432	1472	1595	1792	1786	1950	2167	2384	2449	2416
61	1353	1412	1457	1438	1290	1286	1330	1456	1489	1612	1802	1803	1981	2192	2398	2460
62	1447	1361	1412	1447	1450	1297	1297	1339	1451	1506	1628	1813	1822	2001	2203	2408
63	1355	1422	1344	1393	1452	1442	1297	1301	1346	1458	1493	1623	1811	1821	1969	2187
64	1236	1267	1334	1251	1289	1342	1378	1294	1304	1338	1441	1488	1602	1789	1754	1914
65	1227	1247	1257	1329	1240	1283	1328	1351	1312	1304	1329	1434	1494	1599	1785	1744
66	985	1022	1028	1030	1188	1091	1214	1275	1309	1227	1200	1252	1342	1406	1459	1621
67	926	978	991	984	985	1152	1053	1170	1247	1294	1196	1184	1219	1308	1378	1421
68	698	716	713	708	717	684	726	690	778	852	842	817	838	887	989	1046
69	699	690	709	695	700	710	681	707	687	777	845	832	812	830	882	973
70	668	691	679	695	688	691	707	670	706	682	771	840	825	804	814	869

71	484	631	666	637	661	634	649	680	664	697	662	754	824	806	790	805
72	450	478	607	647	626	655	629	624	672	659	692	648	740	810	798	780
73	442	442	463	592	636	615	647	605	622	663	652	683	636	727	795	776
74	410	433	418	454	588	628	606	627	602	616	651	640	675	619	714	775
75	438	405	412	405	447	582	620	587	622	594	600	637	624	664	608	705
76	469	430	375	391	393	437	570	598	578	614	583	587	613	610	647	588
77	435	452	403	364	384	383	426	552	582	563	604	567	573	593	590	629
78	356	423	441	395	357	377	377	404	539	565	552	592	555	561	569	570
79	338	346	403	427	384	350	370	359	394	531	546	532	574	545	544	554
80	277	325	332	390	422	369	338	349	351	377	515	525	504	551	524	531
81	199	263	311	316	378	397	360	321	337	341	355	495	500	485	530	508
82	120	190	253	293	307	361	374	338	309	323	327	336	478	482	469	511
83	97	113	181	240	282	294	339	358	326	292	313	311	326	455	459	450
84	100	93	104	169	223	264	275	321	334	303	273	296	287	310	432	436
85	73	94	86	97	154	212	247	259	299	307	286	248	271	275	291	403
86	63	67	86	78	97	142	198	231	240	277	285	264	230	252	255	273
87	40	59	59	78	77	91	130	178	205	218	256	262	242	205	232	230
88	36	38	54	49	75	73	83	122	162	190	202	233	243	220	188	218
89	24	31	36	54	44	64	66	72	107	145	166	169	199	209	190	174
90	20	23	26	31	48	42	59	61	65	94	130	142	150	183	176	169
91	15	19	21	23	28	43	35	57	54	51	81	113	124	123	152	154
92	18	13	17	19	20	21	35	29	47	48	45	67	101	107	104	131
93	14	11	11	10	14	18	19	28	22	39	42	34	57	84	96	81
94	9	10	9	11	8	12	10	15	23	20	31	33	27	44	68	82

95	3	6	8	7	9	7	10	9	15	18	14	24	27	14	36	55
96	4	3	5	6	5	8	7	8	5	13	16	10	21	22	12	20
97	3	2	3	5	5	4	5	5	6	4	11	12	8	15	16	7
98	5	0	2	2	4	4	4	5	5	6	4	7	8	8	10	10
99	0	4	0	1	2	2	4	4	3	4	3	2	6	8	6	7
100	2	0	2	0	1	2	2	2	2	1	3	3	2	3	3	4
101	0	2	0	2	0	0	2	2	1	2	1	2	3	2	2	3
102	0	0	2	0	1	0	0	1	2	1	2	1	0	2	1	1
103	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	2	1	0	0	1
104	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2	1	0	0
105	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
106	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

Appendix 6.2

Appendix 2a *Antal avlidna män i avdelning I*

Ålder	Antal 1990	Antal 1991	Antal 1992	Antal 1993	Antal 1994	Antal 1995	Antal 1996	Antal 1997	Antal 1998	Antal 1999	Antal 2000	Antal 2001	Antal 2002	Antal 2003	Antal 2004	Antal 2005
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
29	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
30	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	2	0	0
31	0	1	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
32	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
33	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	2	1	0	0	0	0

34	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
35	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	3
36	1	0	0	1	2	2	2	0	0	0	2	1	0	3	0	2
37	0	2	1	0	0	0	1	1	0	2	0	0	1	3	0	2
38	0	2	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	2	1
39	1	2	0	1	3	4	0	0	0	1	0	0	0	3	0	0
40	1	1	0	1	1	0	1	0	1	2	0	2	0	1	0	1
41	0	1	1	0	0	1	3	0	0	0	1	0	0	1	2	2
42	3	0	1	1	1	1	4	1	2	2	3	2	1	1	0	1
43	2	2	0	5	1	3	1	0	1	0	1	1	1	1	2	2
44	3	5	1	2	4	3	2	2	1	4	1	1	3	1	2	2
45	4	5	8	3	2	5	0	2	4	0	1	2	2	0	3	2
46	4	4	1	2	2	4	4	3	1	1	3	0	1	1	3	1
47	4	3	4	2	3	4	3	5	2	3	4	4	1	1	0	4
48	3	7	5	2	1	3	5	6	5	3	3	2	1	1	1	1
49	7	11	4	4	5	6	2	5	2	4	3	2	6	4	4	3
50	16	8	3	5	11	5	5	3	7	6	3	3	2	3	4	3
51	9	6	8	4	4	7	4	3	5	6	7	2	3	3	6	3
52	11	8	9	11	10	6	10	7	2	8	3	6	7	4	3	3
53	12	8	14	9	11	10	8	12	5	6	6	9	5	6	6	3
54	9	15	6	9	3	14	6	10	5	11	3	4	8	6	8	7
55	15	12	9	13	15	7	13	10	16	4	5	10	10	7	9	5
56	13	14	19	18	11	13	13	16	7	15	15	10	10	10	5	2
57	20	8	11	23	11	13	11	17	10	10	15	16	14	7	10	6
58	11	18	19	17	11	16	12	17	17	9	14	10	14	9	8	7

59	19	17	12	14	15	15	12	16	14	16	14	14	16	14	8	10
60	21	27	11	20	15	19	19	14	18	19	16	15	11	19	20	13
61	13	14	24	18	20	21	14	19	18	15	27	14	18	13	12	14
62	21	26	18	14	21	15	25	26	17	21	19	22	15	19	18	16
63	22	14	26	30	31	18	16	25	21	24	25	18	19	22	18	14
64	31	26	29	19	27	23	27	25	23	24	21	24	22	24	17	22
65	23	27	26	20	29	14	29	21	21	16	24	22	19	31	35	22
66	14	25	34	43	25	28	27	27	29	31	27	28	28	28	29	27
67	17	20	31	28	28	43	27	42	28	34	23	36	24	34	27	33
68	14	18	22	29	31	34	23	34	33	28	26	30	29	18	30	31
69	19	20	28	32	35	41	28	41	22	41	32	35	32	29	25	28
70	31	30	20	28	42	34	24	35	28	28	32	26	30	36	28	30
71	23	26	28	21	26	32	35	35	39	45	49	33	28	35	31	34
72	23	16	26	27	20	36	25	21	37	39	53	42	39	39	44	32
73	17	22	20	26	23	27	41	39	38	38	49	43	45	41	37	32
74	22	24	23	20	26	24	44	40	43	48	47	35	30	42	35	53
75	31	24	20	27	13	34	32	35	36	30	54	48	37	38	41	35
76	31	28	24	24	22	26	25	29	24	31	37	54	49	45	38	52
77	35	33	27	28	30	20	34	35	35	32	50	35	50	50	43	53
78	40	43	32	31	19	24	26	20	39	40	40	29	37	52	45	51
79	31	35	32	37	33	24	22	30	24	30	25	28	39	43	46	50
80	29	39	33	23	39	41	31	29	36	30	34	19	37	52	50	47
81	25	26	29	41	38	41	27	19	30	23	26	29	36	38	55	39
82	24	19	24	30	46	37	46	37	32	27	27	38	40	43	37	38
83	23	15	22	28	32	28	27	26	36	32	28	38	35	41	30	49

84	22	26	16	27	37	34	33	34	37	34	28	28	30	36	35	38
85	12	23	31	14	20	42	35	36	32	37	28	30	34	29	46	46
86	18	9	16	22	20	19	27	25	32	36	27	42	31	29	24	31
87	15	14	14	19	12	22	24	30	28	28	36	31	30	28	25	37
88	17	11	10	11	10	10	24	24	22	21	35	37	29	30	30	26
89	11	16	7	10	9	14	9	17	15	29	25	20	30	30	34	37
90	10	9	11	7	4	6	10	8	15	25	17	19	14	17	26	27
91	3	3	16	6	15	9	7	7	16	10	9	21	21	23	26	33
92	6	6	5	7	8	7	6	7	14	15	5	15	16	18	10	13
93	5	1	2	5	6	5	5	3	4	8	11	10	18	7	10	16
94	1	1	3	0	3	3	4	2	5	6	7	6	9	10	13	10
95	1	2	2	1	0	4	6	1	6	3	1	6	5	9	11	6
96	0	2	1	2	1	1	1	3	1	0	4	6	3	2	3	4
97	0	1	1	0	3	1	0	3	1	2	1	0	3	2	4	2
98	1	0	1	0	0	1	2	2	4	0	3	1	5	1	2	2
99	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	2	1	1	1	2	1
100	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	1
101	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	2	0	0	0
102	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
103	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
104	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
105	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Appendix 2b
Antal avlidna kvinnor i avdelning I

Ålder	Antal 1990	Antal 1991	Antal 1992	Antal 1993	Antal 1994	Antal 1995	Antal 1996	Antal 1997	Antal 1998	Antal 1999	Antal 2000	Antal 2001	Antal 2002	Antal 2003	Antal 2004	Antal 2005
28	0	0	2	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
29	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0
30	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
31	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2
32	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	1	0	0	0
33	0	0	1	0	0	1	0	0	2	0	1	1	0	1	1	1
34	1	1	0	0	0	0	0	5	0	0	1	0	1	0	0	0
35	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	2	1
36	0	0	0	0	1	1	0	2	1	1	0	1	1	2	0	2
37	2	2	0	0	1	2	0	0	0	0	0	3	0	2	0	0
38	1	0	0	0	1	2	1	1	2	0	1	0	3	2	3	3
39	2	2	2	1	1	1	0	2	2	2	1	0	2	1	0	1
40	1	0	1	0	0	0	1	1	0	2	3	3	0	1	2	0
41	1	2	2	1	0	1	1	1	2	1	0	0	1	0	1	1
42	3	3	1	2	0	2	1	2	2	3	2	0	1	1	4	3
43	2	6	1	2	2	2	2	1	2	1	3	3	0	3	2	2
44	1	0	6	3	1	4	1	3	0	0	0	1	3	2	3	3
45	8	1	0	1	1	2	1	0	0	1	2	1	0	2	2	0
46	4	2	2	3	3	2	2	0	1	2	1	1	1	1	2	3
47	1	4	2	5	2	5	4	0	4	1	2	3	1	3	4	1

48	4	5	4	2	5	7	2	4	0	2	3	3	2	1	3	4
49	4	5	5	5	4	9	4	4	2	4	1	4	2	3	6	1
50	4	6	3	9	4	6	1	7	3	3	3	7	5	1	2	6
51	5	5	6	7	8	1	3	5	4	1	5	3	9	8	7	3
52	6	7	10	5	4	7	7	3	4	7	12	3	4	3	5	4
53	8	5	3	2	1	8	9	7	9	5	3	3	4	5	5	4
54	4	0	8	5	4	9	8	5	3	7	5	2	7	2	5	6
55	2	8	5	7	3	6	8	7	6	4	7	8	7	3	13	8
56	4	4	3	5	7	5	9	4	6	6	12	9	6	6	5	13
57	4	7	12	4	6	10	10	11	7	8	12	4	13	8	9	5
58	7	5	3	5	6	7	4	9	6	5	9	9	5	8	6	7
59	8	11	6	5	9	7	8	8	6	6	13	9	13	3	16	9
60	12	8	3	9	11	8	4	5	8	10	6	12	5	17	13	11
61	3	16	18	10	12	5	8	16	7	10	8	9	15	14	10	14
62	9	8	11	4	14	8	11	14	6	7	5	8	13	10	7	13
63	12	11	10	7	14	14	8	5	14	9	14	11	8	12	11	23
64	7	14	7	8	11	9	12	8	4	8	6	7	7	10	9	11
65	7	12	12	16	15	11	12	12	4	6	9	8	8	9	17	18
66	14	24	13	20	13	15	13	19	15	13	13	14	5	11	14	14
67	9	15	14	13	16	15	18	16	17	13	5	12	25	16	20	16
68	10	6	16	19	17	10	12	12	10	12	8	7	18	8	17	13
69	10	5	16	8	18	13	18	16	19	15	6	16	14	22	15	13
70	13	6	3	16	6	12	17	12	28	13	15	16	10	23	11	17
71	8	13	12	14	14	15	20	15	20	14	22	25	27	19	22	14
72	7	8	14	12	17	14	6	20	24	21	19	28	20	24	34	13

73	8	5	8	4	8	12	11	21	18	15	22	16	32	24	27	28
74	9	13	9	10	9	16	15	10	21	21	29	32	16	17	25	28
75	7	7	10	16	11	12	15	15	20	20	25	17	19	28	38	24
76	16	12	10	8	9	15	10	18	19	17	26	26	36	32	25	37
77	12	9	9	9	6	9	10	17	26	14	20	21	33	32	44	34
78	10	19	14	9	6	10	11	14	6	14	18	22	22	27	32	25
79	12	14	13	5	18	15	13	9	19	18	19	33	28	27	31	27
80	15	13	18	16	24	9	10	16	10	23	20	29	22	32	26	33
81	11	9	12	12	14	23	20	16	17	17	19	19	20	21	27	37
82	6	9	14	17	11	22	19	13	19	13	18	9	24	22	21	31
83	7	8	10	18	18	15	15	25	23	18	17	26	12	24	21	27
84	8	5	7	13	15	18	16	22	24	16	22	27	12	14	34	30
85	5	6	7	3	12	14	17	17	20	22	22	18	20	19	19	21
86	5	7	5	2	6	13	15	23	20	20	23	22	25	18	24	21
87	2	4	9	6	5	6	9	16	11	15	22	16	20	17	12	16
88	4	1	0	5	9	8	10	13	15	25	29	33	30	29	11	14
89	1	4	4	4	1	4	9	6	13	15	23	18	15	29	21	21
90	0	2	2	3	7	4	6	8	13	10	14	17	27	29	20	22
91	2	1	2	2	8	6	5	8	3	6	14	11	15	18	19	20
92	3	1	5	5	0	2	6	4	6	5	9	10	16	9	18	18
93	2	1	0	1	2	6	6	4	1	7	8	4	12	17	13	10
94	1	1	1	2	0	1	1	0	3	6	5	6	12	9	10	22
95	0	0	2	1	1	0	2	3	1	1	4	3	4	2	11	12
96	1	0	0	1	1	2	3	1	0	2	3	1	7	4	5	7
97	3	0	0	1	1	0	0	0	0	0	3	4	0	4	6	0

98	1	0	1	0	0	0	1	1	0	3	2	1	0	2	3	4
99	0	2	0	0	0	0	1	0	2	1	0	0	3	3	0	1
100	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	2
101	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
102	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	2	0	0
103	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
104	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
105	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0

Slutsats

Bakom nedgången i dödligheten de senaste årtiondena ligger förbättrade levnadsförhållanden på en rad olika områden. Det finns fler positiva tecken som talar för förbättringar av levnadsförhållanden och livsstil även i framtiden. Vi vet till exempel att allt färre unga börjar röka och att andelen rökare bland män minskar, samt att allt fler motionerar på sin fritid, faktorer som har betydelse för hälsa och livslängd.

Det finns även tydliga negativa faktorer som främst gäller yngre individer. Ökad stress i arbetslivet, detta kan i framtiden få allvarliga följder för hälsan. Alkoholkonsumtionen har också ökat, vilket på lång sikt kan ge följder på den alkoholrelaterade dödligheten. Den ökade andelen överviktiga/feta och ökad regelbunden motion är motstridigt och kan bero på att det finns tendens till mer stillasittande, särskilt bland barn (datorer, TV-spel mm).

Medicinska framsteg har minskat dödligheten. Inom hjärt-kärlsjukdomar har det skett en betydande utveckling. Bara en så enkel insats som vaccination av alla speciellt äldre mot influensa och lunginflammation ger tydlig effekt på överlevnad. Denna utveckling antas fortsätta även i framtiden.

När Makehams modell anpassas till den observerade dödligheten år 2005 ger denna för kvinnor en bra anpassning till nästan hela åldersintervallet 28-100, dock ej för de allra högsta åldrarna (97-100). För män däremot är anpassning bra enbart mellan åldrarna 35-80. Vid projicering av Makehams modell fram till år 2050 ger denna en bättre anpassning vid låga åldrar, den ger dock sämre skattning vid de allra högsta åldrar (95-100) där den underskattar den observerade dödligheten alldeles för mycket.

Vid anpassning av Lee-Carters modell till den observerade dödligheten år 2005, blir modellen anpassning bäst för män, för kvinnor underskattar den dödligheten under hela det valda åldersintervallet (55-87). Efter projicering av Lee-Cartermodellen visar det sig att Lee-Cartermodellen skattad med försäkringsdata ger en bra anpassning för högre åldrar för både män och kvinnor. Detta beror på att modellen innehåller fler parametrar än Makehams modell och ger då en bättre skattning vid de höga åldrarna.

Om man skulle använda sig av resultatet som denna studie ger, är min rekommendation att man använder Makehams modell på de låga åldrarna och Lee-Cartermodell på de allra högsta åldrarna för att få en bra skattning av de framtida dödligheterna.

Man bör dock ha i åtanke att insamlingsfasen kan ha dolda fel, och det saknas många åldersgrupper i det ursprungliga datamaterialet, vilket gör det svårt att skatta parametrarna i båda modellerna.

Dödsriskerna är lägre för kvinnor om man jämför dessa med männen, detta gäller för den observerade dödsrisken samt för modellerna som har valts att studera i denna analys.

Referenser

Bongaarts John, population Council 2004 No.192

Booth, H., Maindonald, J., Smith, L. Age-Time interactions in mortality projections: Applying Lee-Carter to Australia. Working papers in Demography, Revised 2 August 2002.

Brouhns, N., Denuit, M., Vermunt, J.K (2002a). A Poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected lifetables. Insurance: Mathematics and Economics 31(2002) s:373-393.

Haberman Steven, Wong-Fupuy Carlos. Projecting Mortality trends: Recent developments in The United Kingdom and The United States.

Heligman, L., Pollard M.A and J.H., B.Sc.,PH.D.,F.I.A. The age pattern of mortality. JIA 107 (1980) s:49-80.

Higgins Tim., Matematical Models of mortality. Presenterad at the Workshop on mortality Modeling and forecasting Australian National University.

Lawrence R. Carter, Prskawetz A., Examining Structural Shifts in Mortality Using the Lee-Carter method. MPIDR Working Paper WP 2001-007, March 2001. Max-Planck Institute for Demographic Research.

Lazar Dorina,. On the forecasting mortality using the Lee-Carter method. Babes Bolyai-University, Faculty of Economic Science, Cluj-Napoca, Romania.

Lee, R,. The Lee-Carter Method For Forecasting Mortality, With Various Extensions And Applications.

Lee, R., Li, N., Tuljapurkar, S,. Using the Lee-Carter Method to forecast Mortality for Population with Limited Data. December 2, 2002.

Lee, R., Miller, T,. Evaluating the performance of the Lee-Carter Mortality Forecasts. Tillgänglig via www.demog.berkeley.edu .

Li Siu-Hang & Chan, Wai –Sum(2004). The Lee-Carter model for forecasting mortality revisited. Presenterad vid the American SOA´s Living to 100 and beyond International Symposium, januari 2005, Orlando, USA.

Lundström, H., Qvist, J., Mortality Forecasting and Trend Shifts:an Application of the Lee-Carter Model to Swedish Mortality Data. Working papaer presented at the seminar on ” How to deal with uncertainty in population forecasting” in Vienna December 12-14, 2002.

Renshaw, A.E., Haberman , S.(2003). On the forecasting of mortality reduktion faktors. Insurance: Mathematics and Economics 33.(2003) s: 379-401.

Renshaw, A.E., Haberman , S.(2003). Lee-Carter mortality forecasting with age specific enhancement. . Insurance: Mathematics and Economics 33.(2003) s:255-272.

Statistiska Centralbyrån, Dödlighet efter utbildning, boende och civilstånd, Finns tillgänglig under Demografiska rapporter 2003:4.

Ozeki, Masakazu (2004). Applying mortality models to Japan. Presenterad vid the American SOA's Living to a 100 and beyond International Symposium, januari 2005, Orlando, USA.

Pasdika, Ulrich & Wolff, Jürgen(2005). Coping with longevity-the new German annuity valuation table DAV 2004 R. Presenterad vid the American SOA's Living to a 100 and beyond International Symposium, januari 2005, Orlando, USA.

Willems Richard. Mortality in the next millennium.

Statistiska Källor:

Statistiska Centralbyrån., Sveriges framtida befolkning: Befolkningsframskrivning för åren 2003-2005. Finns tillgänglig under Demografiska rapporter 2003:4.

Befolkningsframskrivning med Lee-Carter modellen, Givet av Hans Lundström på Statistiska centralbyrån.