Mathematical Statistics
Stockholm University

Utjämningssystemet mellan kommuner och landsting; parameteromskattningar av rApsmodellen samt analys av kritik från Stockholmsregionen

Hanna Gissberg

Examensarbete 2004:9

Postal address:

Mathematical Statistics
Dept. of Mathematics
Stockholm University
SE-106 91 Stockholm
Sweden

Internet:

http://www.math.su.se/matstat

Mathematical Statistics
Stockholm University
Examensarbete **2004:9**,
http://www.math.su.se/matstat

Utjämningssystemet mellan kommuner och landsting; parameteromskattningar av rApsmodellen samt analys av kritik från Stockholmsregionen

Hanna Gissberg*

Januari 2004

Abstract

Det nuvarande kostnadsutjämningssystemet i Sverige mellan kommuner och landsting består av sexton delmodeller, vilka behandlas med regressionsanalys. Syftet med denna uppsats är att skatta om parametrarna i en aggregerad förenklad modell för kostnadsutjämningen, en modell vilken finns i rAps som är ett regionalt analys- och prognossystem. Uppsatsen beaktar även kritiken från Stockholm angående utjämningssystemet. Stockholm menar att systemet inte tar hänsyn till högre kostnader som är betingade av en storstadsregion. Modellen för grundskolan, vilken är en av de sexton delmodellerna i kostnadsutjämningssystemet, tas upp och undersöks närmare för att se om kritiken är befogad. Metoderna som används är regressionsanalys och t-test. Resultatet visar att för parameteromskattningen räckte det att använda datamaterialet för det senaste året, då mönstret var detsamma för analyserade år. T-testet visade att det inte fanns någon signifikant skillnad mellan en genomsnittlig grundskolekostnad för Stockholms läns kommuner och en genomsnittlig grundskolekostnad för övriga kommuner i riket. Man ska dock vara försiktig med att dra några slutsatser då det kan finnas viktiga variabler som inte är med i beräkningarna.

*Postal address: Mathematical Statistics, Stockholm University, SE-106 91, Sweden. E-mail: gissberghanna@hotmail.com Handledare: Louise af Klintberg

Abstract

The current system in Sweden that equalizes the costs between communities and county sessions consists of sixteen partial models, analyzed with regression techniques. The purpose of this paper was to reestimate the parameters in an aggregated simplified model for this system, a model in rAps which is a regional analysis- and prediction system. The paper also took into account Stockholm's criticism about the system. Stockholm claims that the system does not take higher costs, caused by Stockholm's metropolitan area, into consideration. The grade school model, one of the sixteen models in the system, was investigated to see if this criticism was entitled. The statistical methods used in this paper were regression analysis and t-tests. Results showed that it was enough to use the last year's dataset for the reestimated parameters because the patterns were the same for all analyzed years. The t-tests showed no significant differences between the average cost of grade school in the communities in the county session of Stockholm and the average cost of grade school in all other communities in the country. Conclusions should be drawn cautiously, however, because there may be important variables that were not included in these models.

Förord

Denna magisteruppsats i matematisk statistik på 20 poäng är gjord hos Inregia AB. Jag skulle vilja rikta ett stort tack till min handledare Louise af Klintberg på matematiska institutionen på Stockholms Universitet och mina handledare Siv Scheele och Christer Anderstig på Inregia AB. Jag skulle även vilja tacka min syster Linda Gissberg som gett mig många goda råd genom arbetets gång.

1. Inledning och syfte

Sverige, tillsammans med Danmark, har världens största kommunsektor. Många av de uppgifter som sköts av våra kommuner och landsting sköts i många andra länder på delstatlig eller rent av nationell nivå.

På följande sätt har utvecklingen av uppdelningen av offentlig ekonomi mellan staten, kommuner och landsting sett ut i Sverige:

	1980	1995	2002
Kommuner	*43 %*	*48 %*	*47 %*
Landsting	*24 %*	*21 %*	*25 %*
Staten	*33 %*	*32 %*	*28 %*
Offentlig konsumtion	*100 %*	*100 %*	*100 %*

[10]

Andra kolumnen summeras till 101% och detta beror på avrundningseffekt

Jämfört med andra länder har Sverige en stor kommunsektor.
Vad talar för en stor kommunsektor?

- Medborgarna kommer nära de politiska besluten och kan känna sig delaktiga i verksamheten.
- Det ger en bättre anpassning av den offentliga verksamheten till lokalbefolkningens önskemål beträffande försörjningen med lokala kollektiva nyttigheter (gator, brandskydd etc.).
- Lokala politiker är bättre informerade om de lokala förutsättningarna, samt speglar folkviljan bättre än rikspolitikerna.

En stor kommunsektor är bra, men om kommunerna i landet själva skulle hålla med budgeten för kostnaden att erbjuda en viss servicenivå på t ex skola, vård och äldreomsorg, skulle kommuner behöva ta ut olika hög skatt beroende på hur befolkningen och dess behov ser ut i respektive kommun. Det finns med andra ord skillnader i kommunernas så kallade skattepris. Skattepriset är den skattesats som kommunen måste ha för att kunna erbjuda en viss servicenivå, sedan hänsyn tagits till behov och produktionskostnader. Men om skillnader i skattepriser är stor mellan kommunerna kommer det att uppkomma en flyttström från kommuner med relativt stort skattepris till kommuner med relativt lågt skattepris. Följden kan då bli att skillnaderna i skattepris bara förstärks ytterligare.

För att undgå detta konkurrensproblem har Sverige ett system för att utjämna skattepriserna på lokal nivå. Genom detta system kompenseras kommuner och landsting för olikheter i såväl skattebas (inkomst) som behov (kostnad).
[3]
Denna uppsats har som främsta syfte att skatta om parametrarna i en delmodell i ett regionalt analys- och prognossystem, rAps. Den modell som är aktuell hanterar de kommunala intäkter/kostnader som bestäms i systemet för kommunal kostnadsutjämning.
Kritiken från Stockholm angående utjämningssystemet mellan kommuner och landsting i Sverige kommer att belysas. Modellen för grundskolan, vilken är en delmodell i kostnadsutjämningen, kommer att undersökas närmare för att se om kritiken från huvudstaden är befogad.

2. Utjämningssystemet i Sverige

Utjämningssystemet mellan kommuner och landsting i Sverige är uppdelad i tre delar och ser ut på följande vis:

• *Inkomstutjämningen*	Bidrag/avgifter som eliminerar 95 procent av skillnader i kommunernas respektive landstingens skattebaser.
• *Kostnadsutjämning*	Fullständig utjämning av servicekostnader som beror på opåverkbara faktorer, såsom åldersstrukturen och det geografiska läget.
• *Allmänt bidrag*	Bidrag som är lika stort per invånare i alla kommuner respektive landsting och som kan varieras över tiden för att uppnå konjunkturanpassning. Har kompletterats med ett bidrag som är differentierat med avseende på åldersstrukturen.

Inkomstutjämningen mellan kommunerna sker med utgångspunkt från skillnaden i respektive kommuns skattebas och den genomsnittliga skattebasen per invånare i riket. Om kommunens skattebas är större än den genomsnittliga betalar kommunen en avgift på nittiofem procent av differensen. Om skattebasen är lägre får kommunen ett bidrag på nittiofem procent av differensen.

I modellen för *kostnadsutjämningen* vill man fastställa vad åldersstrukturen, det geografiska läget och andra opåverkbara faktorer betyder för kommunernas kostnader. Man använder sig av regressionsanalys för att beräkna en så kallad standardkostnad. Sedan kartlägger man alla kommuner med avseende på de framtagna faktorerna och jämför dem med kommunernas standardkostnader. På så sätt får man fram hur mycket varje kommun skall betala eller erhålla från utjämningen. [3]

2.1 Bakgrund

År 1966 infördes ett system som liknar det vi har idag, ett så kallat utjämningssystem. Den bestod av två delar: en inkomstutjämning och ett särskilt utjämningsbidrag. Jämte detta utjämningssystem fanns även ett flertal specialdestinerade statsbidrag.

Systemet genomgick inte en omfattande förändring förrän år 1993. Då kom den kommunalekonomiska reformen. Flertalet av de specialdestinerade statsbidragen togs bort och ersattes av ett generellt bidrag. Man pratade om ”alla pengar i en påse”. Detta nya utjämningssystem bestod av tre delar: inkomstutjämning, kostnadsutjämning samt ett tillägg till kommuner med stor befolkningsminskning. Men det fanns flera problem med systemet. Ett problem var att alla kommuner inte omfattades av inkomstutjämningen. De kommuner som hade en högre skattekraft än den garanterade hamnade utanför bidragssystemet. En utredning tillsattes därför för att se över systemets problem. År 1996 förnyades systemet ytterligare. Detta nya statsbidrags- och utjämningssystem bestod av fyra delar: inkomstutjämning, kostnadsutjämning, ett generellt statsbidrag samt införanderegler. Nu omfattades alla kommuner av systemet. Redan året innan systemet förnyades tillkallades en kommitté för att följa upp det nya utjämningssystemet som skulle träda i kraft.

År 1998 var det dags för förändringar igen. I december 1998 lämnade kommittén över sina förslag till ändringar. De delmodeller som främst förändrades eller ersattes var barnomsorg och individ- och familjeomsorg samt kollektivtrafiken. Man tog även fram en modell som skulle kompensera de kommuner som hade höga kostnader i barnomsorg och i grund- och gymnasieskola på grund av en stor andel barn med utländsk härkomst.

År 2000 kom en annan expertgrupp med förslag på hur man kunde förenkla systemet. Inga av förslagen infördes dock men vissa delar finns fortfarande med i diskussionen. År 2000 presenterade även delegationen för fortsatt utveckling av utjämningssystemet för kommuner och landsting en delrapport där man hade förslag på hur man kan hantera de negativa marginaleffekterna i inkomstutjämningen. Flertalet av delegationens förslag kom att införas bidragsåren 2001 och 2002. [4]

2.2 Allmän kritik

Syftet med kostnadsutjämningen var att kompensera för kostnader som beror på det geografiska läget, åldersstrukturen samt andra faktorer som respektive kommun inte antas kunna påverka. Men i dessa analyser tittar man på faktiska kostnadsskillnader. Och då menar kritiker att det inte säkert är behovet/kostnadsläget som bestämmer hur stora kostnader kommuner har för en viss verksamhet, utan det kan lika gärna vara inkomstläget i respektive kommun eller politiska värderingar som bestämmer hur resurserna skall fördelas på de olika verksamheterna. Följden blir i sådana fall att det är skillnader i inkomster och värderingar som blir förklarade i statistiska den analysen, och inte kostnadsskillnaden vilken man ville uppskatta.
En annan kritik är att kostnadsutjämningen inbjuder till strategiskt beteende. Ett exempel är när man beräknar hur mycket åldersstrukturen betyder för kostnaden av en verksamhet. Då utgår man ifrån hur mycket t ex sjukvård som faktiskt konsumeras av personer i de olika åldersklasserna. Sedan räknar man ut genomsnittlig kostnad för varje åldersklass. Efter det räknar man ut standardkostnad för respektive kommun efter hur många medborgare i varje åldersklass kommunen har. En kommun får lika mycket bidrag för en sjuk 75-åring som en frisk 75-åring. Detta kan leda till att kommuner försöker styra hur många friska respektive sjuka som bor i kommunen. En kommun kan t ex satsa på aktiviteter som lockar pigga/friska pensionärer, och samtidigt inte gör någonting åt långa vårdköer. [3]

2.3 Det aktuella förslaget (SOU 2003:88)

Den 27 september 2001 beslutade regeringen att tillsätta en kommitté vilken skulle ha till uppgift att utreda frågor kring det kommunala statsbidrags- och utjämningssystemet. Denna kommitté gick under namnet Utjämningskommittén och har lagt fram sina förslag under namnet ”Gemensamt finansierad utjämning i kommunsektorn”.

På *inkomstutjämningssidan* föreslår kommittén bland annat att den nuvarande inkomstutjämningen och det generella statsbidraget helt skall utgå. Istället skall ett statligt bidrag införas, vilken skall vara differensen mellan den garanterade skattekraften och den egna skattekraften. Den garanterade skattekraften skall tas fram procentuellt av medelskattekraften. Den garanterade skattekraften skall uppgå till 120 procent av medelskattekraften. Ett flertal riktade statsbidrag skall avvecklas och istället övergå till det generella statsbidraget. Den garanterade nivån på 120 procent är för låg för att alla kommuner och landsting skall omfattas av systemet. De som har en högre skattekraft än den garanterade skall därför erläggas en avgift vilken skall beräknas med hjälp av skillnaden mellan den egna skattekraften och den garanterade skattekraften. För dessa kommuner skall även kompensationsgraden på 95 procent sänkas till 85 procent.

På *kostnadsutjämningssidan* föreslås en rad förenklingar av systemet. Antalet delmodeller reduceras från sexton till nio.
Förslagen innefattar bland annat att inom äldreomsorgen ändras åldersindelningen till fem klasser och variabeln för etnicitet ändras till födda inom eller utanför norden. Modellen för individ- och familjeomsorg blir uppdelad i två delar. Den ena innefattar faktorerna ekonomiskt bistånd, missbrukarvård och övrig individ- och familjeomsorg, medan den andra beräknas med faktorer inom barn- och ungdomsvården. Dessa två delar summeras sedan till en standardkostnad för vardera kommun. Barnomsorgsmodellen blir i princip oförändrad med undantag från att sexåringar går över till grundskolemodellen. I grundskolemodellen ändras även underlaget på hur man skall beräkna modersmålsundervisning från utländskt medborgarskap till utländsk bakgrund. De fyra modellerna för byggkostnader, uppvärmning, administration och räddningstjänst slås samman till en gemensam modell vilken skall betecknas näringsgeografi. Kollektivtrafiksmodellen uppdateras och den nuvarande reduceringen av standardkostnaderna med 25 procent utgår.

Ett strukturbidrag föreslås införas för vilken uppgiften skall vara att kompensera de kommuner och landsting som påverkas negativt av de förändringar man föreslagit i kostnadsutjämningen. Detta bidrag skall ligga utanför utjämningssystemet.

De kommuner som har stora fasta införandetillägg och /eller kallortstillägg i nuvarande utjämningssystem uppkommer de största bidragsförändringarna för. Det omfattar främst kommuner i Västerbotten och Norrbotten. Glesbygdskommunerna får de största bidragsminskningarna. Större städer och landsbygdskommuner kommer i genomsnitt få högre bidrag. [2]

3. Några begrepp

3.1 Linjär multipel regression

Linjär multipel regressionsanalys kan man tänkas använda då man har flera variabler man tror inverkar linjärt tillsammans på ett utfall. Det vill säga att man har flera förklarande variabler och en förklarad variabel. Modellen kan då se ut på följande sätt:

$$Y_j = \beta_0 + \beta_1 X_{1j} + \beta_2 X_{2j} + \ldots + \beta_k X_{kj} + e_j \quad \text{där } j=1,\ldots,n \text{ och } n \text{ är antal observationer}$$

Här har vi k stycken förklarande variabler. X-variablerna behöver inte vara linjära, utan de får utan inskränkning vara en godtycklig känd funktion f av någon underliggande variabel z, dvs $x_j = f(z_j)$. Den väsentliga lineariteten för dessa modeller skall finnas i sambandet mellan parametrarna. [11]

Antaganden:

- $\boldsymbol{X}$ är icke-stokastisk och har full rang k. $\boldsymbol{X}$:s kolumner är linjärt oberoende.
- $\boldsymbol{e} \sim \mathrm{N}(0,\sigma^2\mathrm{I})$

Om dessa antaganden är uppfyllda kan man skatta parametrarna med minsta kvadratsummemetoden, då får man så kallade OLS-skattningar. Denna metod går ut på att välja en vektor $\boldsymbol{b}$ vilken minimerar kvadratsumman av residualerna, RSS. Vektor-notation kommer att användas från och med nu för enkelhets skull.

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{21} & x_{31} & \ldots & x_{k1} \\ \vdots & x_{22} & \ldots & \ldots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ldots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ldots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{2n} & \ldots & \ldots & x_{kn} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} RSS &= \boldsymbol{e'e} \\ &= (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{Xb})'(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{Xb}) \\ &= \boldsymbol{y'y} - \boldsymbol{b'X'y} - \boldsymbol{y'Xb} + \boldsymbol{b'X'Xb} \\ &= \boldsymbol{y'y} - 2\boldsymbol{b'X'y} + \boldsymbol{b'X'Xb} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{RSS}}{\partial \mathbf{b}} = -2\boldsymbol{X'y} + 2\boldsymbol{X'Xb} = 0$$

$$\Rightarrow \quad (\boldsymbol{X'X})\boldsymbol{b} = \boldsymbol{X'y}$$

vilket ger $\quad \boldsymbol{b} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{y}$

Och där har man OLS-skattningarna till sin modell.

Väntevärdet och variansen för $\boldsymbol{b}$ blir följande:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{b} &= (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{y} \\
&= (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'(\boldsymbol{X}\_+\boldsymbol{e}) \\
&= \_ + (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{e} \\
\boldsymbol{b} - \_ &= (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{e} \\
E(\boldsymbol{b} - \_) &= (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'E(\boldsymbol{e}) = 0 \quad \Rightarrow \quad E(\boldsymbol{b}) = \_
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
var(\boldsymbol{b}) &= E[(\boldsymbol{b} - \_)(\boldsymbol{b} - \_)'] \\
&= E[(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}'\boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}] \\
&= (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'E[\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}']\boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1} \\
&= \sigma^2(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}
\end{aligned}
$$

Situationen kan se annorlunda ut. Det kan tänkas vara så att antagandet om residualernas varians inte gäller, det vill säga att homoskedasticitet inte råder. Om residualerna har olika varians har man heteroskedasticitet istället.

Då kan man istället skatta sina parametrar på två olika sätt. Det första sättet är att beräkna _ med OLS-metoden men använda sig av White's kovariansmatris. Det andra sättet är att beräkna så kallade GLS-skattningar. Men denna metod kräver kunskap i strukturen på variansen.

3.2 White's test

För att testa om antagandet om homoskedasticitet håller kan man använda sig av White's test. För att använda detta test behöver man inte ha kunskap om variansens struktur.
Man sätter upp en regression av kvadraten på OLS-residualerna på en konstant och alla variabler i den ursprungliga modellen, deras kvadrater och deras korsprodukter.
Till exempel, om ens ursprungliga $\boldsymbol{X}$-vektor var följande:

$X'_j = [\ 1\ X_{2j}\ X_{3j}\ ]$

då blir regressionen av kvadraten på OLS-residualerna:

$$e_j^{\ 2} = \beta_0 + \beta_1 X_{1j} + \beta_2 X_{2j} + \beta_3 X^{2}{}_{1j} + \beta_4 X^{2}{}_{2j} + \beta_5 X_{1j} X_{2j}$$

Om man har många variabler i sin modell kan det vara nödvändigt att utesluta korsprodukterna i regressionen av kvadraten på OLS-residualerna, detta för att inte testet ska förlora sin styrka.
Under hypotesen att homoskedasticitet råder är nR^2 asymptotiskt χ^2-fördelat med frihetsgrader lika med antal variabler i den senare regression minus ett (konstanten). Det vill säga i vårt fall är frihetsgraderna fem. Som vanligt är n antal observationer.

3.3 White's kovariansmatris

Som tidigare nämnts kan man använda sig av White's kovariansmatris då man upptäckt heteroskedasticitet men ej har kännedom om dess struktur.
I detta fall ser modellen ut som sådan:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X}\_ + \boldsymbol{e}$$

$$E(\boldsymbol{e}) = 0 \quad och \quad E(\boldsymbol{ee}') = \sigma^2\boldsymbol{\Omega}$$

$$Där \quad \sigma^2\boldsymbol{\Omega} = diag\ \{\sigma^2{}_1, \sigma^2{}_2, \ldots\ldots, \sigma^2{}_n\}$$

Väntevärdet för $\boldsymbol{b}$ blir fortfarande densamma, E($\boldsymbol{b}$) = _.
Variansen blir dock annorlunda mot då homoskedasticitet råder:

$$\begin{aligned} var(\boldsymbol{b}) &= E[[\boldsymbol{b} - \_)(\boldsymbol{b} - \_)'] \\ &= E[(\boldsymbol{X'X})^{-1}\boldsymbol{X'ee'X}(\boldsymbol{X'X})^{-1}] \\ &= \sigma^2(\boldsymbol{X'X})^{-1}\boldsymbol{X'\Omega X}(\boldsymbol{X'X})^{-1} \end{aligned}$$

Eftersom $\sigma^2\boldsymbol{\Omega}$ innehåller n stycken okända parametrar och vi bara har n stycken observationer är det omöjligt att skatta dessa. White menar då att det är missledande att se det på det sättet. Han menar att det viktiga är att beräkna $\boldsymbol{X}'\sigma^2\boldsymbol{\Omega X}$.

$\boldsymbol{X'}\sigma^2\boldsymbol{\Omega X}$=

$$\begin{bmatrix} 1 & \cdots & \cdots & \cdots & 1 \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \cdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ x_{k1} & \cdots & \cdots & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_{21} & x_{31} & \cdots & x_{k1} \\ \vdots & x_{22} & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{2n} & \cdots & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix}$$

Man byter ut den okända matrisen $diag\ \{\sigma^2{}_1,\sigma^2{}_2,\ldots,\sigma^2{}_n\}$ mot den redan kända $diag\ \{e^2{}_1,e^2{}_2,\ldots,e^2{}_n\}$, där $e^2{}_j$ är OLS-residualen för observation j.

Då blir den empiriska variansen

$$var(\boldsymbol{b}) = (\boldsymbol{X'X})^{-1}\boldsymbol{X'}\sigma^2\boldsymbol{\Omega X}(\boldsymbol{X'X})^{-1}$$

där $\sigma^2\boldsymbol{\Omega} = diag\ \{e^2{}_1,e^2{}_2,\ldots,e^2{}_n\}$

Då man använder sig av White's kovariansmatris i sin modell ändras inte de ursprungliga OLS-skattningarna, utan man får endast andra t-värden och standardavvikelser. Man kommer inte ifrån heteroskedasticiteten då man inte har kännedom om dess struktur, utan detta är mer ett sätt för att se om modellen håller ändå. Det gör man genom att undersöka om variablerna fortfarande är signifikanta i sin modell efter att man använt sig av White's kovariansmatris.

3.4 Dummyvariabel

Om man har variabler som är kvalitativa, det vill säga ej kvantitativa, kan dessa representeras med hjälp av dummyvariabler. Om man till exempel har en modell där kön är en förklarande variabel kan man göra om den till en dummyvariabel,

D = 1 om det är en kvinna
= 0 annars

Basnivån är i detta fall könet man. I modellen representerar då _-skattningen för D skillnaden på *y*-variabeln om det är en kvinna.

3.5 Added variable plot

I enkel linjär regression kan man plotta y mot det predikterade värdet och lägga in linjen $Y = X$. De vertikala avvikelserna från punkterna till linjen är då residualerna. Men för att få sambandet mellan Y och enskilda X-variabler i en multipel regression måste man använda sig av en annan metod. Här är det då lämpligt att använda sig av ”added variable plot”. Om man bara plottar Y-variabeln mot X-variablerna parvis visar det endast samband mellan dessa utan hänsyn tagna till de övriga X-variablerna. Det sambandet man vill nå är det mellan Y-variabeln och en viss X_j-variabel givet de övriga X-variablerna. Det är detta samband som bestämmer X_j-variabelns koefficient i den multipla regressionen.

För att finna detta samband för X_j i en ”added variable plot” gör man på följande sätt:

1. Gör en regression av Y på de övriga X-variablerna och spara residualerna, e_1.
2. Gör en regression av X_j på de övriga X-variablerna och spara residualerna, e_2.
3. Plotta e_1 mot e_2, och lägg in regressionslinjen som erhålls vid enkel linjär regression av e_1 på e_2.

Residualerna e_1 är den del av variationen i y som inte kan förklaras av de övriga x-variablerna. Likaså är residualerna e_2 den del av variationen i X_j som inte kan förklaras av de övriga X-variablerna. Den nytta X_j gör om man lägger till den i en modell där redan de övriga X-variablerna finns, är detsamma som förmågan hos e_2 att förklara e_1.
Lutningskoefficienten på regressionslinjen i denna plot är densamma som _-skattningen X_j har i den ursprungliga modellen. Följande bevis gäller för en modell med två variabler, men ser densamma ut för n st variabler.

Bevis:

$$Y = \alpha_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + e$$

$$Y - \alpha_1 - \beta_3 X_2 = e_1$$

$$X_1 - \alpha_2 - \beta_4 X_2 = e_2$$

$e_1 = \beta_5 e_2$ det vill säga _5 är lutningskoefficienten i regressionslinjen av e_1 på e_2

$$Y - \alpha_1 - \beta_3 X_2 = \beta_5 (X_1 - \alpha_2 - \beta_4 X_2)$$

$$Y = \alpha_1 - \alpha_2 \beta_5 + \beta_5 X_1 + (\beta_3 - \beta_4 \beta_5) X_2$$

det vill säga _1 = _5 V.S.V.

Därför kan man även se i en ”added variable plot” om några observationer har för stort inflytande på _-skattningen i den ursprungliga modellen, det vill säga om det finns några få observationer i added variable plotten som styr hur dess regressionslinje ser ut. [12]

4. Modellen för kostnadsutjämning i rAps

Det regionala analys- och prognossystem rAps är utvecklat av NUTEK där statistiska centralbyrån, SCB, tillsammans med Inregia AB i Stockholm och SINTEF i Trondheim har svarat för utvecklingsarbetet. Några exempel på vad rAps kan användas till är följande:

- Se konsekvenser av beslut, antingen faktiska eller tänkta, som påverkar en region.
- Erhålla detaljerade prognoser över framtida befolkning i olika åldersgrupper till hjälp för t ex planering av sjukvård och utbildning.
- Erhålla regionala prognoser för sin verksamhet (för t ex konsulter, bransch- och intresseorganisationer, försäkrings- och fastighetsbolag)
- Konsekvensanalyser för att visa det regionala utfallet av förändringar i systemet för kommunal skatteutjämning.

Det är tack vare den sista punkten som rAps nämns i denna uppsats.

Ett av målen med denna uppsats är att skatta om parametrarna med färskare data och hitta eventuella fel i ekvationen för kostnadsutjämning i rAps. Denna ekvation är en aggregerad förenkling av de sexton delmodeller som kostnadsutjämningssystemet mellan kommuner och landsting bygger på. [14]

4.1 Analys av data

Ursprungligen såg ekvationen för kostnadsutjämning i rAps ut som följande:

$$kostnadsutj_j = \beta_0 + \beta_1 * nkost_j + \beta_2 * ffrek_j + \beta_3 * old_j + \beta_4 * young_j + \beta_5 * beftat_j + \beta_6 * (1/beftat)_j$$

j = kommun nr j, där j=[1,288]

kostnadsutj = kostnadsutjämningen i kr/capita
ffrek = andel förvärvsarbetande nattbefolkning
nkost = nettokostnad i kr/capita
old = andel ≥65 år
young = andel 0-16 år
beftat = befolkningstäthet

Denna ursprungliga ekvation var skattad med data fram till år 1995. Datamaterialet som används till denna uppsats är från åren 1995-2001.

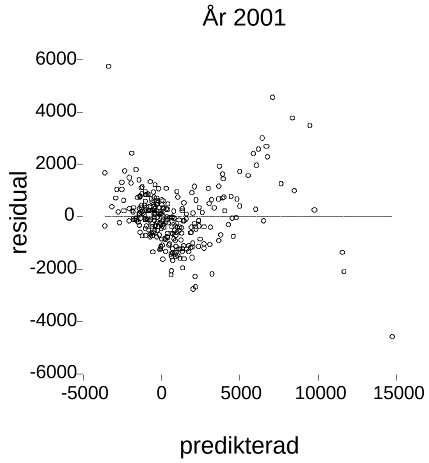
Det är alltid bra att börja en regressionsanalys med att studera datan. Till att börja med plottades därför alla variabler parvis för respektive år. Detta för att upptäcka eventuell kolinearitet och extremvärden samt för att få ett grundläggande intryck av samvariationen mellan den förklarade variabeln och de förklarande variablerna. Inget direkt nämnvärt upptäcktes i plottarna (se 8.1). Man ser dock att *beftat* inte är linjärt korrelerat med kostnadsutjämningen, vilket är förklaringen till att även dess invers finns med i den ursprungliga modellen då man har försökt finna ett mer anpassat samband dessa variabler emellan. En viss kolinearitet finns mellan några av variablerna vilket antagligen inte kommer att påverka den fortsatta analysen avsevärt.

Det är även bra att titta närmare på residualerna. Dessa plottades därför både mot de predikterade värdena och mot de förklarande variablerna för respektive år. Även detta för att finna eventuella extremvärden, men också för att upptäcka eventuell icke-konstant varians. Dessa plottar skall endast ge ”normalfördelat brus” om residualerna är okorrelerade med *X*-variablerna och det predikterade värdet. Eventuella avvikelser från detta tyder på fel i modellen.

I plottarna för residualerna mot *X*-variablerna kan man inte se några större avvikelser från modellen, och det är inte heller några större skillnader mellan åren. (se 8.3)

I plottarna med residualerna mot det predikterade värdet kan man tyda en varians som inte är konstant. Ju större det predikterade värdet är desto större är variansen.

Figur 4.1



Denna struktur visar sig för samtliga år. (se 8.2)

4.2 Nettokostnad

Man kan ifrågasätta varför variabeln *nkost* överhuvudtaget skall vara med i modellen. Självklart är nettokostnaden för en viss kommun och år starkt korrelerad med kostnadsutjämningen för samma kommun och samma år. Men nettokostnaden räknas ut i en enskild regressionsmodell med flera av vår modells *X*-variabler som förklarande variabler. Detta tyder på stark kolinearitet dessa variabler emellan.

Man kan även ifrågasätta hur verklighetsanpassad modellen är då man använder sig av nettokostnaden för år *z* för att skatta fram kostnadsutjämningen för år *z*. Det vore mer troligt att man har nettokostnaden för år *z-1* och vill prediktera kostnadsutjämningen för år *z*.

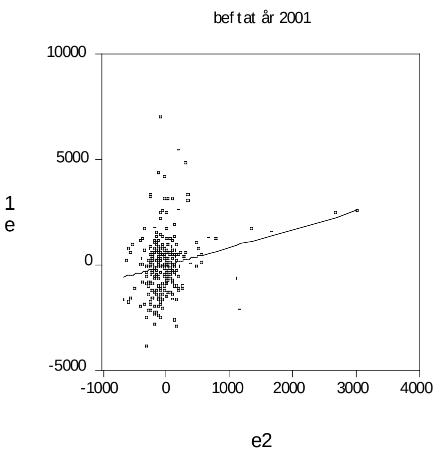
Ett annat sätt att se på det är att det kan vara beroende åt andra hållet. Det vill säga givet att en kommun får/ger *q* kronor i kostnadsutjämningen år *z*, så styr det hur stor nettokostnaden blir för samma kommun år *z+1*. Därför gjordes det plottar med *nkost*, *nkost(-1)*, *nkost(+1)* och *kostnadsutj* mot varandra för att eventuellt finna några sådana samband (se 8.4). Av plottarna att döma ser sambanden mellan *nkost*, *nkost(-1)*, *nkost(+1)* och *kostnadsutj* likadana ut. Så det har alltså ingen större betydelse vilken nettokostnad man använder sig av. Om man tar bort *nkost* helt från modellen sjunker förklaringsgraden med 3-10 procentenheter för vart och ett av åren.

4.3 Added variable plot

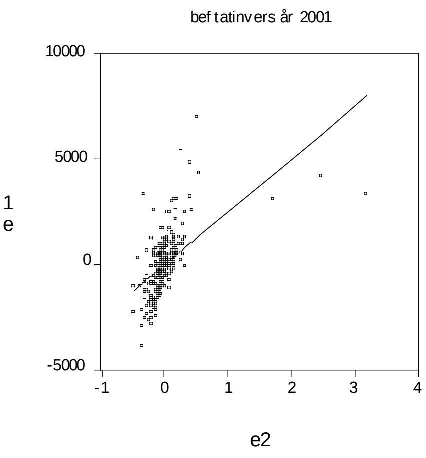
”Added variable plot” gjordes också för att se sambandet mellan *kostnadsutj* och *X*-variablerna enskilt. Plottarna gjordes först för endast ett år, år 2001.
För att se sambandet mellan *kostnadsutj* och *beftat* respektive *1/beftat* togs även den andra av dessa två variabler helt bort från modellen. Detta gjordes både när man räknade ut e_1 och e_2. Anledningen till det är för att de båda härstammar från samma variabel, endast med olika transformationer.

Ur plottarna för *nkost*, *old*, *young* och *ffrek* kan man inte urskilja några större avvikelser (se 8.5.1). Däremot i plottarna för *beftat* respektive *1/beftat* kan man se ett fåtal observationer som man stark kan misstänka har för stort inflytande på regressionslinjen och därmed även _-skattningen i den ursprungliga modellen.

Figur 4.2



Figur 4.3



För att vara säker på att det inte bara var en slump gjordes added variable plot under alla åren för *beftat* respektive *1/beftat*. (se 8.5.2 respektive 8.5.3)

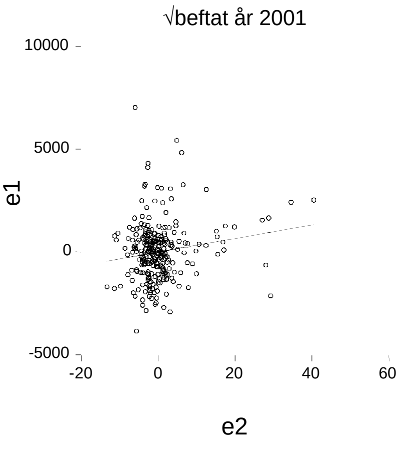
För *beftat* var det två kommuner som starkt avvek från de övriga. Detta såg man över alla åren och det var samma kommuner som var inblandade, Stockholm och Sundbyberg. Det är de två kommuner som är befolkningstätast.

För *1/beftat* var det tre kommuner som starkt avvek från de övriga. Även här såg man samma struktur över alla åren och att det var samma kommuner som var inblandade. De tre kommunerna var Sorsele, Arjeplog och Jokkmokk, vilka är de med minst befolkningstäthet.

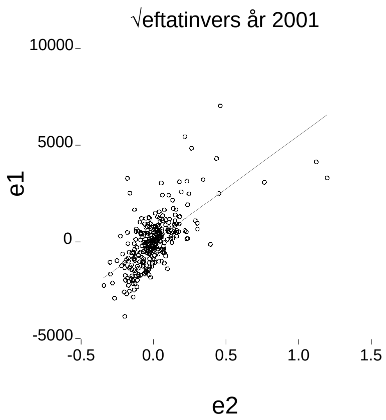
För att komma ifrån dessa problem kan man gå till väga på olika sätt. Ett sätt är att undersöka om de överhuvudtaget passar in i modellen och prova att ta bort dessa extremer. Men för detta ändamål är det nödvändigt att hitta en modell där alla kommuner passar in, annars vore modellen värdelös.

Så vad man istället kan göra är att försöka transformera om variablerna för att få en bättre anpassning till data. Efter att ha provat sig fram med olika transformationer upptäcktes att roten ur de båda ursprungliga variablerna gav bäst anpassning. Added variable plottarna för dessa nya variabler såg betydligt bättre ut än de ursprungliga.

Figur 4.4



Figur 4.5



För övriga år se 8.5.4 respektive 8.5.5.

I den stora modellen med dessa nya variabler ökade förklaringsgraden med 4-8 procentenheter för vart och ett av åren.

4.4 Parameteromskattning

Då ett av målen med denna uppsats var att skatta om koefficienterna till ekvationen för kostnadsutjämning i rAps ställer man sig frågan vilka data man ska använda sig av. När man ska skatta en parameter är det oftast alltid bättre ju fler observationer man använder sig av, skattningen blir då säkrare.

För att använda sig av all data från åren 1995-2001 behöver man lägga till dummyvariabler för respektive år. Detta görs för att fånga upp eventuella strukturella skillnader. Skattning av koefficienter görs även av data endast på det senaste året, det vill säga år 2001. Då det är oklart om *nkost* verkligen ska vara med i modellen räknas dessa två modeller fram både med och utan variabeln *nkost*.

Dessa fyra modellers koefficienter skattas:

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{kostnadsutj} = \\ &\beta_0 + \beta_1 * \boldsymbol{ffrek} + \beta_2 * \boldsymbol{old} + \beta_3 * \boldsymbol{young} + \beta_4 * \sqrt{\boldsymbol{beftat}} + \beta_5 * \sqrt{(1/\boldsymbol{beftat})} + \\ &\beta_6 * \boldsymbol{nkost} + \beta_7 * \boldsymbol{dummy96} + \beta_8 * \boldsymbol{dummy97} + \beta_9 * \boldsymbol{dummy98} + \\ &\beta_{10} * \boldsymbol{dummy99} + \beta_{11} * \boldsymbol{dummy00}\end{aligned}$$

Med användning av datamaterialet från åren 1995-2000

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{kostnadsutj} = \\ &\beta_0 + \beta_1 * \boldsymbol{ffrek} + \beta_2 * \boldsymbol{old} + \beta_3 * \boldsymbol{young} + \beta_4 * \sqrt{\boldsymbol{beftat}} + \beta_5 * \sqrt{(1/\boldsymbol{beftat})} + \\ &\beta_6 * \boldsymbol{dummy96} + \beta_7 * \boldsymbol{dummy97} + \beta_8 * \boldsymbol{dummy98} + \\ &\beta_9 * \boldsymbol{dummy99} + \beta_{10} * \boldsymbol{dummy00}\end{aligned}$$

Med användning av datamaterialet från åren 1995-2000

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{kostnadsutj} = \\ &\beta_0 + \beta_1 * \boldsymbol{ffrek} + \beta_2 * \boldsymbol{old} + \beta_3 * \boldsymbol{young} + \beta_4 * \sqrt{\boldsymbol{beftat}} + \beta_5 * \sqrt{(1/\boldsymbol{beftat})} + \\ &\beta_6 * \boldsymbol{nkost}\end{aligned}$$

Med användning av datamaterialet från år 2000

$$\textit{\textbf{kostnadsutj}} =$$
$$\beta_0 + \beta_1 * \textit{\textbf{ffrek}} + \beta_2 * \textit{\textbf{old}} + \beta_3 * \textit{\textbf{young}} + \beta_4 * \sqrt{\textit{\textbf{beftat}}} + \beta_5 * \sqrt{(1/\textit{\textbf{beftat}})}$$

Med användning av datamaterialet från år 2000

När man hade fått fram _-skattningarna för de olika modellerna plottades de predikterade värdena mot dess residualer. I plottarna kunde man urskilja en icke konstant varians. (se 8.6)

Det är intressant att jämföra hur dessa modellers prognoser ser ut för nästföljande år där man redan har den faktiska siffran på kostnadsutjämningen. Det visade sig dock vara väldigt svårt att få fram statistik för alla variabler för år 2002, istället användes därför åren 1995-2000 till en modell och endast år 2000 till den andra modellen för att se hur bra de predikterar värden för år 2001, ett år för vilket data redan fanns.

Det är också intressant att jämföra hur bra den ursprungliga modellen i rAps och dess skattningar predikterar värden för år 2001.

Dessa predikterade värden för år 2001 plottades sedan mot de tillhörande residualerna. I alla fem modellerna såg man även här en viss antydning till icke konstant varians. (se 8.7)
Den modell som predikterar sämst för år 2001 är rAps-ekvationen vilket kan tyda på att den behöver uppdateras med jämna mellanrum. De andra fyra modellerna predikterade ungefär samma mönster.

4.5 White´s test

White's heteroskedasticitetstest gjordes på alla fyra modellerna. Då det är ganska många variabler i modellerna gjordes testet utan kors-termer, detta för att inte förlora testets styrka. Resultatet gav att heteroskedasticitet förekommer i samtliga fall. Nästan alla variabler var signifikanta i testet.

För att få bukt med detta problem kan man gå tillväga på olika sätt, men eftersom man inte vet hur variansstrukturen ser ut är det lämpligt att använda sig av White's kovariansmatris.
När man har använt sig av White´s kovarinasmatris är alla variabler fortfarande signifikanta i modellen.

4.6 Resultat / Slutsatser

Frågan är då vilken modell man ska välja?
Som tidigare nämnts får man säkrare skattningar ju fler observationer man har. Men i det fallet då man använder sig av data för alla åren måste man även lägga till dummyvariabler så man vinner inte mycket i minskad varians på det sättet.

Om man gör beräkningar för vart och ett av åren separat och sedan plottar de predikterade värdena mot dess residualer ser man ett liknande mönster för alla år (se 8.8) Detta tyder på att det inte är alltför stora skillnader åren emellan och att man därför kan använda sig av parameterskattningarna som är beräknade med endast år 2001 som underlag. Modellen utan nkost valdes.

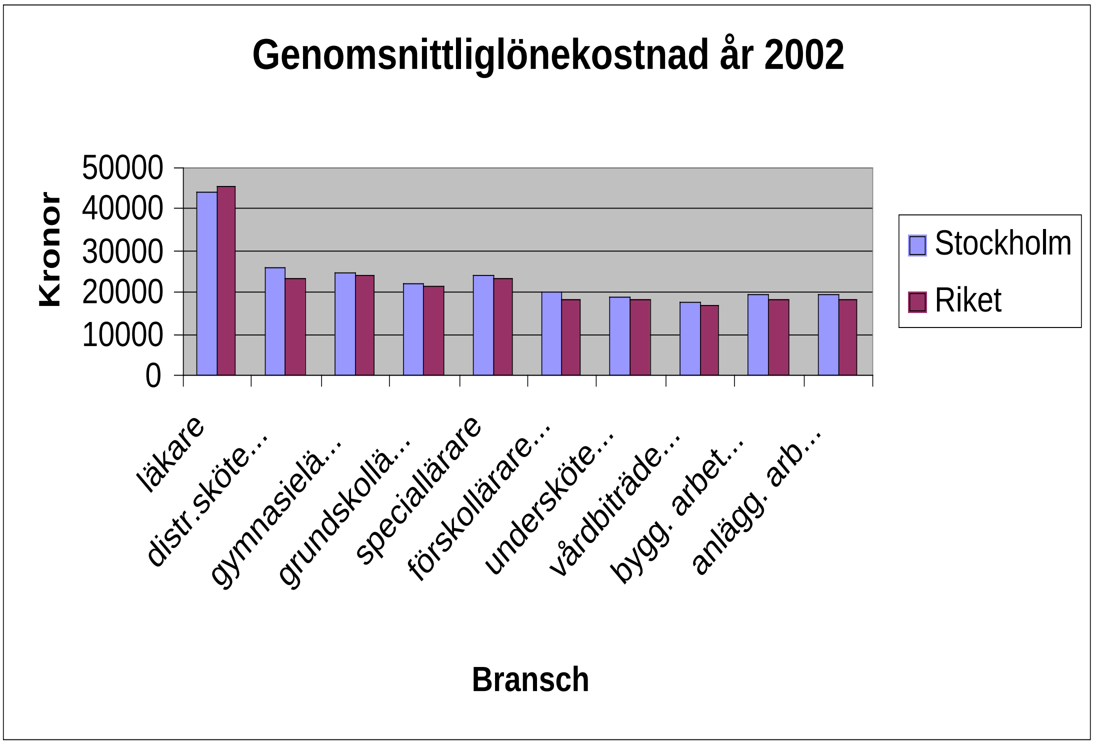
5. Skillnad mellan Stockholm och övriga riket

5.1 Kritik från Stockholmsregionen

Stockholm Stad har gjort ett yttrande angående Utjämningskommitténs betänkande "Gemensamt finansierad utjämning i kommunsektorn". Detta yttrande handlar om missnöjet med utjämningssystemet och de problem det nya förslaget inte tar upp. Man menar att systemet inte beaktar Stockholms särskilda förutsättningar. Grundtanken med systemet är som tidigare belysts att alla regioner skall ha kompensation för opåverkbara kostnader. Här menar man att systemet inte tar hänsyn till det strukturellt betingade kostnadsläget som Stockholm och andra storstadsregioner har.

Bland de flesta yrken är lönerna i genomsnitt högre i Stockholm än i övriga riket.

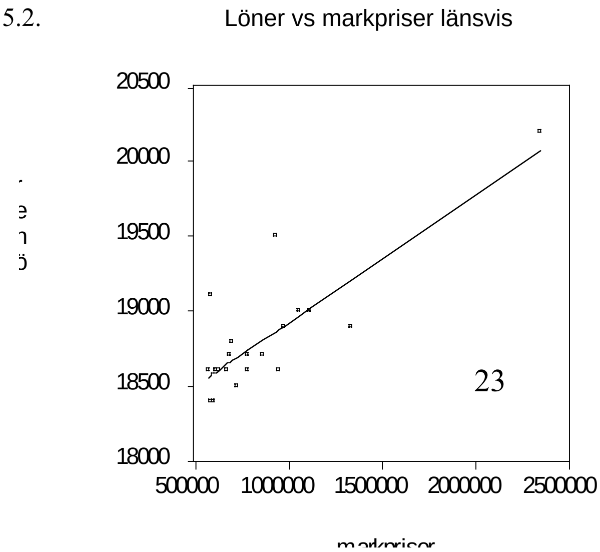
Figur 5.1



I figur 5.1 ser man att alla branscher i figuren utom läkare har en genomsnittlig högre lön i Stockholm än i riket. Att lönerna i genomsnitt är högre i Stockholm förklaras främst med den hårda konkurrensen från den privata sektorn, men även att utbildnings- och yrkesstrukturen ser olika ut. Dessutom är kvinnornas löner i genomsnitt högre i Stockholm än i övriga landet.

Man kan även finna en viss tendens till högre lokal- och markkostnader i Stockholm än i övriga län. Man kan tänka sig att löne- och markprisnivån är korrelerade. I ett område med höga löner finns det mer pengar att konkurrera med vid attraktiva platser vilket drar upp priserna. Man kan även tänka sig att där det är dyrt att bo måste lönerna höjas för att människor ska kunna ha råd att ha dessa arbeten.
Dessa tankar påvisas i figur 5.2 nedan.

Figur 5.2.



Levnadskostnaderna för boende och dagligvaror är högre i Stockholm, och detta medför minskad köpkraft för hushållen.
Med andra ord beaktas Stockholmsregionens högre inkomster i inkomstutjämningen, men ingen hänsyn tas till regionens högre kostnader i kostnadsutjämningen. [8]

5.2 Grundskolan

Som tidigare nämnts består nuvarande kostnadsutjämningssystem av sexton delmodeller. En av dessa är modellen för grundskolekostnader, vilken kommer att tittas lite närmare på här.

Modellen skall som sagts ta hänsyn till strukturella kostnader vilka i detta fall är andel barn i 7-15 år, glesbygd med långa avstånd till skolor och andel barn vilka har behov av hemspråksundervisning.

Modellen ser därför ut på följande sätt:

*Standardkostnad = andel barn mellan 7-15 år * genomsnittlig grundskolekostnad + (andel barn mellan 7-15 år * andel finska och utomnordiska barn 7-15 år * modellersättning för hemspråksundervisning) – genomsnittlig ersättning per invånare för hemspråk och svenska2 + tillägg/avdrag för små skolor och skolskjutsar* [13]

5.3 Genomsnittlig grundskolekostnad

Analysen kommer inriktas på att undersöka om genomsnittlig grundskolekostnad skiljer sig åt om man jämför denna för kommuner i Stockholms län mot alla kommuner i riket exklusive de i Stockholms län. Den genomsnittliga kostnaden för grundskolan beräknas enligt följande:

genomsnittlig kostnad: $\mu = \dfrac{\sum_k X_k}{\sum_k n_k}$

där X_k = total kostnad för grundskolan för kommun k
n_k = antal elever i grundskolan för kommun k

Eftersom man gör denna vägning har inte alla kommuner lika stort inflytande på den genomsnittliga kostnaden, utan det är antalet elever som spelar in.

I uppsatsen används data från åren 1998-2002. Hos en del kommuner saknades siffror för kostnad per elev för grundskolan för ett eller flera av åren. Vid dessa bortfall togs dessa kommuner helt bort från analysen från året/åren det gällde. Då det endast var ett fåtal kommuner per år detta gällde påverkar det inte resultaten avsevärt mycket. Efter beräkningar fick man fram följande resultat:

Tabell 5.1

	1998	*1999*	*2000*	*2001*	*2002*
Riket exkl. Stockholms län	52867	54777	56654	60868	64045
Stockholms län	56434	58662	60269	65972	69227

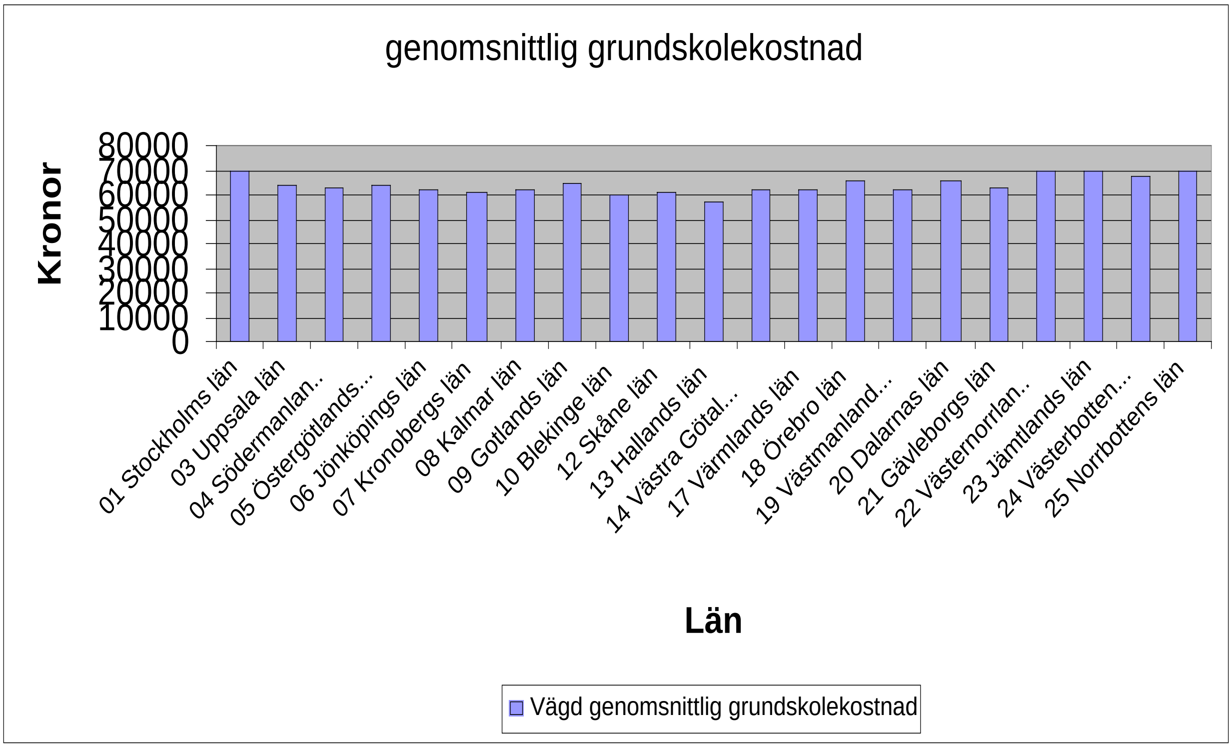
Dessa siffror är genomsnittskostnader uttryckta i kronor per elev.

Man räknar fram den genomsnittliga kostnaden med data från hela populationen, dvs. alla elever i grundskolan.

Vad som framgår av siffrorna är att Stockholms läns kommuner har något högre genomsnittlig kostnad än de övriga kommunerna. Frågan är om detta är unikt för just Stockholm eller om liknande resultat skulle fås om man undersökte detsamma för till exempel Norrbottens läns kommuner?

Ett sätt att undersöka detta är att titta på ett histogram över grundskolekostnaderna för att se om Stockholm avviker nämnvärt mot de övriga.

Figur 5.3.



Enligt histogrammet i figur 5.3 kan man inte urskilja någon direkt avvikelse för Stockholms del. Flera av kommunerna i norra Sverige har även de en något högre genomsnittlig grundskolekostnad än övriga riket.

Ett annat sätt att undersöka om Stockholm har i genomsnitt högre kostnader för grundskolan än övriga riket är att göra ett signifikanstest. Trots att den genomsnittliga kostnaden beräknas från hela populationen för det gällande året kan man tänka sig att det speglar en delmängd av populationen över flera år. För att kunna skatta parametrarna behövs det dock tillgång till mer data vilket är anledningen till att det kommer lämnas ogjort i denna uppsats.

6. Sammanställning av resultat och diskussion

Den ursprungliga modellen i rAps predikterade värden för år 2001 dåligt, vilket kan tyda på att den behöver uppdateras med jämna mellanrum.

Vid analysen av datamaterialet till parameteromskattningen i rApsmodellen såg man att en transformation av variablerna *beftat* och *1/beftat* anpassade data bättre. Som underlag för parameterskattningarna valdes endast det senaste året i datamaterialet, då det inte var så stora skillnader åren emellan. Det behöver dock inte alltid vara fallet, så man bör undersöka detta då man ska skatta om parametrarna i modellen igen. Då syftet med denna uppsats var att skatta om parametrarna i rApsmodellen undersöktes inte några andra variabler än de som redan fanns i den ursprungliga modellen. Det kan tänkas att det finns en annan grupp av variabler som tillsammans beskriver kostnadsutjämningen ännu bättre.

Enligt beräkningen av genomsnittliga kostnaden för Stockholms läns kommuner mot övriga kommuner i riket för åren 1998-2002 hade Stockholm en högre kostnad. Man kan dock inte dra några egentliga slutsatser bara av de resultaten. Som syntes i figur 5.3 hade även flera kommuner i norra Sverige höga genomsnittliga kostnader för grundskolan. Så samma resultat skulle kunna fås om man till exempel jämför Norrlands kommuner mot övriga rikets.
Detta skulle kunna förklaras med att det är mer glesbygd där vilket bidrar till högre kostnader för skolskjutsar. Men detta får kommunerna kompenserat för i modellen som beräknar standardkostnaden för grundskolan. Kritiken från Stockholm handlar om att man inte blir kompenserad för kostnader som medför en storstadsregion. Det man skulle kunna göra är att jämföra standardkostnaderna för grundskolan för alla kommuner med deras faktiska kostnader för grundskolan. Problemet med detta tillvägagångssätt är att man inte vet om differensen till största del faktiskt beror på fel i modellen eller om det är kostnader som kommuner kan påverka vilka de inte ska få kompenserat för enligt systemets syfte. Men detta problem gäller för samtliga kommuner så om Stockholms differens sticker ut nämnvärt från de övrigas borde man i alla fall undersöka det närmare.

7. Källförteckning

[1] Sundström, B. m fl (2000) *Växa och krympa – flyttströmmarna, utjämningen och de kommunalekonomiska konsekvenserna*, first edition

[2] SOU 2003:88, *Gemensamt finansierad utjämning i kommunsektorn*

[3] Söderström, L. (2002) *Hotet mot kommunerna*, Ds 2002:7

[4] Berggren, H m fl (2003) *Utjämning mellan kommunerna – en kort beskrivning av dagens system*, 3:e upplagan

[5] Johnston, J. DiNardio, J. (1997) *Econometric methods*, fourth edition

[6] Weisberg, Sanford (1985) *Applied Linear Regression*, second edition, Wiley.

[7] Inregia (2002) *Hur skattas Stockholm?*, på uppdrag av Stockholms Handelskammare

[8] Stockholms stads remiss av betänkandet (SOU 2003:88)

[9] Johnston, J. m fl (1994) Eviews User´s Guide, Version 2.0.

[10] Fölster, S. (1998) *Kommuner Kan! Kanske! – om kommunal välfärd i framtiden*, Ds 1998:15

[11] Sundberg, R. (1997) *Kompendium i Tillämpad matematisk statistik*

[12] Ohlsson, E. (1998) *Grafisk diagnostik för regressionsmodeller*

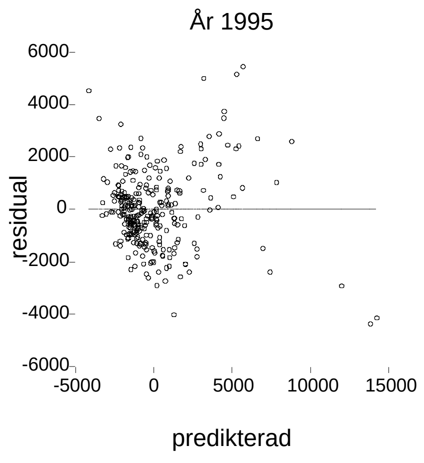
[13] www.scb.se

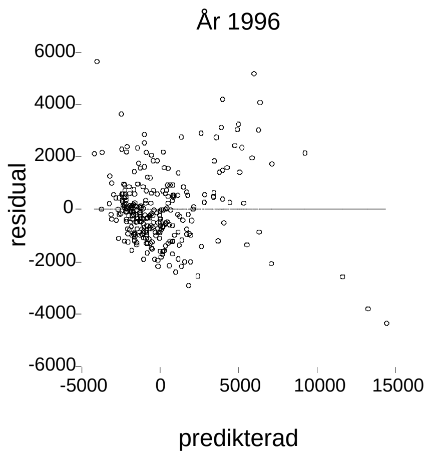
[14] www.h.scb.se/raps

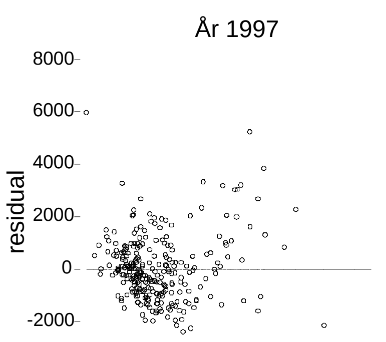
8. Appendix

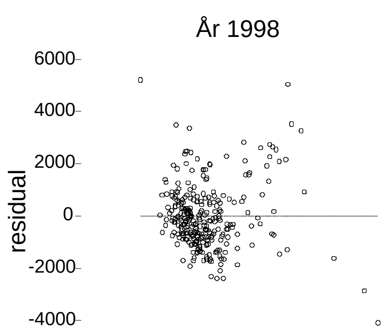
8.1 Parvisa plottar

8.2 Residualer vs Predikterade värden









8.3 Residualer vs X-variabler

År 1995