

Matematisk statistik
Stockholms universitet

Livförsäkringsbolags riskskattning i
sjukligheten och dess tillämpning i
Solvens II

Kia Buranakol

Examensarbete 2006:14

ISSN 0282-9169

Postadress:

Matematisk statistik
Matematiska institutionen
Stockholms universitet
106 91 Stockholm
Sverige

Internet:

<http://www.matematik.su.se/matstat>



Matematisk statistik
Stockholms universitet
Examensarbete 2006:14,
<http://www.matematik.su.se/matstat>

Livförsäkringsbolags riskskattning i sjukligheten och dess tillämpning i Solvens II

Kia Buranakol*

September 2006

Sammanfattning

Överlag är det besvärligt att behandla sjukförsäkring då sjukligheten ändras med tiden och en prediktion är svår att genomföra. I rapporten görs en analys gällande skattningar av övergångsintensiteter för dödlighet och tillfrisknande över långtidssjukas kön, ålder och tid.

Då dataunderlaget består av antalet avlidna, tillfrisknade och sjuka, skissas en förenklad sjukmodell upp med diskreta skattningar av tillhörande övergångsintensiteterna dödlighets- och tillfrisknandeintensitet.

Illustrationer av dessa intensitets-skattningar görs för åren 1996-2002 med en utveckling över de långtidssjukas åldrar. Dödlighetsintensitets-skattningen ökar med åldern för både män och kvinnor. En jämförelse görs mot Makehams dödlighetsantagande och resultatet visar att långtidssjuka löper större risk att avlida än friska. Tillfrisknandeintensiteterna sjunker med åldern för både män och kvinnor, med undantag för de yngsta långtidssjuka. De flesta av dessa är långtidssjuka i minst tio år. Intensitets-skattningarnas utveckling över åren visar att tiden gör ingen större inverkan på dödlighetsintensiteten. Däremot påverkas tillfrisknandeintensiteten av samhällsutvecklingen som i vårt fall har genererat högre tillfrisknande.

En skattning av osäkerheten i sjukligheten genomförs med percentilskattning. Denna uppvisar procentuella avvikelser på antal avlidna och tillfrisknade från deras observerade värden, på olika sannolikhetsnivåer. Med dessa uppgifter som hjälp kan ett försäkringsbolag bestämma en tillräckligt stor livförsäkringsavsättning.

Förberedelser för nya solvenskrav i Solvens II görs bland annat med bestämmande av storleken för riskkapitalet under nästa år. Riskkapitalet ska

*E-post: kia.buranakol@if.se. Handledare: Thomas Höglund.

ta hänsyn till volatilitetsförändringar i framtiden. Här berörs dödlighetsrisken och biometriska risken med fastställande av volatilitetsskattningarna för båda fallen.

Abstract

Generally it is troublesome to manage sick insurance when morbidity changes over time and a prediction is difficult to make. In this report an analysis was conducted regarding estimations on transition-intensities of mortality and recovery amongst the long-term sick considering gender, age and time.

As the basic data consists of the number of deceased, recovered and morbid, an outline of a simplified morbidity model was made with discrete estimations on the associated transition intensities - mortality and recovery intensity.

Illustrations of these intensities estimations were carried out for the years 1996-2002 with a development on the ages of the long-term sick. The estimate of the mortality intensity increases with age for both men and women each year. A comparison was made with Makehams assumption on mortality rate and the result shows that long-term sick carries a higher risk of dying than healthy people. The recovery intensity decreases with age for both men and women each year, with the exception of the youngest long-term sick. Most of them have been sick for at least ten years. The development of the intensity estimations for time show that time does not have any remarkable affect on the mortality intensity. The recovery intensity is however affected by the development in the society which in this case has generated higher rate of recovery from sickness.

An estimation of the insecurity in morbidity was conducted with percentile estimation. It shows percentage deviations on the number of deceased and recovered from their observed values, on different levels of probability. With this information at hand an insurance company can set a sufficient technical provision for life insurance.

Preparations for coming solvency requirements in Solvency II was, among others, carried out by determining the size of risk capital for the following year. The risk capital is to take the future changes in volatility into consideration. Here the mortality risk and the biometric risk were concerned in the establishment of volatility estimations in both cases.

Förord

Denna studie om ett livförsäkringsbolags riskskattningar utgör mitt examensarbete om 20 poäng för magisterexamen i matematisk statistik vid Stockholms universitet.

Arbetet utfördes på KP Pension & Försäkring under VT 2006.

Ett stort tack vill jag rikta till min handledare på KP, Gunnar Andersson, VD för KP Pension & Försäkring, för möjliggörande av detta examensarbete och även för den högst kompetenta och ovärderliga hjälp jag fått.

Jag vill även tacka:

Thomas Höglund, min handledare på Matematiska institutionen, Stockholms universitet för den rådgivning och vägledning jag fått.

Arne Sandström på Försäkringsförbundet.

David Persson på SEB Trygg Liv.

Astrid Brygel, Peter Berggren och alla andra medarbetare som gjort KP till en välkomnande och trivsamt arbetsplats.

Mina närmsta för allt otroligt stöd.

KP Pension & Försäkring

KP Pension & Försäkring, startade sin verksamhet 1942 och administrerar kollektivavtalade tjänstepensionsförsäkringar inom skilda avtalsområden för anställda i företag med anknytning till konsumentkooperationen eller folkrörelser.

Idag omfattar verksamheten drygt 4 100 företag och organisationer med totalt omkring 129 000 anställda. Tillsammans med pensionärer och fribrevshavare uppgår antalet försäkrade till cirka 287 000.

Verksamheten bedrivs inom fyra juridiska enheter:

- Konsumentkooperationens pensionskassa, försäkringsförening, erbjuder både förmåns- och premiebaserad pensionsförsäkring åt anställda inom konsumentkooperationen och andra företag och organisationer med anknytning till folkrörelserna.

- Konsumentkooperationens pensionsstiftelse som i uppdrag av arbetsgivare, styr utbetalningen av pension å deras vägnar.

- Kooperationens pensionsanstalt (KP) Fondförsäkring AB erbjuder de försäkrade att som komplement till traditionell försäkring placera premier i fondförsäkring. Fondförsäkringsbolaget samarbetar med flera större fondförvaltare.

- Kooperationens pensionsanstalt (KP) Pension & Försäkring HB utför uppdrag åt andra än KP:s övriga juridiska personer. Garantin om utbetalningar av ålderspension säkras genom avsättning till Pensionsstiftelsen eller genom försäkring i Pensionskassan eller Fondförsäkringsbolaget.

De pensionsplaner som administreras inom KP har sin motsvarighet i ITP och Avtalspension SAF-LO och benämns KTP respektive KAP.

SAMMANFATTNINGi
ABSTRACTiii
FÖRORDiv
KP PENSION & FÖRSÄKRINGv
KAPITEL 1 INLEDNING1
1.1 PROBLEMFÖRMULERING1
KAPITEL 2 BALANSRÄKNING1
2.1 SOLVENS2
2.1.1 Solvenskrav2
2.1.2 Solvens I3
2.1.3 Vidare antaganden och riskhantering.....	..3
2.1.4 Solvens II4
2.1.5 QIS25
2.2 BIOMETRISK RISK5
KAPITEL 3 DATA5
KAPITEL 4 TEORI6
4.1 BAKGRUND.....	..6
4.2 DEN KLASSISKA SJUKFÖRSÄKRINGSMODELLEN6
4.3 DEN FÖRENKLADE MODELLEN8
KAPITEL 5 INTENSITETSSKATTNING9
5.1 DÖDLIGHETSINTENSITETSSKATTNINGAR GRAFISKT	11
5.1.1 Män respektive kvinnor åren 1996-2002	11
5.1.2 Män respektive kvinnor årsvis	12
5.2 TILLFRISKNANDEINTENSITETSSKATTNINGAR GRAFISKT	13
5.2.1 Män respektive kvinnor åren 1996-2002	13
5.2.2 Män respektive kvinnor årsvis	14
KAPITEL 6 RISKSATTNING	15
6.1 PERCENTILSKATTNING	15
6.2 BIOMETRISK RISKSATTNING	19
6.2.1 Skattning inom QIS2.....	19
6.2.2 Alternativ skattningmetod för biometrisk risk.....	22
KAPITEL 7 SLUTDISKUSSION	25
Appendix	27
A. Termer	27
Referenser	29

1. Inledning

Denna rapport behandlar en besvärlig del av en av livförsäkringsbolags verksamheter, nämligen sjukförsäkring. Närmare behandling görs på skuldsidan av livförsäkringsbolagets balansräkning där riskmätningar i sjukligheten utförs. Sådana mätningar ger värdefull information för ett livbolag, speciellt vid uppfyllande av de nuvarande regelverken men också för att förbereda sig för de kommande, mer riskbaserade regelverken.

1.1 Problemformulering

Försäkringsbolag som erbjuder sjukförsäkring sätter av en *sjukreserv* som definieras som summan av förväntade framtida utbetalningar på grund av det pågående sjukfallet.

Sjukreserven skall vara tillräckligt stor för att täcka de framtida utbetalningarna. Beräkningar för att få fram dess storlek grundar sig på sjuklighetsskattningen, en framtida prognos om sjuklighetens omfattning och varaktighet.

Faktorer som påverkar sjukligheten är till exempel ålder, kön, nya medicinska lösningar men även externa faktorer som konjunkturcykler och omvärldsproblem som i det långa loppet bidrar till att sjukligheten förändras över tiden. Eftersom sjukligheten ändras med tiden, är det svårt att prediktera. Det finns en osäkerhet i sjuklighetsskattningen.

Syftet med detta arbete är att skatta osäkerheten i ett sjuklighetsbestånd och fastställandet av den biometriska risken (avsnitt 2.2 och 6.2). Denna information behövs för att uppfylla EU:s nya regelverk för försäkringsbolag, *Solvens II* (avsnitt 2.1.4).

Tillvägagångssättet för att utföra en osäkerhetsskattning i sjukligheten är framtagande av avvecklingsfunktionens (sannolikheten att en insjuknad person är fortfarande sjuk t år senare) percentiler då percentilskattning är ett sätt att mäta osäkerhet.

2. Balansräkning

Uppgifter om ett bolags *tillgångar* och *skulder* har sin plats i dess balansräkning. För ett typiskt livförsäkringsbolag ser balansräkningen ut på följande sätt:

Tillgångar	Skulder
Placeringstillgångar	Eget kapital
Fordringar	Obeskattade reserver
Andra tillgångar	Försäkringstekniska avsättningar
Förutbetalda kostnader och upplupna intäkter	Avsättning för andra risker och kostnader
	Skulder
	Upplupna kostnader och förutbetalda intäkter

Den post som fungerar som vår sjukreserv är de försäkringstekniska avsättningarna (FTA) och består av *livförsäkringsavsättningen* och avsättning för oreglerade skador.

Livförsäkringsavsättningen ska täcka de framtida utbetalningar för dödsfall som premie ej har fått in för. Syftet för försäkringsbolaget är alltså att sätta av pengar för att kunna betala om någon av de sjuka i kollektivet dör.

2.1 Solvens

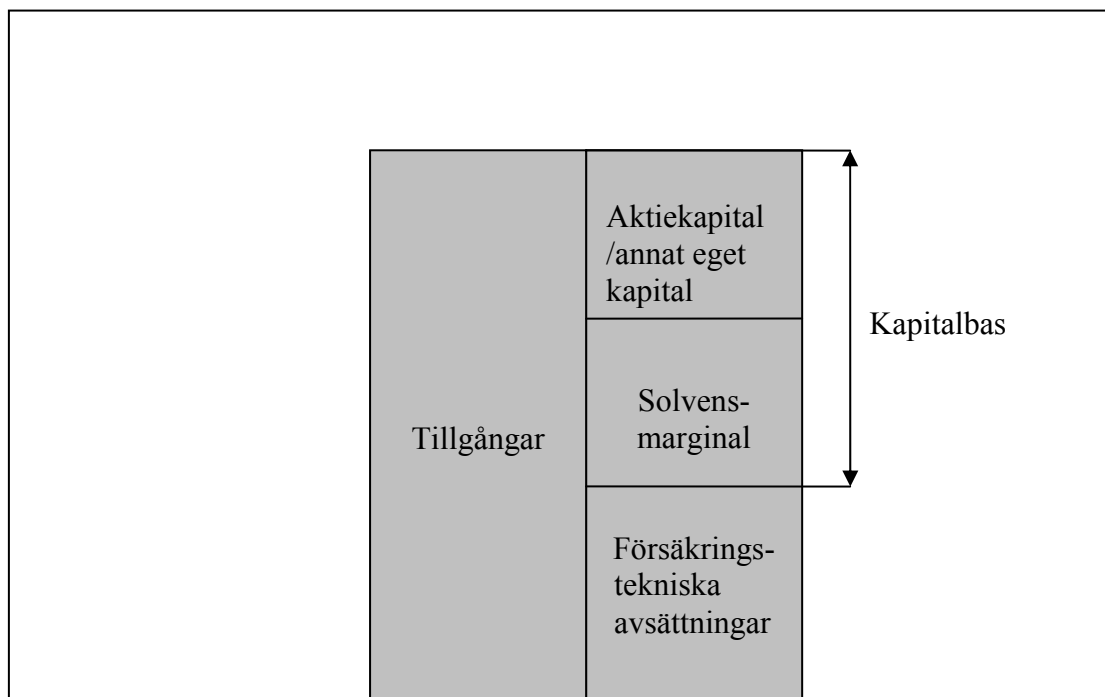
Solvensmarginalen är en buffert i ett bolags tillgångar vars syfte är att skydda dess försäkringstagare men även bibehålla stabiliteten på finansmarknaden.

Värdet av försäkringsbolagets tillgångar måste alltid minst motsvara dess garanterade åtaganden, det vill säga inklusive den garanterade räntan men inte den preliminära återbäringsräntan.

För att skapa en gemensam finansmarknad och för att motivera försäkringsföretagen att mäta och hantera sina risker inom EU har Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors (CEIOPS) infört *solvenskrav*. Kommittén arbetar med konvergens i tillsyn av försäkringsbolag och tjänstepensionsfonder i EU. Finansinspektionen (FI) medverkar i kommittén genom att vara den myndighet i Sverige som ser till att livbolagen följer reglerna och uppfyller solvenskraven.

2.1.1 Solvenskrav

För traditionell livförsäkring innebär reglerna att bolagen ska ha en kapitalbas som motsvarar minst 4 procent av de försäkringstekniska avsättningarna, som är en värdering av bolagets åtaganden mot försäkringstagarna. Det uttrycks så att bolagen ska ha en solvenskvot, kapitalbas i förhållande till solvensmarginal, som uppgår till minst 1. Solvensmarginalen beräknas som just 4 procent av de försäkringstekniska avsättningarna (samt 0.1% av de så kallade positiva risksummor, men dessa bortses).



Figur 1: Schematisk balansräkning för ett försäkringsbolag

2.1.2 Solvens I

Det nuvarande solvensregelverkets, *Solvens I*'s, syfte är att stärka försäkringstagarnas skydd genom skärpta solvenskrav och ett klargörande av Finansinspektionens möjligheter att ingripa på ett tidigt stadium. Det är viktigt att skydda försäkringstagarna men också att försäkra om stabiliteten på den finansiella marknaden.

Sedan Solvens I utvecklades under 1970-talet har bland annat försäkringssektorn, de finansiella marknaderna och redovisningsregler förändrats dramatiskt, en utveckling som fortsätter med oförminskad styrka.

För de finansiella företagen innebär detta utmaningar, men också för den finansiella regleringen och tillsynen. Utvecklingen innebär förnyelse av produkter, produktionsteknik, distributionsformer och företagsstruktur. Finansiell verksamhet blir dessutom i högre grad både sektorsöverskridande och gränsöverskridande, och de finansiella instrumenten blir fler och mer komplicerade. Ett allt bredare spektrum av finansiella tjänster och instrument utnyttjas av en allt större del av befolkningen. Finansiella störningar och problem får snabbare och bredare genomslag både för de enskilda konsumenterna och för samhällsekonomin, och allt fler människor påverkas direkt av händelser på allt fler marknader.

Dessa strukturförändringar driver också fram nya internationella regelverk, inte minst inom EU. Allt detta innebär en ny och mer omfattande agenda för den finansiella tillsynen.

Att försäkringssektorn rör sig från ett direkt kontrollerande system till en mer icke-reglerad miljö, kräver också nya tillvägagångssätt av riskkontroll och – hantering. En ny och förbättrad teknik behövs för att övervakarna skall kunna kontrollera försäkringsbolagen. Därför inför CEIOPS nya solvenskrav för försäkringssektorn vid benämning av *Solvens II*.

2.1.3 Vidare utveckling av antaganden och riskhantering

I dagsläget präglas livbolagens avkastningsantaganden av försiktighet och FI kan konstatera att orealistiska inslag förekommer när bolagen upprättar kalkyler över driftskostnader och andra försäkringskostnader. Överkostnader, det vill säga utfall utöver normala schablonkostnader, förekommer regelmässigt och belastar bolagens kapitalavkastning. Det krävs därför i Solvens II att bolagen baserar sina långsiktiga kalkyler på realistiska kostnadsantaganden och informerar försäkringstagarna på ett tydligt sätt om den förväntade kostnadsutvecklingen.

De nuvarande solvensreglerna för bankverksamhet utgår från riskerna på tillgångssidan - de föreskriver att kapitalbasen ska ha en viss minsta storlek beroende på storleken på tillgångarna och hur de fördelar sig på olika riskklasser. Det är värt att notera att riskerna på skuldsidan, finansieringsriskerna, inte beaktas.

Riskerna för försäkringsverksamhet utgår däremot från skuldsidan. Kapitalbasen beräknas i princip på samma sätt som i banker, skillnaden ligger i att försäkringsbolag, eftersom man använder sig av ett återbäringssystem, normalt har ett stort eget kapital i form av balanserade överskottsmedel.

Storleken på kapitalbasen bestäms alltså från skuldsidan. Det kan därför framstå som att tillgångssidan inte har någon påverkan. Däremot finns det en koppling genom att skulderna,

de försäkringstekniska avsättningarna, beräknas utifrån åtagandena med hjälp av en diskonteringsfaktor som speglar den förväntade avkastningen på tillgångarna.

Denna diskonteringsfaktor, kallad ”högsta räntan” beslutas löpande av FI inom ramen för ett EU-direktiv som föreskriver att den ska vara 60 procent av marknadsräntan för långa statsobligationer. Det finns alltså en koppling mellan kapitalbasen och tillgångssidan, men den tar inte hänsyn till riskerna på tillgångssidan på ett fullt tillfredsställande sätt. Det innebär att den egna kapitalbuffert som bolagen måste hålla inte påverkas av risken i placeringarna. Erfarenheterna från problemen i livbolagssektorn de senaste åren visar tydligt att riskerna i placeringarna kan ha avgörande betydelse för livbolagens solvens och deras långsiktiga förmåga att stå för sina åtaganden gentemot försäkringstagarna.

För att ett livförsäkringsbolag ska kunna hantera riskerna på tillgångssidan räcker det inte med att de sprider sina risker mellan olika tillgångsslag. Det krävs också att en matchning sker så att långfristiga försäkringsåtaganden täcks av placeringstillgångar med motsvarande löptider.

Försäkringsbolagen gör åtaganden mot sina kunder där man garanterat ett visst belopp. Detta åtagande sträcker sig över en lång tid framöver. De placeringstillgångar som försäkringsbolagen investerar i: räntebärande obligationer, aktier och fastigheter, ger begränsade möjligheter till en nära matchning av bolagens långfristiga åtaganden. Det är svårt för livbolagen att finna räntebärande tillgångar i svenska kronor med tillräckligt lång duration. För att investera långfristigt kan därför livbolagen till en del ersätta långa obligationer med aktier, men det ger knappast någon perfekt matchning, eftersom aktier per definition har en obegränsad löptid.

2.1.4 Solvens II

Solvens II syftar till att utveckla och anpassa gränsvärden och andra regleringsnormer till förändrade krav och förutsättningar. Detta solvenssystem beräknas träda ikraft 2010-12 och kommer att bestå av:

- Pelare I: Nya regler för beräkning av kapitalkrav. Beräkningar av tekniska avsättningar på ett enhetligt sätt.
- Pelare II: Kvalitativa krav på riskhantering och intern kontroll.
- Pelare III: Krav på information och rapportering av relevant information till marknaden.

Samtidigt ska man tänka på att processen mot mer enhetliga europeiska regelverk inte är avslutat när man genomfört de direktiv och förordningar som hittills beslutats eller föreslagits. Detta är alltså början på en lång harmoniseringsprocess.

Ett omfattande arbete pågår inom CEIOPS för att bestämma exakt hur de olika ramarna för en gemensam tillsynsprocess ska se ut i framtiden. Förslag på dessa ramar finns sammanställda i *Solvency*¹, som olika modellantaganden inom teorin för solvens.

¹ Arne Sandström (1996)

2.1.5 QIS2

Under år 2006 genomförs en studie, QIS2 (Quantitative Impact Study 2), av CEIOPS där man undersöker hur de föreslagna kraven i Solvens II fungerar i praktiken. De försäkringsbolag på den svenska marknaden som deltar i studien gör beräkningar av bolagens risker och besvarar ett antal kvalitativa frågor.

2.2 Biometrisk risk

Den biometriska risken uppkommer från individernas fysiska och biologiska status. Risken kan delas upp i dödsrisk och sjukrisk, antalet avlidna respektive sjuka under en viss tidsperiod i en viss ålder i relation till folkmängdens storlek vid periodens början. Den biometriska risken kan tillämpas inom både livförsäkring och sakförsäkring. Ett antagande görs om att de biometriska riskerna är okorrelerade med andra risker.

3. Data

Till förfogande har vi ett datamaterial som består av ett typiskt bestånd med långtidssjuka i en affär mellan åren 1996-2005 och i åldrarna 17-65, som antingen faller bort ur sjukdomstillståndet eller fortsätter vara sjuka. Bortfall sker då de långtidssjuka avlider, tillfrisknar eller uppnår åldern 65 då sjukförsäkringen upphör gälla. Uppgifter om antal för dessa finns för både män och kvinnor.

Datauppgifter saknas för vissa år och åldrar, varav datamaterialet har skurits ned från åren 1996-2005 och åldrarna 17-65 till de långtidssjuka som verkar mellan åren 1996-2002 och åldrarna 21-64.

Datamaterialet innefattar även de långtidssjuka som har insjuknat redan före år 1996 och de som avlider eller tillfrisknar efter år 2002. De figurerar i datamaterialet i de tillstånd som är aktuella för dem under åren 1996-2002.

En långtidssjuk observeras under ett kalenderår, från januari till december, och markeras som sjuk tills ett eventuellt bortfall inträffar närsomhelst under kalenderåret.

De resterande som inte faller bort fortsätter att vara sjuka och ingår i de efterföljande åldersgrupperna tillsammans med andra nyinsjuknade. När bortfall då sker, markeras de som döda eller friska, om detta sker till och med år 2002.

Beståndet med 64-åriga kvinnor och män avviker markant från de andra åldrarna vilket är följden av att många sjuka markeras som både avlidna och tillfrisknade när det egentligen beror på att sjukförsäkringen avslutas vid 65-årsåldern.

4. Teori

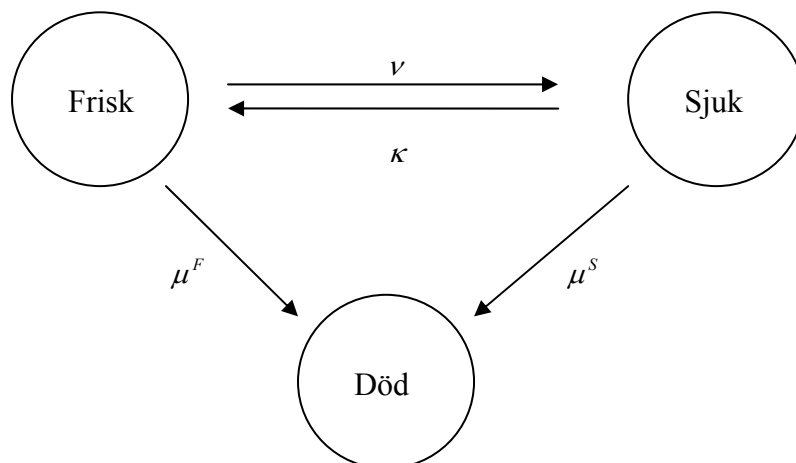
4.1 Bakgrund

Långtidssjukförsäkring har bedrivits i Sverige sedan början av 1900-talet, först av Eir från 1911, sedan av Valkyrian från 1912 och sedan av Salus, ett speciellt bolag för läkare, från 1929. Bolaget Eir samarbetade med de livbolag som fanns medan Valkyrian var bundet till de bolag som förfogade över olycksfallsförsäkringar. Detta ledde till att sjukförsäkringar i början hade låg prioritet, vilket höll tillbaks dess utveckling. Långt senare, år 1954, startades ett samarbete mellan de berörda bolagen, vilket ledde till en förändring av premienivån och därmed inledde den period som karakteriseras av gemensamma premier för alla sjukförsäkringsbolag. Bolagen kunde börja använda gemensamma tekniska baser för beräkning av premier och sjukreserver. Dessa tekniska baser utvecklades vidare under de fortsatta åren på grund av att sjukbilden ändras. Idag använder man sig huvudsakligen av grundfria försäkringar vilket betyder att bolagen får bestämma sina egna premier och avsättningar. Under 60-talet hade Eir en stor mängd nytecknade vilket föranledde bolaget till dess konkurs.

4.2 Den klassiska sjukförsäkringsmodellen

Den enklaste modellen i sjukförsäkring innehåller tillstånden: Frisk, Sjuk och Död. Självklart kan man ha komplexare versioner med olika tillstånd av Sjuk och övergångar mellan dessa. I vår enkla modell har vi följande utseende med övergångsintensiteter mellan de olika tillstånden:

ν = insjuknandeintensitet från Frisk till Sjuk
 κ = tillfrisknandeintensitet från Sjuk till Frisk
 μ^F = dödlighetsintensitet från Frisk till Död
 μ^S = dödlighetsintensitet från Sjuk till Död



Figur 2: Övergångar mellan tillstånd i den klassiska modellen

Övergångar mellan tillstånden Frisk och Sjuk kan ske flera gånger då man kan tillfriskna efter att ha varit Sjuk, däremot är tillståndet Död ett absorberande tillstånd.

De tre olika tillstånden Frisk, Sjuk och Död utgör tillståndsrummet $\Omega = \{\text{Frisk, Sjuk, Död}\}$. Tillståndsrummet är ändligt och övergångarna mellan tillstånden sker kontinuerligt i tiden. Individens hopp mellan tillstånden ses som en *Markovkedja*. Detta med anledning till att framtiden enbart beror på det nuvarande tillståndet.

Definition av Markovkedja:

Betrakta en tidskontinuerlig stokastisk process $\{X(t), t \geq 0\}$. Denna process är en tidskontinuerlig Markovkedja om för alla $s, t \geq 0$ och de icke-negativa heltalen $i, j, x(u)$, $0 \leq u < s$

$$\begin{aligned} P\{X(t+s) = j \mid X(s) = i, X(u) = x(u), 0 \leq u < s\} \\ = P\{X(t+s) = j \mid X(s) = i\} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Med andra ord, en tidskontinuerlig Markovkedja är en stokastisk process med den Markovska egenskapen att den betingade fördelningen av den framtida $X(t+s)$ givet den nuvarande $X(s)$ och den dåtida $X(u)$, $0 \leq u < s$, beror endast på den nuvarande processen och är oberoende av den dåtida.

Semimarkovteori, som tar hänsyn till att tidpunkterna för flytt mellan tillstånden inte kan ses som oberoende av varandra, är mer användbar i sjukförsäkringsmodellen. Här antar man att övergångsintensiteterna är funktioner av två variabler, tiden t och längden dt sedan den senaste övergången till det nuvarande tillståndet. Detta tidsintervall $(t, t+dt)$ är sådant att dt antas vara litet.

Vid tiden $t = 0$ befinner sig individen i tillståndet Frisk.

Vanligtvis när man studerar dödligheten i försäkringsbestånd brukar man benämna dödlighetsintensiteten med μ . I vår modell har vi delat upp beståndet i delbestånd med var sin antagen dödlighetsintensitet, μ^F och μ^S . I det här arbetet kommer vi speciellt att studera dödligheten bland de redan sjuka individerna μ^S .

Inträdesåldern i en försäkring betecknas med x och durationen i försäkringen med t . För att skilja de olika tidsbegreppen åt betecknas en sjukförsäkring som tecknades då individen var x år gammal vid durationen t med $[x]+t$.

Sannolikheten att individen som insjuknade vid åldern $x+t$, lämnar Sjuk till Frisk under tidsintervallet $(t, t+dt)$ är

$$\kappa_{[x]+t} \cdot dt. \quad (4.2)$$

Avvecklingsfunktionen λ definieras som sannolikheten att kvarstå som sjuk efter en viss tidsperiod givet att individen var sjuk vid tidsperiodens början. Om man låter $dt \rightarrow 0$ och antar att λ är deriverbar får vi

$$\kappa_{[x]+t} = \frac{\lambda'_{[x]+t}}{\lambda_{[x]+t}}. \quad (4.3)$$

Sjukreserven är summan av de förväntade framtida utbetalningarna på grund av det pågående sjukfallet. Med en årlig sjukersättning på 1 krona är sjukreserven

$$\int_0^{z-x-t} \frac{\lambda_{[x]+t+r}}{\lambda_{[x]+t}} \cdot e^{-\delta r} dr \quad (4.4)$$

där x betecknar individens ålder vid insjuknande, z den tidpunkt till vilken den årliga sjukersättningen kan utgå, t durationen och δ ränteintensiteten. Här har sjukreserven diskonterats till tidpunkten t .

4.3 Den förenklade modellen

Datamaterialet bygger enbart på antalet avlidna och tillfrisknade, ej hur länge de försäkrade vistas i Sjuk, med andra ord saknas durationen. Detta innebär att de beräkningsmetoder som har tagits fram är förenklade varianter jämfört med om vi skulle ha information om en duration.

Utseendet av vår modell är alltså något annorlunda jämfört med den klassiska sjukförsäkringsmodellen. Vi har starttillståndet Sjuk och de övergångsintensiteter som kan skattas är

θ = tillfrisknandeintensiteten från Sjuk till Frisk

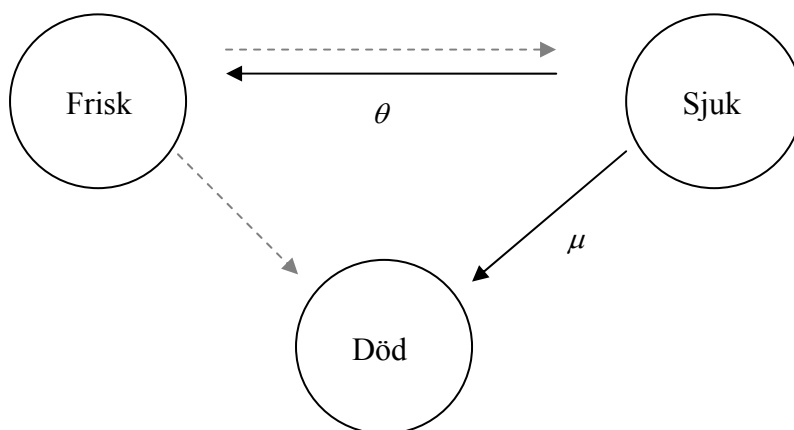
och

μ^S = dödlighetsintensitet från Sjuk till Död.

En förenkling görs

$\mu^S = \mu$ = dödlighetsintensitet från Sjuk till Död.

Övergångar existerar från tillståndet Frisk till både Sjuk och Död, men eftersom datamaterialet saknar uppgifter om friska försäkringstagare så lämnas de berörda intensiteterna utanför modellen. Därmed har vi följande figur:



Figur 3: Övergångar mellan tillstånd i den förenklade modellen

Att durationsvariabeln saknas i vår modell innebär att övergångsintensiteterna är diskreta variabler istället för kontinuerliga som i den klassiska modellen. Ej heller Semimarkovegenskaperna, beroende mellan tidpunkterna, kan tillämpas. Nu är istället den grundläggande Markovegenskapen mer passande som säger att intensiteter bara beror på det

nuvarande tillståndet och inte på någon annan information om processens beteende före tiden t . Denna egenskap finner man i livförsäkringsmodellen där intensiteterna enbart beror på till exempel åldern och man tar inte hänsyn till information som kan uppkomma gällande försäkringstagarens hälsotillstånd så länge han lever.

5. Intensitetsskattning

Övergångsintensiteterna skattas, i ålder och kön, genom att antalet personer som avlidit respektive blivit friska divideras med den sammanlagda exponeringstiden, hur länge alla personer i beståndet är sjuka under ett år. Alla personer, oavsett om de blivit friska, dött eller kvarstår som sjuka räknas in i beståndet.

D_x^k = antalet x -åriga långtidssjuka av kön k som avlider under året

T_x^k = antalet x -åriga långtidssjuka av kön k som tillfrisknar under året

B_x^k = antalet x -åriga långtidssjuka av kön k

De ettåriga dödlighets- och tillfrisknandeintensiteterna skattas på följande sätt

$$\hat{\mu}_x^k = \frac{D_x^k}{B_x^k} \quad (5.1)$$

respektive

$$\hat{\theta}_x^k = \frac{T_x^k}{B_x^k}. \quad (5.2)$$

Betrakta beståndet som består av långtidssjuka uppdelade i ålder $x = 21, \dots, 64$ och kön $k =$ kvinna eller man.

Vi utgår ifrån teorin som säger att den stokastiska variabeln D_x^k , antalet x -åriga långtidssjuka av kön k som avlider under året, är binomialfördelad

$$D_x^k \sim \text{Bin}(B_x^k, \mu_x^k). \quad (5.3)$$

Enligt teorin för skattning av parametrar i binomialfördelning, skattar man μ_x^k med (5.1) och då gäller

$$E(\hat{\mu}_x^k) = \mu_x^k \quad (5.4)$$

och

$$\sigma^2(\hat{\mu}_x^k) = \frac{\mu_x^k(1 - \mu_x^k)}{B_x^k}. \quad (5.5)$$

Tillfrisknandeintensiteten $\hat{\theta}_x^k$ (5.2) skattas på samma sätt som för dödlighetsintensiteten $\hat{\mu}_x^k$ (5.1). Båda intensiteterna är omvänt proportionella mot B_x^k och eftersom D_x^k är binomialfördelad, antas att även T_x^k , antal x -åriga långtidssjuka av kön k som tillfrisknar under året, är binomialfördelad

$$T_x^k \sim \text{Bin}(B_x^k, \theta_x^k) \quad (5.6)$$

På samma sätt har vi här

$$E(\hat{\theta}_x^k) = \theta_x^k \quad (5.7)$$

och

$$\sigma^2(\hat{\theta}_x^k) = \frac{\theta_x^k(1-\theta_x^k)}{B_x^k}. \quad (5.8)$$

För sju stycken år skattas tillfrisknandeintensiteten på följande sätt

$$\hat{\theta}_x^k = \frac{\sum_i T_{x,i}^k}{\sum_i B_{x,i}^k} \quad i=1, \dots, 7 \quad (5.9)$$

Då antalet tillfrisknade i de olika åren är oberoende, har fix sannolikhet och är desamma som förut, är $\sum T_{x,i}^k$ binomialfördelad.

Till de sjuåriga dödlighets- respektive tillfrisknandeintensiteterna har en utjämnande linje anpassad med regressionsteknik lagts till (se Avsnitt 5.1). På grund av intensiteternas utseenden, har linjen utformats som ett andragradspolynom. Även Makehams dödlighetsantagande, som är en typisk dödlighet för ett friskt bestånd, med benämningen M90 och definierat genom

$$\mu_x = \alpha + \beta e^{\ln(10)\gamma(x-f)} \quad (5.10)$$

där man nuförtiden använder sig av basen e istället för basen tio.

M90 har de valda parametrarna

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,001 \\ \beta &= 0,000012 \\ \gamma &= 0,044 \end{aligned}$$

och återfinns i illustrationerna.

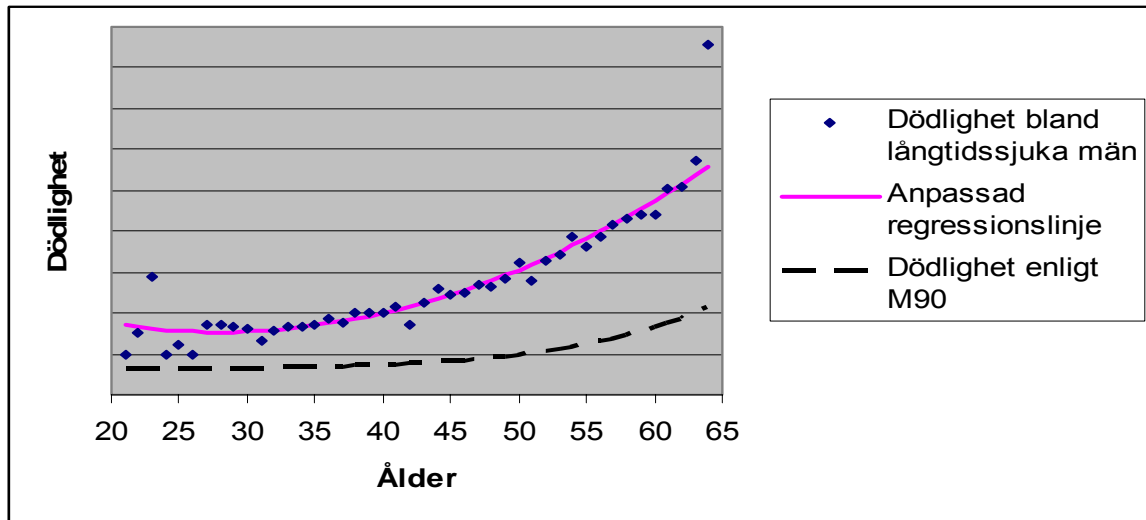
Parametern f är en åldersförskjutning mellan man och kvinna och har värden

$$\begin{aligned} f &= 0, \text{ om man} \\ f &= 6, \text{ om kvinna.} \end{aligned}$$

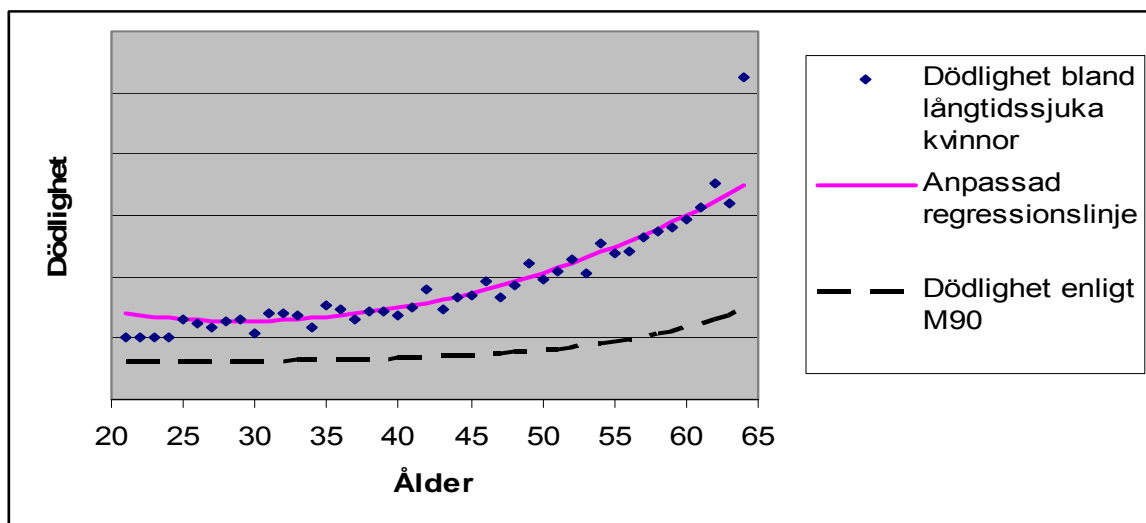
5.1 Dödlighetsintensitetsskattningar grafiskt

5.1.1. Män respektive kvinnor åren 1996-2002

I följande figurer har vi ålder i x-axeln och intensitetsskattningarna i y-axeln:



Figur 4: Dödlighet bland långtidssjuka män 1996-2002



Figur 5: Dödlighet bland långtidssjuka kvinnor 1996-2002

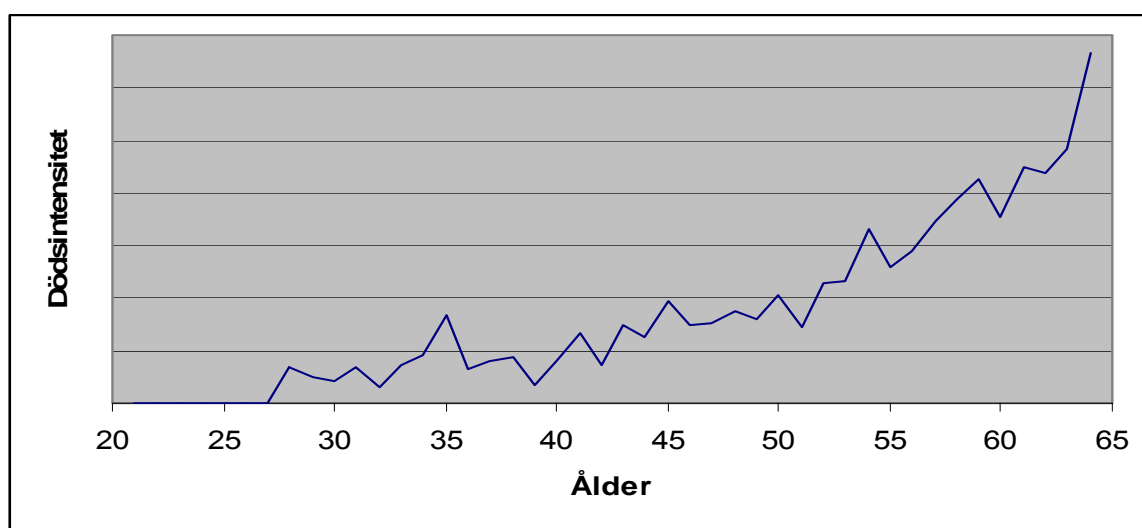
Dödlighetsintensitetsskattningen för både män (figur 4) och kvinnor (figur 5) har en uppåtgående trend, som förväntat. Ju äldre man blir desto större är risken att man dör. För kvinnor är intensitetsskattningarna lite mer utspridda än för män. För kvinnor ligger dödligheten i genomsnitt på en lägre nivå än för män. I båda fallen har vi de största avvikelserna i de lägsta åldrarna 21-24 och i den högsta 64 år. Den senare punkten är en så kallad outlier, en observation som ligger utanför en fördelnings mönster. Uppkomsten av outliern kommer från felmarkeringar, som nämdes i Avsnitt 3, att en del 64-åriga markeras som avlidna och tillfrisknade fast de träder ut ur datamängden på grund av avslut av sjukförsäkring vid 65-årsåldern. I figurerna som följer nedanför bortses därför denna outlier.

Bägge köns dödlighet ligger i genomsnitt högre och ökar snabbare än M90. Detta är förväntat då långtidssjuka löper större risk att dö än friska.

5.1.2 Män respektive kvinnor årsvis

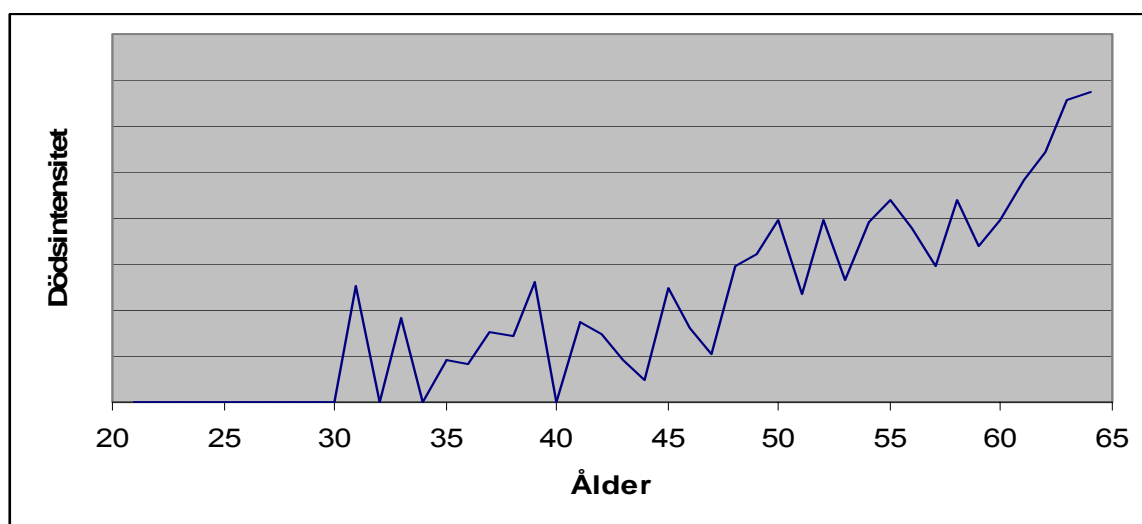
För att undersöka hur dödlighetsintensiteterna ser ut årsvis mellan åren 1996-2002 och resultaten är väldigt snarlika varandra, har ett år valts slumpmässigt ut som ett illustrativt typexempel.

Vid undersökning av dödlighetsintensiteterna för långtidssjuka män kan man konstatera att vi har en stadigt uppåtgående trend (se Figur 6). Ju äldre man blir, desto större chans är det att man dör. Dödlighetsintensiteterna ligger kring samma nivå för alla år. Samhällsutveckling och högre standard gör alltså ingen större inverkan hos dödligheten för långtidssjuka.



Figur 6: Dödsintensitet bland män under ett år

För dödlighetsintensiteterna för långtidssjuka kvinnor gäller samma sak som för män att det är en uppåtgående trend i dödligheten. Här är det anmärkningsvärt många 30-35-åringar som dör. Under alla år 1996-2002 ligger dödlighetsintensiteten på en lägre nivå än hos män.

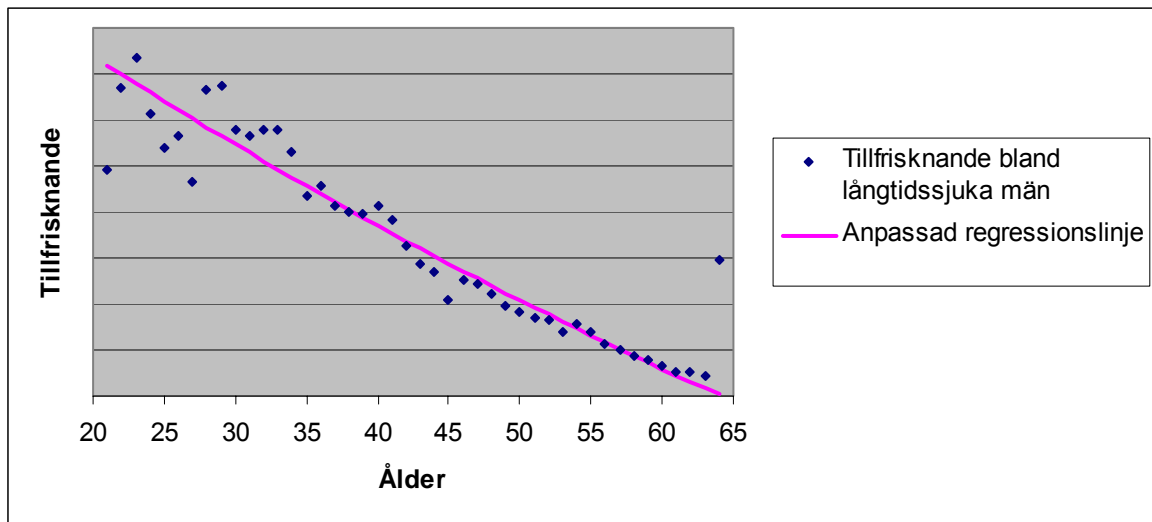


Figur 7: Dödsintensitet bland kvinnor under ett år

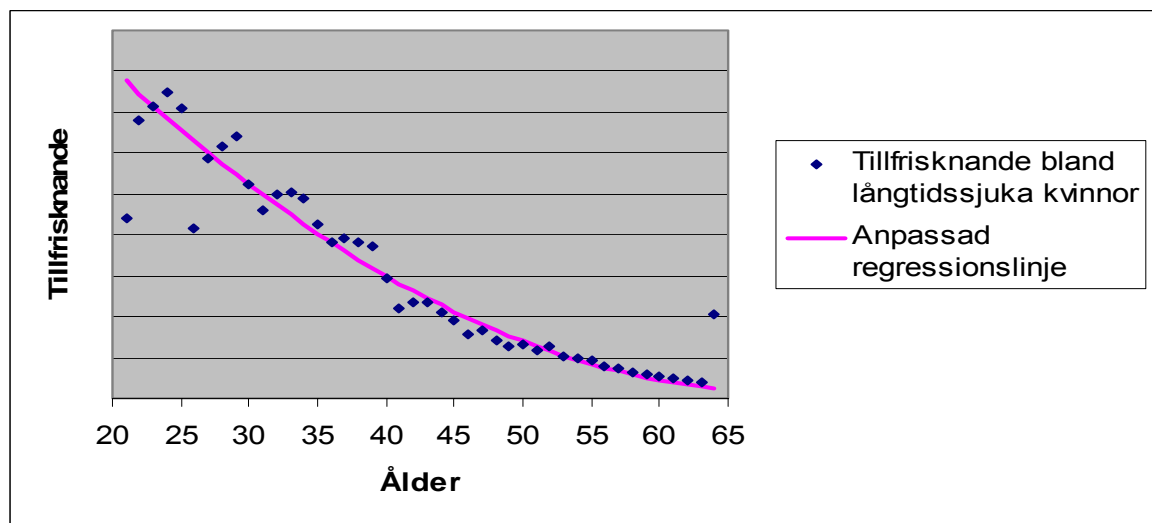
5.2 Tillfrisknandeintensitetsskattningar grafiskt

5.2.1 Män respektive kvinnor åren 1996-2002

Illustrationer av tillfrisknandeintensiteterna är följande:



Figur 8: Tillfrisknande bland långtidssjuka män 1996-2002



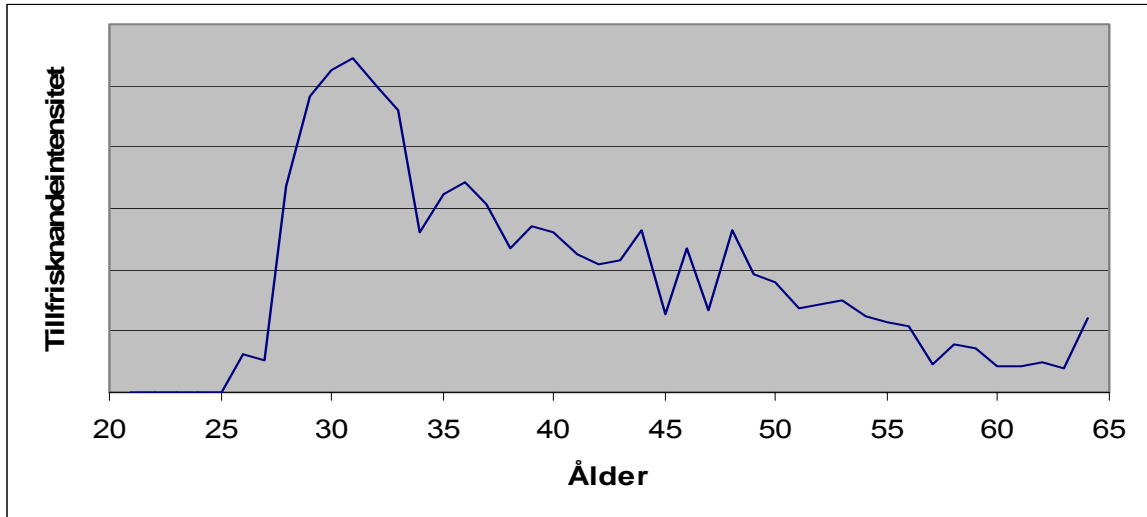
Figur 9: Tillfrisknande bland långtidssjuka kvinnor 1996-2002

För både män (figur 8) och kvinnor (figur 9) har tillfrisknandeintensiteten en nedåtgående trend. Benägenheten att tillfriskna avtar ju äldre man blir. Man ser också att från ungefär 40-årsåldern utvecklas intensiteterna med mindre variationer, med undantag för outliers i åldrarna 21, 26-27. För kvinnor är utvecklingen något jämnare än för män. För båda könen ligger tillfrisknandegraden på ungefär samma nivå.

5.2.2 Män respektive kvinnor årsvis

För att undersöka tillfrisknandeintensiteterna årsvis för män och kvinnor har även här ett års resultat valts som ett representativt typexempel.

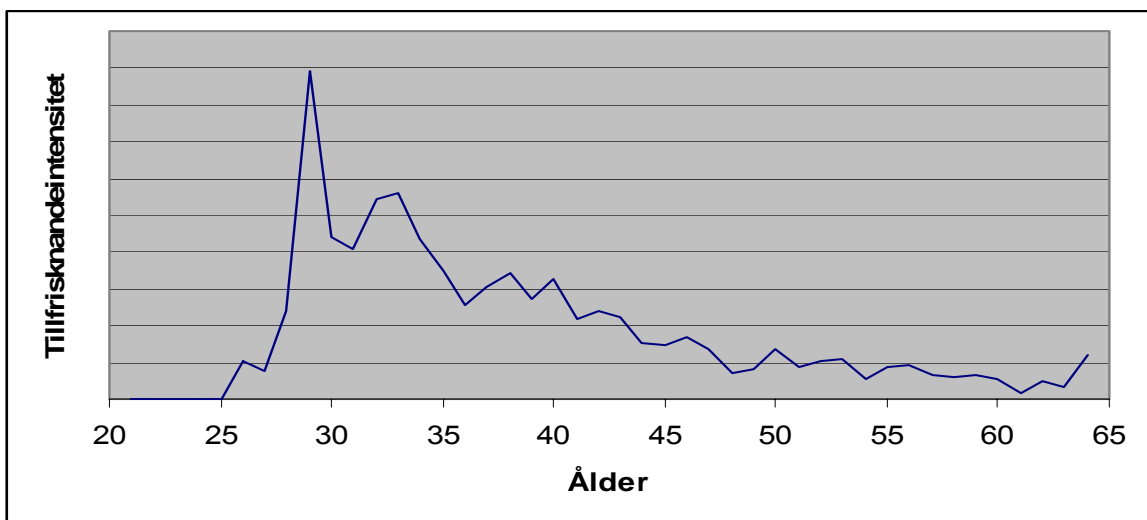
För tillfrisknande män kan man uppvisa en nedåtgående trenden (se Figur 10), ju äldre man blir desto mindre chans har man att tillfriskna. Det som avviker från mönstret är att det är inga eller väldigt få unga män, i åren 21-27 som tillfrisknar. Dessa syns därför som outliers i Figur 8.



Figur 10: Tillfrisknandeintensitet män under ett år

De skattade tillfrisknandeintensiteterna är genomsnittligt lägst under 1996 och högst under 2002. Man kan dra slutsatsen att med tiden har livsvillkoren och standarden höjts.

För de tillfrisknande kvinnorna ser vi att även här för kvinnor har vi en nedåtgående trend (se Figur 11) och som för män att inga eller få unga kvinnor tillfrisknar.



Figur 11: Tillfrisknandeintensitet kvinnor under ett år

Tillfrisknandeintensiteterna ökar från 1996 till 2002. Även kvinnorna påverkas positivt av de samhällsförändringar som har skett med tiden.

6. Riskskattning

För att täcka de framtida utbetalningarna sätter försäkringsbolag av en tillräckligt stor sjukreserv. I det här fallet strävar man efter att ha en tillräckligt stor livförsäkringsavsättning som täcker utbetalningar vid dödsfall och premieförluster vid sjukfall. Ett sätt för att kunna bedöma att denna avsättning räcker till, är att använda *percentilskattning*. Percentilskattning ger oss information om hur stor sannolikheten är att ett visst antal sjukförsäkrade kommer att avlida eller tillfriskna.

6.1 Percentilskattning

Vi kommer att utföra en percentilskattning som visar oss vilka avvikelser på antal avlidna respektive tillfrisknade av de långtidssjuka, som förekommer på olika sannolikhetsnivåer. Denna information kan man i försäkringsbolaget ta i beaktning vid planering av de berörda verksamheterna. På så sätt kan man förbereda sig för de variationer som kan uppstå. I vårt fall är det önskvärt för försäkringsbolaget att undvika stora värden på antal avlidna så att reserven som består av TGL-belopp som utbetalas av försäkringsbolaget vid dödsfall, räcker till. Samtidigt vill försäkringsbolaget undvika små värden på antal tillfrisknade eftersom sjukförsäkrade som tillfrisknar fortsätter efter uppehållet som sjuka, att betala in premie till försäkringsbolaget. Ju fler personer som tillfrisknar, desto större är den premie som betalas in till försäkringsbolaget.

Antalet avlidna och tillfrisknade betecknas som förut med D_x^k respektive T_x^k . Tidsperioden som används har en längd på sju år då uppgifterna som används som grund är från en sammanslagning av åren 1996-2002. Tidigare konstaterades att D_x^k och T_x^k är binomialfördelade med $D_x^k \sim \text{Bin}(B_x^k, \mu_x^k)$ respektive $T_x^k \sim \text{Bin}(B_x^k, \theta_x^k)$ (se Avsnitt 5). När man har en generell binomialfördelning $Y \sim \text{Bin}(n, p)$ ger normalfördelningen en bra approximation när binomialfördelningens stickprovsstorlek är tillräckligt stor, det vill säga när $n\hat{p} \geq 10$. Denna normalfördelningsapproximation kommer att utnyttjas i nästföljande steg.

Då det är önskvärt för försäkringsbolaget att undvika stora värden på antal avlidna, är det av intresse att finna en undre gräns h vilket D_x^k överskrider med så liten sannolikhet som möjligt

$$P(D_x^k > h) = \varepsilon \quad (6.1)$$

där h är det ensidiga konfidensintervallet med tillämpning av normalapproximationen

$$h = n\hat{p} + \lambda_\varepsilon \sqrt{n\hat{p}(1 - \hat{p})}. \quad (6.2)$$

och λ_ε är normalfördelningskvantilen

$$P(Z > \lambda_\varepsilon) = \varepsilon \quad (6.3)$$

där

$$Z \sim N(0,1). \quad (6.4)$$

Vi har

$$n\hat{p} = B_x^k \hat{\mu}_x^k = B_x^k \frac{D_x^k}{B_x^k} = D_x^k \quad (6.5)$$

vilket ger den undre gränsen

$$h = D_x^k + \lambda_\varepsilon \sqrt{D_x^k (1 - \hat{\mu}_x^k)}. \quad (6.6)$$

Då det ska gälla att $D_x^k \geq 10$ innebär det att datamängden skall grupperas på ett sådant sätt att varje grupp av antal avlidna ska innehåller minst tio stycken.

För antal tillfrisknade är det önskvärt för försäkringsbolaget att undvika små värden på dessa. En gräns g ges så att

$$P(T_x^k < g) = \varepsilon \quad (6.7)$$

där

$$g = n\hat{p} - \lambda_\varepsilon \sqrt{n\hat{p}(1 - \hat{p})}. \quad (6.8)$$

Här har vi

$$n\hat{p} = B_x^k \hat{\theta}_x^k = B_x^k \frac{T_x^k}{B_x^k} = T_x^k \quad (6.9)$$

och den övre gränsen g fås till

$$g = T_x^k - \lambda_\varepsilon \sqrt{T_x^k (1 - \hat{\theta}_x^k)}. \quad (6.10)$$

För att få ett minsta antal av tio stycken avlidna respektive tillfrisknade så delas datamaterialet upp i grupper om tio-årsintervaller på åldrarna som i sin tur är uppdelade efter kön.

Då normalfördelningen är symmetrisk är medianen även vårt medelvärde, vilket ges av

$$h = D_x^k \quad (6.11)$$

och

$$g = T_x^k \quad (6.12)$$

det vill säga våra observerade data på antal avlidna respektive tillfrisknade uppdelat på kön och ålder.

Resultaten redovisas som avvikelser från medianen i förhållande till medianen, i procentform. Då får man svar på hur många procent som antalet tillfrisknade respektive avlidna ökar med givet vissa percentiler.

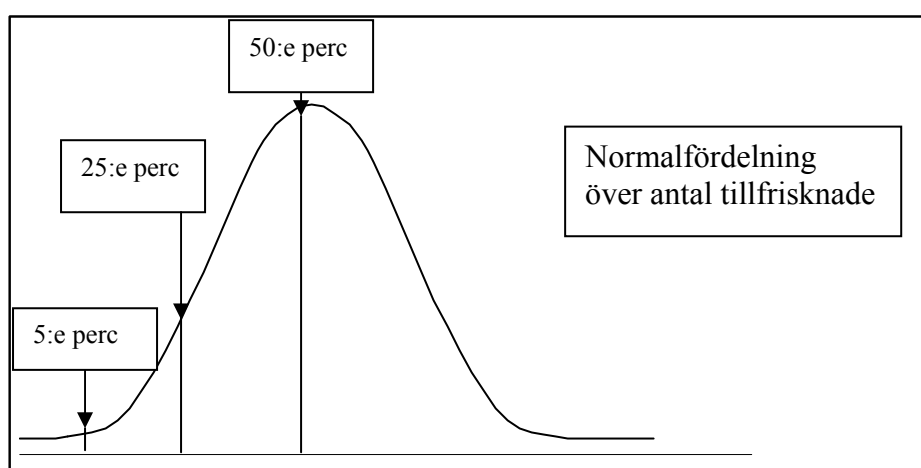
Resultaten har vi här nedanför:

Kön	Ålder	Tillstånd	$P(Y < g) = 2,5\%$	$P(Y < g) = 5\%$	$P(Y < g) = 10\%$	$P(Y < g) = 25\%$	$P(Y < g) = 50\%$
			2,5:e percentilen	5:e perc	10:e perc	25:e perc	50:e perc
Kvinna	21-30	Friska	8 %	7 %	5 %	3 %	0 %
Kvinna	31-40	Friska	4 %	4 %	3 %	1 %	0 %
Kvinna	41-50	Friska	5 %	4 %	3 %	2 %	0 %
Kvinna	51-60	Friska	5 %	4 %	3 %	2 %	0 %
Kvinna	61-64	Friska	8 %	7 %	5 %	3 %	0 %
Man	21-30	Friska	6 %	6 %	4 %	2 %	0 %
Man	31-40	Friska	3 %	3 %	2 %	1 %	0 %
Man	41-50	Friska	3 %	3 %	2 %	1 %	0 %
Man	51-60	Friska	4 %	3 %	2 %	1 %	0 %
Man	61-64	Friska	5 %	5 %	3 %	2 %	0 %

Kön	Ålder	Tillstånd	$P(Y > h) = 50\%$	$P(Y > h) = 25\%$	$P(Y > h) = 10\%$	$P(Y > h) = 5\%$	$P(Y > h) = 2,5\%$
			50:e perc	75:e perc	90:e perc	95:e perc	97,5:e perc
Kvinna	21-30	Döda	0 %	22 %	44 %	56 %	67 %
Kvinna	31-40	Döda	0 %	7 %	13 %	17 %	20 %
Kvinna	41-50	Döda	0 %	3 %	6 %	8 %	10 %
Kvinna	51-60	Döda	0 %	2 %	4 %	5 %	6 %
Kvinna	61-64	Döda	0 %	2 %	4 %	5 %	6 %
Man	21-30	Döda	0 %	10 %	20 %	25 %	30 %
Man	31-40	Döda	0 %	4 %	8 %	10 %	12 %
Man	41-50	Döda	0 %	2 %	4 %	5 %	6 %
Man	51-60	Döda	0 %	1 %	2 %	3 %	3 %
Man	61-64	Döda	0 %	1 %	2 %	3 %	3 %

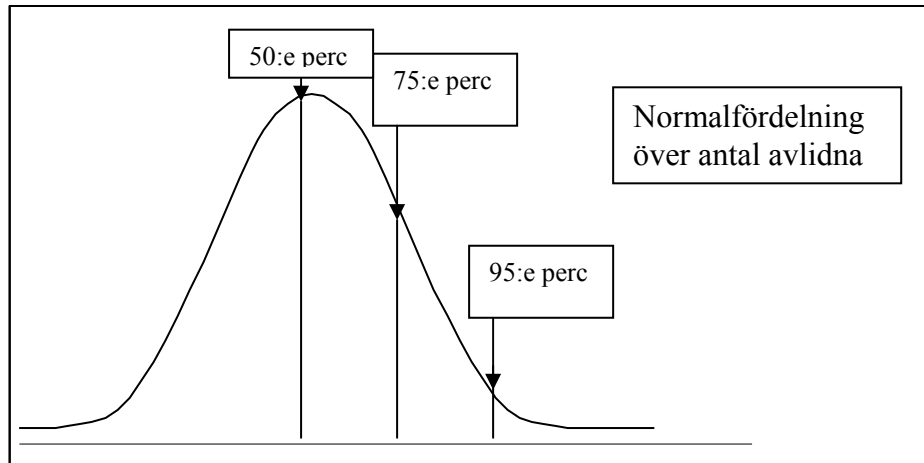
Tabell 1: Procentsats på avvikelser på antal tillfrisknade respektive avlidna

I Tabell 1 kan man se att avvikelserna mellan maximigränsen g för antalet tillfrisknade och medianen, våra observerade data, i förhållande till medianen ökar vid lägre percentilnivå. Avvikelseerna för minimigränsen h för antalet avlidna och medianen, ökar vid högre percentilnivå. Detta är helt i sin plats och följande figurer klargör detta:



Figur 12 Vid 5:e percentilen är avvikelserna 7 % antal tillfrisknade i förhållande till medianen och vid 25:e percentilen är avvikelserna på 3 % antal tillfrisknade i förhållande till medianen.

Sannolikheterna är alltså 5 %, vid den 5:e percentilen och 25 %, vid den 25:e percentilen att antalet tillfrisknade kvinnor i åldrarna 21-30 riskerar att överskrida en avvikelse på 7 % respektive 3 % i förhållande till det observerade antalet tillfrisknade kvinnor i samma åldersgrupp (se friska Tabell 1).



Figur 13 Vid 75:e percentilen är avvikelsen 22 % antal avlidna i förhållande till medianen och vid 95:e percentilen är avvikelsen på 56 % antal avlidna i förhållande till medianen.

Vi har sannolikheterna 25 %, vid den 75:e percentilen och 5 %, vid den 95:e percentilen att antalet avlidna kvinnor i åldrarna 21-30 riskerar att överskrida en avvikelse på 22 % respektive 56 % i förhållande till det observerade antalet avlidna kvinnor i samma åldersgrupp (se döda Tabell 1).

Vad man kan dra mer för slutsatser från Tabell 1 är att vid observation av tillfrisknade, så hittar man de största procentuella avvikelserna i åldrarna 21-30 och 61-64 för både kvinnor och män. För män är avvikelserna dock något lägre än för kvinnor. Detta är följderna av att det finns få antal tillfrisknade i de yngre åldrarna, som vi såg redan i Avsnitt 5.2 vid undersökningen av tillfrisknandeintensiteten. Att det är få antal tillfrisknade i de äldre åldrarna, kan man förvänta sig.

För de avlidna hittar vi de största procentuella avvikelserna i den yngsta gruppen 21-30 för båda könen. Det finns alltså få antal avlidna i den yngre ålderskategorin. Gissningsvis kan man konstatera att många unga som är långtidssjuka är sjuka i minst tio år innan de tillfrisknar eller avlider.

6.2 Biometrisk riskskattning

6.2.1 Skattning inom QIS2

Inför Solvens II med hjälp av QIS2 föreslås man bland annat att räkna ut något som kallas för Solvency Capital Requirement (SCR) enligt en standardmodell. Denna modell och dess beteckningar är tagna ur CEIOPS:s kompendium som försäkringsbolag använder sig av vid deltagandet i QIS2.

SCR reflekterar den nödvändiga kapitalmängden som behövs för framtida krav vid en viss konfidsnivå, med hänsyn taget till alla signifikanta och kvantifierade risker. Den SCR som räknas ut i QIS2 ger uppgifter om vinstutdelning eller den förväntade vinsten eller förlusten från nästa års verksamhet. Information om följande huvudrisker, som är undergrupper till SCR, är nödvändigt:

SCR_{mkt}	= Marknadsrisk
SCR_{life}	= Livförsäkringsrisk
SCR_{health}	= Sjukförsäkringsrisk
SCR_{nl}	= Sakförsäkringsrisk
SCR_{cred}	= Kreditrisk
SCR_{op}	= Operationell risk

och kombineras ihop med hjälp av en korrelationsmatris på följande sätt:

$$SCR = \sqrt{\sum_{r \times c} CorrSCR^{r \times c} \times SCR_r \times SCR_c} \quad (6.13)$$

där

$CorrSCR^{r \times c}$ = cellerna i korrelationsmatrisen CorrSCR

SCR_r, SCR_c = de individuella SCR-riskerna enligt raderna (index r) och kolumnerna (index c) i korrelationsmatrisen CorrSCR

CorrSCR=	SCR_{mkt}	SCR_{cred}	SCR_{life}	SCR_{health}	SCR_{nl}	SCR_{op}
SCR_{mkt}	1					
SCR_{cred}	MH	1				
SCR_{life}	ML	ML	1			
SCR_{health}	ML	ML	ML	1		
SCR_{nl}	ML	M	L	L	1	
SCR_{op}	M	ML	ML	ML	M	1

Tabell 2 : Korrelationsmatris för SCR

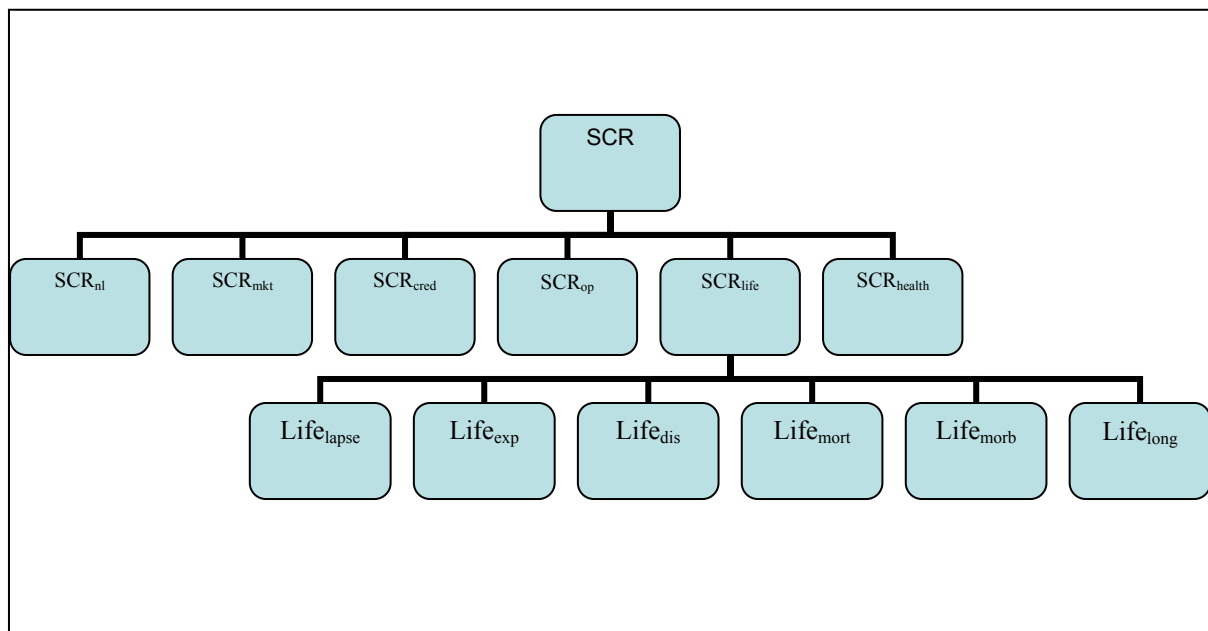
där L indikerar låg korrelation, ML medellåg korrelation, M medelkorrelation, MH medelhög korrelation och H hög korrelation.

Livförsäkringsrisk (SCR_{life}) är i sin tur uppdelat i:

- $Life_{mort}$ = Dödlighetsrisk
- $Life_{long}$ = Livslängdsrisk
- $Life_{morb}$ = Sjuklighetsrisk
- $Life_{dis}$ = Invaliditetsrisk
- $Life_{lapse}$ = Återköpsrisk
- $Life_{exp}$ = Driftskostnadsrisk

Det är inte nödvändigt att varje land som deltar i QIS2 följer dessa riskgrupperingar då produkterna kan ändå skilja sig länderna emellan. Finansinspektionen har till exempel gjort den bedömningen att det räcker med att all sjukförsäkring och olycksfallsförsäkring redovisas i en grupp, nämligen under sjuklighetsrisken ($Life_{morb}$). Det innebär att sjukförsäkringsrisken (SCR_{health}) och invaliditetsrisken ($Life_{dis}$) ska inte användas i något svenskt försäkringsbolag.

Sammankopplingen av de olika riskerna kan illustreras på följande sätt:



Figur 14: SCR och dess undergrupper

De fyra första posterna som ingår i livförsäkringsrisken: dödlighets-, livslängds-, sjuklighets- och invaliditetsrisken utgör den biometriska risken.

Dessa fyra risker kan kalkyleras separat och med hjälp av en korrelationsmatris med tillhörande resultat, kan man tillsammans med återköps- och driftkostnadsrisken få fram livförsäkringsrisken:

$$SCR_{life} = \sqrt{\sum_{r \times c} CorrLife^{r \times c} \times Life_r \times Life_c} \quad (6.14)$$

där korrelationsmatrisen för SCR_{life} ser ut på följande sätt:

CorrLife=	Life _{mort}	Life _{long}	Life _{morb}	Life _{dis}	Life _{lapse}	Life _{exp}
Life _{mort}	1					
Life _{long}	0	1				
Life _{morb}	0.5	0	1			
Life _{dis}	0.25	0	1	1		
Life _{lapse}	0	0.5	0	0	1	
Life _{exp}	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	1

Tabell 3: Korrelationsmatris för SCR_{life}

Eftersom vi bland annat har undersökt dödligheten i denna rapport, så är det posten Life_{mort}, dödlighetsrisken som vi kan titta närmare på.

Dödlighetsrisken har följande definition:

$$Life_{mort} = Life_{mort,vol} + Life_{mort,trend} + Life_{CAT} \quad (6.15)$$

där

$Life_{mort,vol}$ = det faktorbaserade riskkapitalet för volatilitetsrisk. Mått på den ökade kostnaden om dödligheten under nästa år blir högre än medlet.

$Life_{mort,trend}$ = det faktorbaserade riskkapitalet för trend/osäkerhetsrisk

$Life_{CAT}$ = riskkapitalet för dödlighetsrisker vid katastrof (CAT)

Riskkapitalkostnaden för volatilitetsrisk är definierad på följande sätt:

$$Life_{mort,vol} = 2.58 \times \sigma_{mort} \times Capital_at_Risk \quad (6.16)$$

där

$Capital_at_Risk$ = summan av nettokapitalet under risk i portföljen. Det ungefärliga måttet på kostnaden för sjuka under nästa skadeår

$\hat{\sigma}_{mort}$ = skattning av standardavvikelsen i dödlighetsrisken

som skattas fram som

$$\hat{\sigma}_{mort} = \sqrt{\frac{\hat{q} \times (1 - \hat{q})}{N}} \quad (6.17)$$

där

q = dödlighetssannolikheten i genomsnitt

N = antal försäkringskontrakt

Dessa parametrar definieras med våra beteckningar där den genomsnittliga dödlighetssannolikheten blir

$$\hat{q}_x^k = \frac{\sum_i D_{x,i}^k}{\sum_i B_{x,i}^k} = \hat{\mu}_x^k \quad i=1,\dots,7 \quad (6.18)$$

det vill säga dödlighetsintensiteten skattad för sju år med ålder x och kön k och antalet försäkringskontrakt

$$N = \sum_i B_{x,i}^k \quad i=1,\dots,7 \quad (6.19)$$

är densamma som beståndet av långtidssjuka för sju år.

Då får vi (6.17) till

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{mort} &= \sqrt{\frac{\sum_{k,x} \hat{\mu}_x^k (1 - \hat{\mu}_x^k)}{\sum_i B_{x,i}^k}} \\ &= 0.0086 \end{aligned}$$

Där (6.16) fås till:

$$Life_{mort,vol} = 2.58 \times 0.0086 \times Capital_at_Risk$$

Faktorn 2.58 är normalfördelningskvantilen på 99.5:e percentilen (se Tabell 6). Här ska $Life_{mort,vol}$ under nästa år täcka 99.5% av alla fall med ökade kostnader på grund av en volatilitet på 0.0086 som bygger på dödligheten hos långtidssjuka män och kvinnor under ett genomsnittligt år från 1996 till 2002.

6.2.2 Alternativ skattningsmetod för biometrisk risk

Det finns emellertid en annan föreslagen beräkningsmodell för den biometriska risken som alternativ till modellen i QIS2. I sin bok *Solvency* använder Arne Sandström andra beteckningar för de olika riskerna:

Huvudriskerna består av försäkringsrisk (C_{IR}), marknadsrisk (C_{MR}), kreditrisk (C_{CR}) och operationell risk (C_{OP}). Dessa är korrelerade med varandra på följande sätt:

Korrelationsmatris	C_{IR}	C_{MR}	C_{CR}	C_{OR}
C_{IR}	1			
C_{MR}	H	1		
C_{CR}	H	H	1	
C_{OR}	1	1	1	1

Tabell 4: Korrelationsmatris för huvudriskerna där H =hög korrelation

För att förenkla sätter vi $H=1$ och får följande riskstruktur:

$$C_{TOT} = C_{IR} + C_{MR} + C_{CR} + C_{OR}. \quad (6.19)$$

Försäkringsrisken (C_{IR}) delas i sin tur upp i underskrivningsrisk (C_{ur}), biometrisk risk (C_{br}), återköpsrisk (C_{slr}) och driftkostnadsrisk (C_{er}). Där korrelationerna är som följer:

Korrelationsmatris	C_{ur}	C_{br}	C_{slr}	C_{er}
C_{ur}	1			
C_{br}	H	1		
C_{slr}	H	L	1	
C_{er}	H	L	H	1

Tabell 5: Korrelationsmatris för undergrupperna till C_{IR} där H =hög korrelation och L =låg korrelation

Sätter man $H=1$ och $L=0$, får man försäkringsrisken:

$$C_{IR} = C_{ur} + \sqrt{(C_{slr} + C_{er})^2} \quad (6.20)$$

Den slutliga solvensmodellen

$$C_{TOT} = C_{ur} + \sqrt{C_{br}^2 + (C_{slr} + C_{er})^2} + C_{MR} + C_{CR} + C_{OR} \quad (6.21)$$

med dess olika delar av C_{TOT} ger oss den ansatsen för att fastställa SCR.

I denna rapport koncentrerar vi oss på beräkningen av den biometriska risken med hjälp av de skattningar som har tagits fram i vår analys.

Den biometriska risken c_{br} , är definierad som en summation över försäkringsbolagets olika verksamhetsgrenar ($j = 1, \dots, L$):

$$c_{br} = k\sigma_{br} = k \left\{ \sum_{j=1}^L M \sigma_{VOL,j} + 0.5 \sum_{j=1}^L M b_j \sigma_{VOL,j} + \sum_{j=1}^L S \sigma_{VOL,j} + 0.5 \sum_{j=1}^L S b_j \sigma_{VOL,j} \right\} \quad (6.22)$$

där k är en kalibreringsfaktor. Vilket värde den tar beror på vilken fördelningen man arbetar med. Om vi har en standard normalfördelning så blir k en normalfördelningskvantil enligt tabellen

$1-\alpha$	$k_{1-\alpha}$
0.9900	2.33
0.9950	2.58
0.9990	3.09
0.9995	3.29
0.9999	3.72

Tabell 6: Normalfördelningens kvantiler

I annat fall måste k bestämmas gemensamt på EU-nivå. M står för dödligheten och S för sjukligheten och $\sigma_{VOL,j}$ är avvikelsen mellan skattning och parameter för dödlighets- eller sjuklighetssannolikheten. Parametern b_j bestäms av EU-nivån, som ännu ej har fastställts, och reflekterar avvikelsen mellan skattning och parameter i dödlighets- eller sjuklighetssannolikhetens trend. En trend är dödlighetens och sjuklighetens utveckling i tiden och påverkas i hög grad av till exempel nytillkomna mediciner så att dödligheten minskar och sjukligheten sjunker. $\sigma_{VOL,j}$ volatilitetsskattningen skattas antingen fram från försäkringsbolagets data eller fås från den givna EU-nivån. Ett antagande om beroende mellan dödlighet och sjuklighet har gjorts för att få den förenklade formen i ekvationen (6.22).

Då vi endast har en verksamhetsgren, $j = 1$, och den delen av ekvationen som tas i beaktande är dödligheten, förenklas ekvationen ytterligare till:

$$c_{br} = k \{ {}_M \sigma_{VOL} + 0.5 {}_M b \sigma_{VOL} \}. \quad (6.23)$$

Då våra antal döda är binomialfördelat (5.3), definieras σ_{VOL} som skattade standardavvikelsen av antalet döda med ett-års basis i denna fördelning. För att få en standardavvikelse för hela beståndet, görs en summering över ålder x och kön k :

$$\begin{aligned} \sigma_{VOL} &= \sqrt{n\hat{p}(1-\hat{p})} = \\ &= \sqrt{\sum_{k,x} B_x^k \hat{\mu}_x^k (1-\hat{\mu}_x^k)} = \\ &= 102. \end{aligned} \quad (6.24)$$

Den biometriska risken fås till:

$$c_{br} = k \{ 102 + 51b \}. \quad (6.25)$$

där k och b förblir okända tills de bestäms på EU-nivå. När dessa är bestämda är det möjligt att fastställa ett riskkapital för nästa år

7. Slutdiskussion

Utgångspunkten i denna rapport var att känneteckna det underlag som vi har att arbeta med, nämligen antal långtidssjuka varav en del tillfrisknar och en del avlider. En förenklad bild av sjukförsäkringsmodellen skissas upp där de relevanta övergångsintensiteterna är dödlighets- och tillfrisknandeintensiteten. Eftersom uppgifter om sjuktidens längd, det vill säga duration saknas, är övergångsintensiteterna diskreta variabler, vilket förenklar vårt arbete.

Övergångsintensiteterna skattas som kvoter av observationerna och beståndet. Hade vi arbetat med den klassiska sjukförsäkringsmodellen, så hade vi berört fler övergångsintensiteter där dessa hade beräknats kontinuerligt.

Att våra observationer kännetecknas av binomialfördelade egenskaper ger oss givna uttryck för standardavvikelser och möjlighet att summera observationerna över år. Denna möjlighet utnyttjas då skattningarna av dödlighets- och tillfrisknandeintensiteterna illustreras grafiskt för en sju-årsperiod och åren 1996-2002. Illustrationerna kommer inte med några oväntade överraskningar, tvärtom så bekräftas våra misstankar om människors hälsoförlopp. Det observeras att dödlighetsintensitetsskattningen ökar med åldern för både kvinnor och män. Ju äldre man blir desto större är risken att man avlider. Dödligheten ligger även genomsnittligt högre och ökar snabbare än Makehams dödlighetsantagande M90 som visar att långtidssjuka löper större risk att avlida än friska. Tillfrisknandeintensiteterna sjunker med åldern för både kvinnor och män. Sannolikheten att tillfriskna avtar ju äldre man blir.

Det är allmänt känt att dödligheten ”förbättras” i tiden. Denna trendfaktor är inte beaktad i denna rapport. Därmed visar vår undersökning av dödlighetsintensitetens utveckling årsvis från år 1996 till 2002 att den ligger kring samma värden för alla år för bägge könen. Bättre eller sämre tider gör ingen större inverkan på dödligheten. Vi kan alltså förvänta oss samma resultat även i framtiden. För tillfrisknandeintensiteten ser vi att den är genomsnittligt lägst under 1996 och högst under 2002. Här ser man att samhällsutvecklingen påverkar tillfrisknandet och i vårt fall genererat högre värden. Gissningsvis kan vi vänta oss ännu bättre tider med högre tillfrisknande som följd.

För att utföra percentilskattningar använder vi oss av normalfördelningsapproximationer på våra observerade värden. Då kan vi sätta upp ensidiga konfidensintervall där vi för antal avlidna får en undre gräns som den ska överskrida med så liten sannolikhet som möjligt för att undvika stora utbetalningar av TGL-belopp. För antal tillfrisknade sätts en övre gräns där en underskridning med liten sannolikhet är att föredra. Ju fler personer som tillfrisknar, desto större är den premie som betalas in till försäkringsbolaget. Resultaten redovisas som procentuella avvikelser från våra observerade avlidna och tillfrisknade med givet vissa percentiler. Vi ser till exempel att det finns en sannolikhet på 25 % att 21-30-åriga tillfrisknade kvinnor underskrider en avvikelse på 3 % från de observerade och en sannolikhet på 5 % att de underskrider en avvikelse på 7 % från de observerade. Med hjälp av dessa uppgifter kan försäkringsbolaget gardera sig mot de risker som framtiden kan bära med sig och bestämma en tillräckligt stor livförsäkringsavsättning.

Både i graferna för tillfrisknandeintensiteterna och i percentilskattningarna kunde man för 21-30-åriga långtidssjuka i många fall se låga värden på tillfrisknandeintensiteterna när de som tillhör nästa åldersgrupp 31-40-åringar har mycket höga intensiteter. En möjlig förklaring till detta är att unga är långtidssjuka på grund av allvarliga sjukdomar som leder till långa sjuktider på minst tio år innan de tillfrisknar eller avlider.

I Solvens II krävs det att bolagen baserar sina långsiktiga kalkyler på realistiska kostnadsantaganden. De risker som försäkringsverksamheterna utsätts för utgår från skuldsidan varifrån kapitalbasen bestäms. Denna kapitalbas ska täcka de åtaganden försäkringsbolag gör mot sina kunder där man garanterat ett visst belopp över en lång tid framöver.

Det SCR (Solvency Capital Requirement)-värde som ett försäkringsbolag ska fastställa i Solvens II reflekterar den nödvändiga kapitalmängd som behövs för framtida krav, med hänsyn taget till signifikanta risker. Några av dessa risker har vi behandlat i föregående avsnitt.

En del av dödlighetsrisken i QIS2 (Quantitative Impact Study 2) har undersökts, nämligen riskkapitalet för volatilitetsrisk som visar hur stort riskkapitalet ska vara under nästa år för att täcka en given del av alla fall med ökade kostnader på grund av en viss dödlighetsvolatilitet som här räknades fram till 0.86%.

Vi berör även en föreslagen biometrisk risk som ett alternativ till den biometriska risken som tas upp i QIS2. Den biometriska riskskattningen som tas upp i QIS2 (Avsnitt 6.2.1) kan tyckas vara mer relevant då den ger en misstanke om hur modellen kommer se ut i framtiden. Däremot ger skattningen i *Solvency* (Avsnitt 6.2.2) en idé om hur man kan få med olika verksamhetsgrenar.

De modeller *Solvency* tar upp skissades fram innan QIS2 gavs ut, som ett förslag på hur det kunde se ut i framtiden. Man kan tycka att med införandet av QIS2 så är det med hjälp av den ett försäkringsbolag får en bra uppfattning om de framtida modellernas utseenden. Eftersom det fortfarande finns frågetecken kring exakta definitioner och modelluppbyggnader, så är klokt att ha *Solvency* tillgänglig parallellt med ens arbete för att förbereda sig så bra som möjligt inför den kommande framtiden.

De volatilitetsskattningar på dödligheten som presenteras här har gjorts på två sätt: ekvationen (6.17) i QIS2 mäter volatiliteten på dödlighetssannolikheten med resultatet 0.0086 och ekvation (6.24) volatiliteten på antal döda som är 102. Det går lika bra att använda sig av båda sätt att skatta, skillnaden är bara att de angriper frågan om riskskattning från olika perspektiv och genererar resultat i olika enheter. Vilket angripssätt man väljer sig av får man komma fram till efter vidare funderingar kring den verksamhet och mål man har.

Härmed har ett arbete gjorts med att på olika sätt få rätsida på sjuklighetens egenskaper, i synnerhet dödlighetens och tillfrisknades. En kartläggning av deras utveckling och de riskstorlekar som följer, har genomförts. Vi har sett hur och i vilka beräkningar de kommer att figurera i Solvens II. Många frågeställningar återstår, vilket ger oss utrymme för fler och mer djupgående analyser på alla områden i framtiden.

APPENDIX A

Termer

Avtalspension SAF-LO

Avtalspension SAF-LO är en tjänstepension för dig som är privatanställd och ansluten till ett LO-förbund. Premien betalas av din arbetsgivare och du väljer själv förvaltare, sparform (traditionell eller fondförsäkring) samt ev. familje- och återbetalningsskydd.

Folkrörelse

Frivillig sammanslutning av människor med gemensamma intressen. Folkrörelse är en massorganisation som är engagerad i en viss fråga eller aktivitet.

Fondförsäkring

En fondförsäkring innebär att dina pengar placeras i en eller flera fonder som du själv väljer. Du har ingen garanterad avkastning i en fondförsäkring. Det är utvecklingen av fonderna som styr avkastningen, hur mycket ditt pensionssparande ökar eller minskar i värde.

Fribrevshavare

Personer som tjänat in pensionsrätt i företaget, men som inte längre är anställda och inte gått i pension.

Förmåns- och premiebestämd pension

En premiebestämd pension kännetecknas av att premien som ska avsättas eller betalas in till pensionen är känd. Premien är lika stor för alla som omfattas av samma avtal och har samma lön. Den premiebestämda pensionen betalas alltid ut genom traditionell försäkring, även om man sparar premierna i fondförsäkring.

En förmånsbestämd pension kännetecknas av att man vet hur mycket som kommer att betalas ut, under förutsättning att avtalade villkor är uppfyllda. Den försäkrade kan inte påverka pensionens storlek utan är garanterad en pension, som vanligtvis motsvarar en viss procent av lönen.

ITP

Industrins och handelns tilläggspension, utgår enligt kollektivavtal mellan Svenskt Näringsliv och PTK. Arbetsgivaren kan välja mellan att försäkra ITP:s ålderspension i Alecta eller svara för den själv. För vissa delar av ITP kan även andra alternativ väljas.

Kollektivavtal

Kollektivavtal är en överenskommelse mellan arbetsmarknadens parter. Kollektivavtalet reglerar den anställdes rättigheter och skyldigheter i arbetslivet såsom arbetstider, semester, sjuklön, pension och uppsägningstid med mera. Avtalen kompletterar i flera fall de arbetsrättsliga lagarna. För den anställda innebär kollektivavtalet även inflytande.

Genom kollektivavtal har de fackliga representanterna på arbetsplatsen möjlighet att få information för att påverka, innan arbetsgivaren fattar beslut i frågor som rör villkoren på arbetsplatsen. De som arbetar i ett företag som saknar kollektivavtal har ett sämre skydd än de som arbetar i kollektivavtalsbundna företag. Som arbetsgivare är du skyldig att följa de arbets- och anställningsvillkor som parterna träffat överenskommelse om. Du bidrar då till extra trygghet för dina anställda.

Konsumentkooperation

organiserar konsumenter som tillsammans vill tillgodose behov av varor eller tjänster, till exempel inom ramen för en konsumentförening eller en bostadsrättsförening.

PTK

Förhandlings- och samverkansrådet PTK är en samverkansorganisation för 28 fackförbund som representerar cirka 700 000 privatanställda tjänstemän.

Referenser

- Alm, E. Andersson, G. von Bahr, B. Martin-Löf, A. (2006). *Livförsäkringsmatematik II*, Svenska Försäkringsföreningen.
- Bickel, P.J. Doksum, K. (1977). *Mathematical Statistics: Basic Ideas and Selected Topics*, Prentice Hall.
- CEIOPS. (2006). *Quantitative Impact Study 2 – Technical Specification*.
- Dillner, C-G. (1969). *New Bases for Non-cancellable Sickness Insurance in Sweden*, Skandinavisk Aktuarietidskrift.
- Dillner, C-G. (1974). *New Bases for Long Term Sickness Insurance in Sweden from 1973*, Skandinavisk Aktuarietidskrift.
- Ekhult, H. (1980). *Technique and Experience in Sickness and Disability Insurance in Sweden*.
- Haberman, S. Pitacco, E. (1999). *Actuarial Models for Disability Insurance*, Chapman & Hall.
- Mattsson, P. (1956). *New Bases for Non-cancellable Sickness Insurance in Sweden*, Skandinavisk Aktuarietidskrift.
- Mattsson, P. (1977). *Sjukförsäkringen i Sverige-historik, teknik och utvecklingslinjer*, Gotab.
- Ross, S. (1997). *Introduction to Probability Models*, Academic Press.
- Sandström, A. (2006). *Solvency: Models, Assessment and Regulation*, Chapman & Hall.
- Grunder och formler för liv-och sjukförsäkring 1964/65*, Stockholm.