



Matematisk statistik
Stockholms universitet

En marknadsvärdering av den svenska
statsskulden 1970-95

Ingela Andersson

Examensarbete 2003:8

ISSN 0282-9169

Postadress:

Matematisk statistik
Matematiska institutionen
Stockholms universitet
106 91 Stockholm
Sverige

Internet:

<http://www.matematik.su.se/matstat>



Matematisk statistik
Stockholms universitet
Examensarbete 2003:8,
<http://www.matematik.su.se/matstat>

En marknadsvärdering av den svenska statsskulden 1970-95

Ingela Andersson*

November 2003

Sammanfattning

Detta arbete ska marknadsvärdera Sveriges statsskuld under åren 1970-95. Före Sveriges inträde i EU redovisades statsskulden till ett bokfört värde i den officiella statistiken. Efter inträdet ska statsskulden redovisas till ett marknadsvärde. Två olika tillvägagångssätt har använts.

Den första metoden bygger på nuvärdesprincipen. Denna går ut på att marknadsvärdera alla statsobligationslån med hjälp av en skattad marknadsränta och sedan addera på de delar av statsskulden vilka betraktas som deterministiska.

Den andra metoden är en multipel regressionsmodell där skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet på hela statsskulden under åren 1996-2001 har legat till grund för att förklara skillnaden under åren 1970-95.

Beräkningarna visar att den första metoden ger en god skattning av marknadsvärdet medan den andra metoden ger värden som är oanvändbara.

*E-post: ingela75@home.se. Handledare: Thomas Höglund.

**An estimation of the market value of the
Swedish national debt 1970-1995**

Abstract

This paper will provide an estimation of the market value of the Swedish national debt for the period 1970-95. In the official statistics the national debt has prior to the Swedish EU-membership been accounted for as a booked value. But as a member of the EU the national debt will now be accounted for as a market value. To accomplish this two different procedures have been used.

The first method is based upon the principle of present value. The present value of the Government bonds is here determined using an estimated market rate of interest. To this the deterministic parts of the national debt are later added.

The second method constructs multiple regression models where the difference between the market value and booked value of the national debt during 1996-2001 are used to explain the difference during 1970-95.

Calculations shows that the first method give a good estimation of the market value, while the second method gives values that are of no use.

Förord

Detta examensarbete i matematisk statistik har gjorts på uppdrag av Statistiska Centralbyrån (SCB) och är på 20 poäng. Uppgiften är att marknadsvärdera statskulden under åren 1970-95 för att uppdragsgivaren ska få en längre tidsserie att följa och för att sedan använda värdena som officiell statistik.

Jag vill rikta ett stort tack till mina handledare Karl Magnusson och Sam Nivaro på SCB för all värdefull hjälp under arbetets gång. Jag vill också tacka Thomas Höglund, min handledare på matematiska institutionen vid Stockholms Universitet, som svarat på alla mina frågor av varierande slag. Slutligen vill jag tacka Greig Drew på SCB som har tagit sig tid att hjälpa mig med SAS.

I appendix finns diagram som ligger till grund för beräkningar och analys. På grund av utrymmesskäl är materialet inte komplett. Intresserade kan vända sig till författaren.

Innehåll

1	Inledning.....	9
1.1	Statsskulden.....	9
1.2	Mål och metoder.....	9
1.2.1	Metod 1: nuvärdesprincipen.....	9
1.2.2	Metod 2: multipel regressionsanalys.....	10
1.3	Data.....	12
1.3.1	Metod 1: nuvärdesprincipen.....	12
1.3.2	Metod 2: multipel regressionsanalys.....	12
2	Metod 1: Nuvärdesprincipen.....	13
2.1	Nominell ränta.....	13
2.2	Real ränta.....	15
2.3	Skattad nominell ränta.....	20
2.4	Skattat marknadsvärde av statsobligationslånen.....	20
2.5	Skattat marknadsvärde av statsskulden.....	23
2.6	Sammanfattning metod 1.....	25
3	Metod 2: Multipel regressionsanalys.....	27
3.1	Variabler.....	27
3.2	Kvartalsvisa variabler.....	28
3.2.1	Analys modell 2.1.....	30
3.2.2	Analys modell 2.2.....	30
3.2.3	Analys modell 2.3.....	33
3.2.4	Utbytt variabel.....	35
3.2.5	Analys modell 2.4.....	35
3.2.6	Analys modell 2.5.....	38
3.3	Årsvisa variabler.....	40
3.3.1	Analys modell 2.6.....	41
3.3.2	Analys modell 2.7.....	44
3.4	Endast räntan som beroende variabel.....	46
3.4.1	Analys modell 2.8.....	46
3.4.2	Analys modell 2.9.....	48
3.5	Sammanfattning metod 2.....	50
4	Slutsatser och kommentarer.....	51
5	Referenser.....	53
A	Appendix metod 1.....	55
A.1	Nominell ränta.....	55
A.2	Regressionskurva reala räntan.....	60
A.3	Skattad nominell ränta.....	64

B	Appendix metod 2.....	71
B.1	Modell 2.2.....	71
B.1.1	Parvisa plottar modell 2.2.....	71
B.1.2	Residualplottar modell 2.2a.....	75
B.1.3	Added variable plots modell 2.2a.....	77
B.2	Modell 2.4.....	78
B.2.1	Parvisa plottar modell 2.4.....	78
B.2.2	Residualplottar modell 2.4.....	81
B.2.3	Added variable plots modell 2.4.....	83
B.3	Modell 2.6.....	85
B.3.1	Parvisa plottar modell 2.6.....	85
B.3.2	Residualplottar modell 2.6.....	87
B.3.3	Added variable plots modell 2.6.....	89
B.4	Modell 2.8.....	90
B.4.1	Parvisa plottar modell 2.8.....	90
B.4.2	Residualplottar modell 2.8.....	91

1 Inledning

1.1 Statsskulden

Statsskulden förvaltas av Riksgäldskontoret (RGK) och uppgår idag till ungefär 1200 miljarder kronor. RGK ansvarar för finansieringen av statens lånebehov. Ett lånebehov uppstår när statens utbetalningar är större än inbetalningarna samt när gamla lån löper ut och staten måste låna upp nya pengar för att kunna betala tillbaka de gamla lånen.

Statsskulden har under årens lopp bestått av en rad olika former av lån:

- Statsobligationer
- Realräntelån
- Premieobligationer
- Riksgäldskonto
- Allemanssparande
- Statsskuldväxlar
- Övriga inhemska lån
- Lån i utländsk valuta

Marknadsvärdet på alla dessa lån beror mer eller mindre på marknadens svängningar. Men de flesta har så kort löptid att marknadsvärdet och det bokföra värdet i princip är samma. Detta gör att dessa delar inte är nödvändiga att marknadsvärdera och kommer därför att betraktas som deterministiska. De delar av statsskulden som har lång löptid är statsobligationslånen och premieobligationslånen. Marknadsvärdet av statsobligationslånen beror på utvecklingen av marknadsräntan. Marknadsvärdet av premieobligationslånen är i allmänhet kvar på det nominella värdet tills de förfaller. Därför är det endast nödvändigt att marknadsvärdera statsobligationslånen.

1.2 Mål och metoder

Målet för detta arbete är att komma fram till en rimlig marknadsvärdering av den svenska statsskulden för åren 1970-1995. För att nå målet har två olika metoder prövats, dels har statsobligationslånen marknadsvärderats enligt nuvärdesprincipen, vilket är den vedertagna värderingsmetoden för obligationer och dels har ett antal multipla regressionsmodeller tagits fram.

I den första metoden har Excel använts, både för att göra enkla regressionsmodeller och för beräkningar. I den andra metoden har SAS använts.

1.2.1 Metod 1: nuvärdesprincipen

Nuvärdesprincipen går ut på att marknadsvärdera statsobligationslånen. Sedan läggs värdet på de komponenter vilka betraktas som deterministiska till, för att få en marknadsvärdering av hela statsskulden. För att marknadsvärdera statsobligationslånen behövs marknadsräntan för respektive år, med löptider som motsvarar den återstående löptiden på de utestående lånen. En stor del av den första metoden är att skatta funktioner

för den nominella räntan. I den fortsatta texten kommer marknadsräntan endast att benämnas med räntan.

För att ta fram räntemodeller för de aktuella åren behövs ett antal gällande räntor den sista december varje år. Det visar sig oväntat svårt att hitta räntor med lika lång löptid för alla år och därför har de löptider som gått att finna använts.

Ränteuppgifterna som erhållits plottas mot löptiden och en enkel regressionsanalys görs på datamaterialet för att få en bild över hur ränteutvecklingen sett ut för respektive år. För vissa år är det i Excels inbyggda analysverktyg omöjligt att finna en modell som beskriver ränteutvecklingen tillräckligt bra. Detta gör att ett alternativt sätt att skatta den nominella räntan måste övervägas.

Vissa år påverkar den förväntade inflationen den nominella räntan mer än andra år. Därför testas att istället göra en räntemodell på den reala räntan. Ännu en gång plottas räntorna, denna gång de reala, mot löptiden och enkla regressionsanalyser görs för respektive år. Den reala räntan får ett utseende som går att göra enkla regressionsmodeller till. Det är tre olika typer av modeller som uppstår; linjära, loglinjära och andragradspolynom.

Utifrån de framtagna modellerna för den reala räntan beräknas en skattad nominell ränta som i sin tur används för att marknadsvärdera statsobligationslånen.

Marknadsvärdet av statsobligationslånen beräknas genom att ta nuvärdet av de årliga kupongerna som ska betalas ut varje år och lägga till nuvärdet av det utestående beloppet. Resultatet blir ett skattat marknadsvärde av de utestående statsobligationslånen.

1.2.2 Metod 2: multipel regressionsanalys

Från och med Sveriges inträde i EU byttes redovisningsstandard för finans- och nationalräkenskaperna till ESA 1995 (European System of accounts). Enligt denna standard ska statsskulden beräknas till ett marknadsvärde. Parallellt med den nya standarden har även den gamla beräkningsmetoden med bokfört värde använts. Detta gör att man kan ta fram ett antal modeller för skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet baserad på andra förklarande variabler än marknadsräntan för åren 1996-2001. För åren 1970-95 finns endast det bokförda värdet, vilket medför att man utifrån den framtagna modellen kan skatta marknadsvärdet.

Det bör noteras redan i detta tidiga stadium att en sådan här modell inte är helt tillförlitlig, då den kommer att tillämpas många år bakåt i tiden. De ekonomiska förhållandena t.ex. 1970 skiljde sig i hög grad från de som rådde under den senare halvan av 1990-talet. Därför ska resultaten som framkommer beaktas med försiktighet.

Variabler som rimligtvis borde påverka skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet samlas in från i huvudsak SCB:s databaser, men även från Riksbanken. För att få så många observationspunkter som möjligt används kvartalsdata.

För dessa variabler görs enkla regressionsanalyser mot skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet för att sortera bort de som inte förklarar skillnaden tillräckligt bra.

Vissa av de variabler som blir kvar är väldigt närbesläktade och därför tas flera olika modeller fram och testas, där likartade variabler inte är med i samma modell.

En del av de slutliga variabler som kommer med i modellerna är angivna i kronor per kvartal vilket gör att om modellen ska appliceras på årsbasis måste koefficienten divideras med fyra. Därför görs analysen om, denna gång med de senaste fyra kvartalens värde summerade för att erhålla årsvisa variabler angivna kvartalsvis.

Det görs även modeller där endast marknadsräntan används som beroende variabel eftersom det i praktiken är den variabel som påverkar skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet.

Modellerna kommer slutligen att diagnostiseras:

- Parvisa plottar av modellens ingående variabler

Modellernas ingående variabler plottas parvis för att se så att det inte finns ett beroende, en kolinjaritet, mellan variablerna som orsakar fel i modellen.

- Studera residualerna

Residualerna studeras dels i en plot av residualer mot skattade värden vilken ska ge "normalfördelat brus", dels plottas residualer mot de variabler som ingår i modellen vilket också ska ge normalfördelat brus. I en normalfördelningsplot av residualer plottas residualerna mot normalfördelningens kvantiler. Denna ska ge en rät linje om normalfördelning föreligger.

- Added variable plots

En added variable plot visar om en enskild variabel i en multipel regressionsmodell tillför något till modellen. Om $y = x_1 + x_2 + x_3$ så representerar residualen e_1 den variation i y som inte kan förklaras av x_2 och x_3 . Residualen e_2 representerar den variation i x_1 som inte kan förklaras av x_2 och x_3 . Den förmåga x_1 har att tillföra något till en modell där x_2 och x_3 redan ingår är densamma som förmågan hos e_2 att förklara e_1 . En plott av e_1 mot e_2 visar alltså sambandet mellan y och x_1 givet x_2 och x_3 . I denna plott ska punkterna ligga spridda runt en linje.

1.3 Data

1.3.1 Metod 1: nuvärdesprincipen

Marknadsvärdet av statsobligationslånen har beräknats för 31 december under åren 1970-95. Det har antagits att alla kuponger betalas ut detta datum samt även att alla lån förfaller denna dag. Att så inte alltid är fallet borde inte ha någon större betydelse på ett så pass stort datamaterial som det studerade. Den enda konsekvensen som blir är att marknadsvärdet skattas något för lågt.

De räntor som använts för att ta fram räntemodeller är de marknadsräntor som gällde den sista december de aktuella åren för statsobligationer och statsskuldväxlar.

1.3.2 Metod 2: multipel regressionsanalys

Under åren 1996-2001 har marknadsvärdet och det bokförda värdet av statsskulden angivits den sista mars, juni, september och december. De variabler som använts för att ta fram regressionsmodeller har studerats vid samma tidpunkter. Utifrån de framtagna modellerna har marknadsvärdet av statsskulden skattats för 31 december 1970-95.

2 Metod 1: Nuvärdesprincipen

2.1 Nominell ränta

För att kunna skatta marknadsvärdet av statsskulden enligt nuvärdesprincipen måste först marknadsräntan skattas för olika löptider de aktuella åren. Ränteuppgifter från 31 december 1970-95 har samlats in från Riksbanken och Riksgäldskontoret. För åren 1970-81 hittades räntor med löptid 2, 5, 10 och 15 år, och för åren 1983-95 hittades räntor med löptid mellan 1-6 månader samt 1, 2, 5 eller 10 år. År 1982 hade endast den 10-åriga räntan att erbjuda (se tabell 2.1).

löptid år	1 mån	2 mån	3 mån	4 mån	5 mån	6 mån	1 år	2 år	5 år	10 år	15 år
1970								8,54	7,64	7,44	7,32
1971								6,50	6,82	7,11	7,05
1972								7,15	7,34	7,43	7,43
1973								7,06	7,12	7,39	7,38
1974								8,99	8,39	8,15	8,12
1975								8,12	8,49	9,00	9,15
1976								10,55	9,79	9,61	9,64
1977								10,31	10,07	9,92	9,81
1978								8,66	9,80	9,83	10,16
1979								12,49	11,30	10,69	11,13
1980								11,85	12,54	12,50	12,74
1981								12,92	12,94	12,99	12,78
1982										13,01	
1983	11,93	11,84	11,79			11,83	12,00	13,05		12,08	
1984	11,67	11,64	11,72	11,77	11,81	11,86				12,25	
1985	12,78	12,69	12,42	12,50	12,49	12,48	12,40	12,59	12,61	12,59	
1986	9,68	9,52	9,16	9,23	9,25	9,32	9,55		10,54	10,58	
1987	8,95	9,08	9,12	9,22	9,34	9,43	10,69		11,47	11,74	
1988	10,56	10,67	10,48	10,71	10,73	10,81		11,16	11,05	10,96	
1989	11,99	12,32	12,34	12,51	12,66	12,77		13,36	12,96	12,58	
1990	14,56	14,70	14,41	14,52	14,49	14,48		14,10	12,76	12,33	
1991	14,61	14,27	13,70	13,61	13,32	13,17		11,67	10,58	10,03	
1992	11,49	11,24	10,62	10,43	10,27	10,19		9,65	9,63	9,79	
1993	7,51	7,26	6,94	6,91	6,84	6,81		6,38	6,42	7,30	
1994	7,79	8,02	8,00	8,20	8,36	8,49		9,82	10,36	10,86	
1995	8,81	8,78	8,64	8,64	8,53	8,49		8,35	8,31	8,63	

Tabell 2.1 Nominell ränta med löptid 1 månad till 10 år för åren 1970-95.

Räntorna för respektive år plottades mot löptiden (se appendix A.1) och enkla regressionsanalyser gjordes i Excel, där

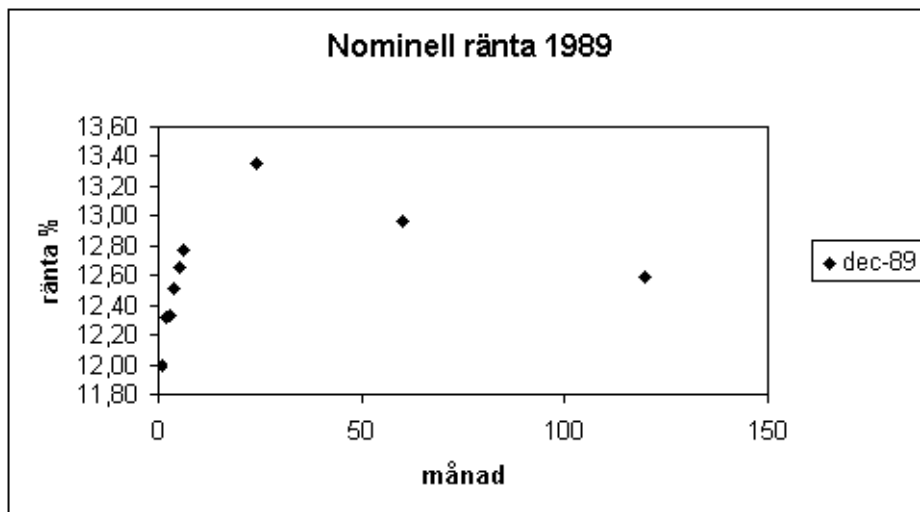
$$Y_i = \hat{y} + (x_i - \bar{x}) \hat{\beta}_1$$

$$i = 1, \dots, N$$

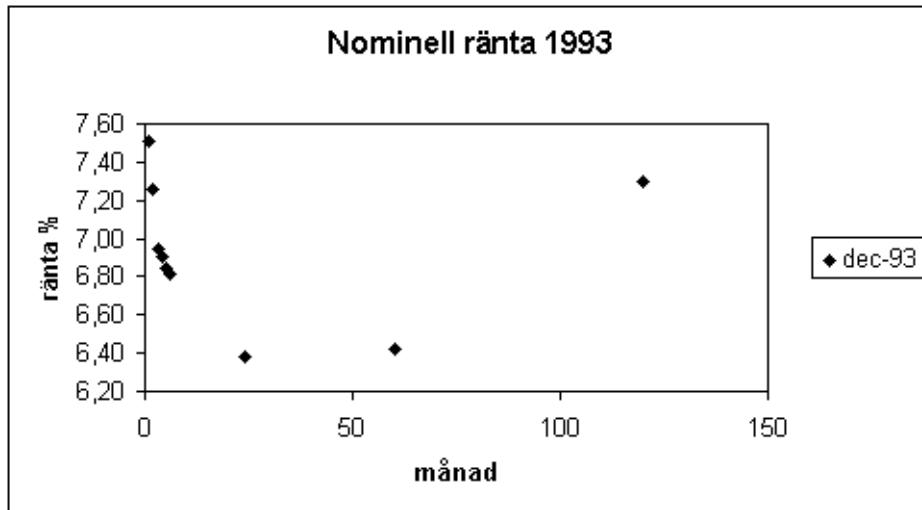
$\hat{\beta}_1$ antas vara oberoende och $N(0, \sigma^2)$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}$$

Det visade sig att vissa år var det nästan omöjligt att i Excels inbyggda analysverktyg få fram en regressionskurva som stämde bra överens med ränteuppgifterna. Som exempel kan ges de nominella räntorna åren 1989 och 1993. 1989 steg räntan kraftigt för löptider upp till 2 år varpå den gick ner något för att sedan plana ut. 1993 kan man se ett motsvarande beteende, fast spegelvänt (se figur 2.1.1 och 2.1.2).



Figur 2.1.1 Nominell ränta 1989.



Figur 2.1.2 Nominell ränta 1993.

2.2 Real ränta

För att undvika problemet med att den nominella räntan vissa år utvecklas på ett sätt som gör det svårt att få fram en bra modell beräknades den reala räntan istället.

$$R_{t,l}^r = R_{t,l}^n - \hat{\pi}_{t,l}$$

$R_{t,l}^r$ = den reala räntan vid tiden t med löptid l år

$R_{t,l}^n$ = den nominella räntan vid tiden t med löptid l år

$\hat{\pi}_{t,l}$ = den skattade årliga inflationen vid tiden t för de kommande l åren

$$\hat{\pi}_{t,l} = [(1 + \pi_{t+1})(1 + \pi_{t+2}) \dots (1 + \pi_{t+l})]^l - 1$$

π_t = den faktiska inflationen vid tiden t ¹ (se tabell 2.2)

¹ Det antas att om marknaden förväntar sig en inflation på x% kommande år så styr marknaden inflationen åt detta håll, därför har den faktiska inflationen för kommande år använts i beräkningen.

<u>År</u>	<u>Faktisk inflation, %</u>	<u>År</u>	<u>Faktisk inflation, %</u>	<u>År</u>	<u>Faktisk Inflation, %</u>
1970	6,9	1982	8,5	1994	2,2
1971	7,4	1983	8,9	1995	2,5
1972	6,0	1984	8,0	1996	0,5
1973	6,7	1985	7,4	1997	0,5
1974	9,9	1986	4,2	1998	-0,1
1975	9,8	1987	4,2	1999	0,4
1976	10,4	1988	5,8	2000	1,0
1977	11,3	1989	6,4	2001	2,4
1978	10,1	1990	10,4	2002	2,2
1979	7,2	1991	9,4	2003 ²	2,0
1980	13,6	1992	2,3	2004	2,0
1981	12,1	1993	4,7	2005	2,0

Tabell 2.2 Faktisk inflation åren 1970-2002 och antagen inflation 2003-2005.

Vid skattning av den reala räntan (se tabell 2.3) bortses det från nominella räntor med löptid kortare än ett år eftersom dessa i allmänhet inte är särskilt intressanta för värderingen av obligationer, som oftast har betydligt längre löptider än ett år.

² För åren 2003 och framåt har det antagits att inflationsmålen uppfylls och inflationen har därmed satts till två procent.

löptid år	Skattad real ränta, %				
	1 år	2 år	5 år	10 år	15 år
1970		1,82	-0,31	-1,78	-1,82
1971		0,16	-1,72	-2,57	-1,57
1972		-1,14	-2,27	-2,51	-1,37
1973		-2,79	-3,18	-2,79	-1,36
1974		-1,08	-1,35	-1,83	-0,38
1975		-2,73	-2,01	-0,74	0,61
1976		-0,16	-1,05	0,50	1,16
1977		1,69	-0,21	1,53	1,94
1978		-1,68	-0,25	1,87	2,66
1979		-0,37	1,08	2,80	3,97
1980		1,53	3,56	4,92	6,31
1981		4,18	5,54	5,67	7,12
1982				6,33	
1983	4,00	5,37		5,83	
1984 ³	11,93	12,02	12,14	6,18	
1985	8,17	8,36	6,42	7,41	
1986	5,32		3,31	5,78	
1987	4,87		4,65	7,32	
1988		2,78	4,46	7,14	
1989		3,46	7,23	9,36	
1990		8,32	8,58	10,03	
1991		8,20	8,16	8,40	
1992		6,22	7,57	8,17	
1993		4,02	5,31	5,94	
1994		8,33	9,60	9,52	
1995		7,87	7,85	7,34	

Tabell 2.3 Skattad real ränta åren 1970-95.

Eftersom endast den 10-åriga reala räntan går att skatta för åren 1982 och 1984 blir det omöjligt att ta fram regressionsmodeller för dessa år. För övriga år görs enkla regressionsanalyser på den skattade reala räntan.

Det framkommer att den skattade reala räntan gick lättare att finna regressionsanpassningar till (se tabell 2.4). Vissa år passade en loglinjär bäst, andra år en linjär eller ett andragradspolynom (se appendix A.2).

För att få en regressionsmodell för 1982 görs en sammanvägning av 1981 och 1983 års modeller, som båda är loglinjära (se tabell 2.4).

$$R_{1982,t}^r = \frac{R_{1981,t}^r + R_{1983,t}^r}{2} \times \ln(12 \times I) + 1,6$$

³ Den 1, 2 och 5-åriga nominella räntan, som använts för att skatta den reala räntan 1984, är skattad.

Då 1983 års modell är loglinjär och 1985 års modell är ett andragradspolynom går modellen för år 1984 inte att skatta på samma sätt som för år 1982. Istället utnyttjas att det finns nominella räntor med kortare löptid än ett år som tillsammans med den 10-åriga räntan följer linjen

$$R_{1984,l}^n = 0,13 \times \ln(12 \times l) + 11,60$$

$$R^2 = 96\%$$

l = löptid i år

från vilken man skattar 1-, 2- och 5-åriga nominella räntor. Dessa ligger till grund för skattningen av den reala räntan.

År	Regressionslinje	Förklaringsgrad
1970	$R_{t,l}^r = -1,9 \times Ln(12 \times l) + 7,7$	96%
1971	$R_{t,l}^r = 0,0003 \times (12 \times l)^2 - 0,07 \times (12 \times l) + 1,7$	99%
1972	$R_{t,l}^r = 0,0002 \times (12 \times l)^2 - 0,05 \times (12 \times l) - 0,2$	99%
1973	$R_{t,l}^r = 0,0002 \times (12 \times l)^2 - 0,02 \times (12 \times l) - 2,4$	100%
1974	$R_{t,l}^r = 0,0002 \times (12 \times l)^2 - 0,03 \times (12 \times l) - 0,3$	90%
1975	$R_{t,l}^r = 0,02 \times (12 \times l) - 3,3$	100%
1976	$R_{t,l}^r = 0,0001 \times (12 \times l)^2 - 0,009 \times (12 \times l) - 0,3$	76%
1977	$R_{t,l}^r = 0,0002 \times (12 \times l)^2 - 0,03 \times (12 \times l) + 1,8$	44% ⁴
1978	$R_{t,l}^r = 2,2 \times Ln(12 \times l) - 8,9$	98%
1979	$R_{t,l}^r = 2,1 \times Ln(12 \times l) - 7,4$	98%
1980	$R_{t,l}^r = 2,3 \times Ln(12 \times l) - 5,8$	99%
1981	$R_{t,l}^r = 1,3 \times Ln(12 \times l) + 0,08$	89%
1982	$R_{t,l}^r = Ln(12 \times l) + 1,6$	
1983	$R_{t,l}^r = 0,7 \times Ln(12 \times l) + 2,6$	76%
1984	$R_{t,l}^r = -0,0001 \times (12 \times l)^2 + 0,02 \times (12 \times l) + 5,8$	
1985	$R_{t,l}^r = 0,0005 \times (12 \times l)^2 - 0,07 \times (12 \times l) + 9,3$	81%
1986	$R_{t,l}^r = 0,0008 \times (12 \times l)^2 - 0,1 \times (12 \times l) + 6,4$	100%
1987	$R_{t,l}^r = 0,02 \times (12 \times l) + 4,1$	74%
1988	$R_{t,l}^r = 0,05 \times (12 \times l) + 1,7$	100%
1989	$R_{t,l}^r = 3,7 \times Ln(12 \times l) - 8,2$	99%
1990	$R_{t,l}^r = 0,02 \times (12 \times l) + 7,7$	94%
1991	$R_{t,l}^r = 0,002 \times (12 \times l) + 8,1$	73%
1992	$R_{t,l}^r = 1,2 \times Ln(12 \times l) + 2,4$	98%
1993	$R_{t,l}^r = 1,2 \times Ln(12 \times l) + 0,2$	99%
1994	$R_{t,l}^r = 0,8 \times Ln(12 \times l) + 6,0$	77%
1995	$R_{t,l}^r = -0,006 \times (12 \times l) + 8,1$	88%

Tabell 2.4 Regressionslinjer för den reala räntan åren 1970-95.

Att det nästan genomgående blir så hög förklaringsgrad beror på att det finns relativt få observationspunkter.

En negativ aspekt med andragsgradspolynomet är att om långa löptider på räntan ska skattas kan den skattade reala, och därmed även den skattade nominella, räntan dra iväg och bli praktiskt taget hur hög eller låg som helst. Därför skattas inga räntor med längre

⁴ 1977 är det enda år där förklaringsgraden är mindre bra. Det kommer att kontrolleras vid kommande beräkningar så att det inte ger ett extremt utslag på marknadsvärdet.

löptid än 15 år. Räntor med längre löptid antas vara samma som den 15-åriga för att minska risken att räntan går mot orimliga nivåer.

2.3 Skattad nominell ränta

När den reala räntan är skattad adderas den förväntade inflationen på igen för att få en skattad nominell ränta (se tabell 2.5).

$$\hat{R}_{t,l}^n = R_{t,l}^r + \hat{\pi}_{t,l}$$

Dessa räntemodeller (se appendix A.3) har sedan använts för att skatta ett marknadsvärde av de utestående statsobligationslånen.

Skattad nominell ränta, %					
löptid					
år	1 år	2 år	5 år	10 år	15 år
1970	10,40	8,36	7,85	7,79	6,94
1971	6,84	6,44	6,92	6,94	7,21
1972	5,96	7,10	7,33	7,02	6,67
1973	7,33	7,07	7,31	7,99	8,81
1974	9,13	9,12	8,23	8,70	8,89
1975	7,35	8,09	8,51	9,03	9,13
1976	10,96	10,27	10,39	9,20	9,85
1977	11,61	9,88	11,11	9,66	11,01
1978	3,76	8,47	10,21	9,66	10,11
1979	11,56	12,30	11,62	10,77	10,92
1980	12,00	11,79	12,56	12,75	12,53
1981	11,82	12,91	12,75	13,55	12,42
1982	12,98	13,20	12,18	13,01	11,85
1983	12,36	12,53	11,41	12,24	
1984	13,42	12,05	12,32	12,55	
1985	12,75	12,08	12,89	12,84	
1986	9,55	9,52	12,65	11,01	
1987	10,21	10,79	12,34	11,35	
1988	8,68	11,18	11,02	10,97	
1989	11,39	13,48	12,69	12,73	
1990	17,37	13,94	13,01	12,24	
1991	10,39	11,62	10,65	10,00	
1992	10,12	9,72	9,47	9,88	
1993	5,43	6,44	6,29	7,37	8,08
1994	10,50	9,99	9,97	11,08	11,62
1995	8,47	8,42	8,19	8,67	8,56

Tabell 2.5 Skattad nominell ränta för åren 1970-95.

2.4 Skattat marknadsvärde av statsobligationslånen

Skattningen av marknadsvärdet på statsobligationerna görs på det sätt som är vedertaget för värdering av obligationer (se tabell 2.6). Alla lån betraktas som en betalström på formen $x = (c, c, \dots, c, c + L)$, där c är kupongen som betalas ut varje år och L är det

utestående belopp som betalas tillbaka när lånet förfaller. Det har antagits att alla kupongutbetalningar sker 31 december varje år samt att lånen förfaller samma datum. Marknadsvärdet av varje enskilt lån beräknas som nuvärdet av betalströmmen, där

$$MV(x) = \frac{c}{1+r_1} + \frac{c}{(1+r_2)^2} + \dots + \frac{c}{(1+r_{T-1})^{T-1}} + \frac{c+L}{(1+r_T)^T}$$

r_i = den i -åriga räntan

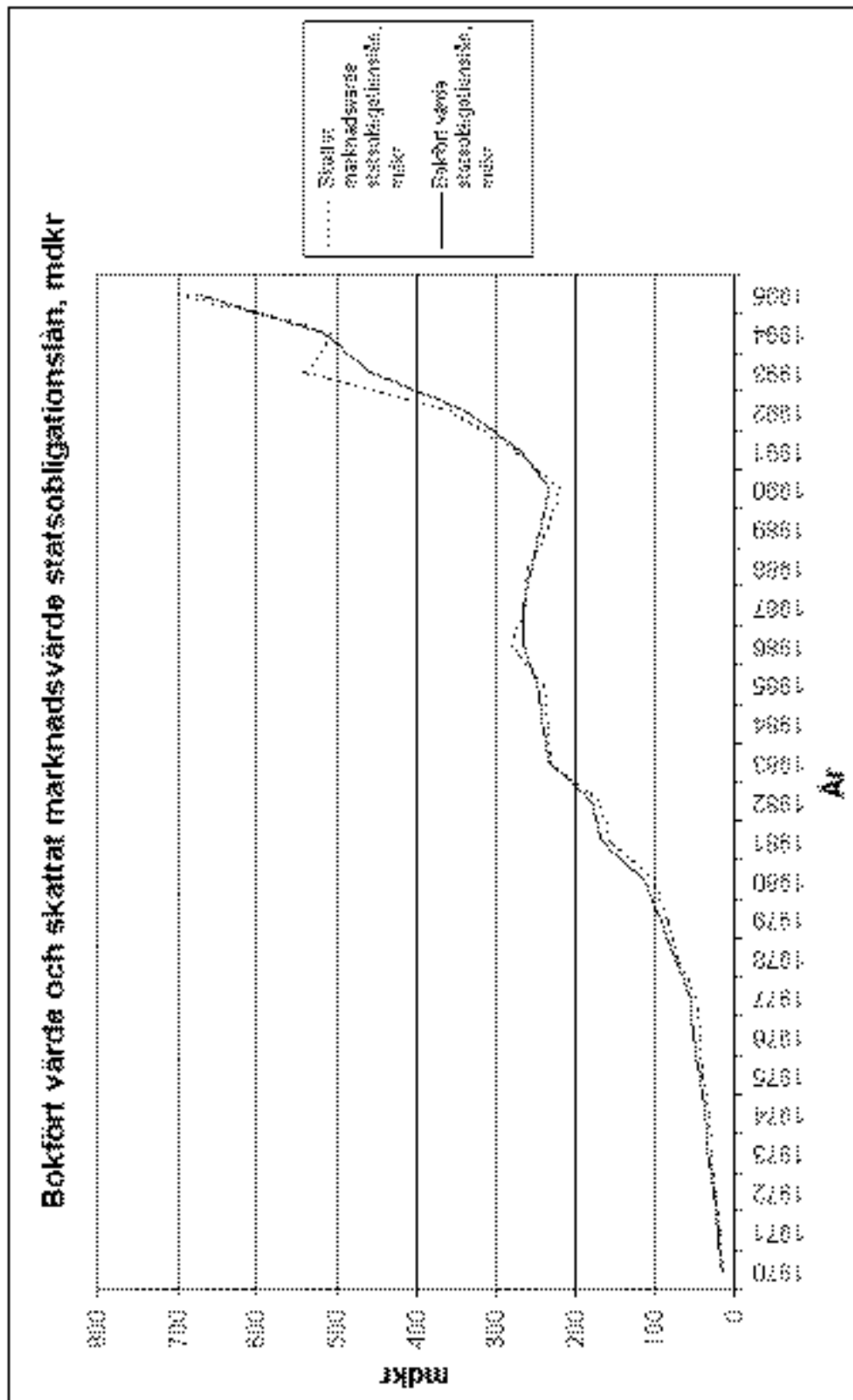
T = antal år till lånet förfaller

År	Skattat marknadsvärde, statsobligationslån, mkr	Bokfört värde, statsobligationslån, mkr
1970	15 329	18 375
1971	18 897	20 928
1972	23 015	24 989
1973	28 892	32 141
1974	31 943	36 735
1975	40 450	44 541
1976	44 787	50 540
1977 ⁵	47 091	54 013
1978	71 213	75 601
1979	83 369	92 464
1980	101 575	112 865
1981	155 283	166 111
1982	170 483	179 535
1983	231 288	232 958
1984	234 067	242 382
1985	240 002	246 901
1986	282 493	266 202
1987	262 710	266 268
1988	260 373	254 935
1989	234 109	243 441
1990	220 458	232 522
1991	275 226	268 777
1992	357 348	336 958
1993	537 868	456 992
1994	505 643	516 366
1995	703 971	679 094

Tabell 2.6 Skattat marknadsvärde av statsobligationslånen samt bokfört värde av statsobligationslånen för åren 1970-95, mkr.

Man kan se i tabell 2.6 och figur 2.4.1 att det skattade marknadsvärdet på statsobligationerna 1993 skiljer sig ganska mycket från det bokförda värdet om man jämför med övriga år. Anledningen till detta antas vara finanskrisen som inträffade i slutet av 1992.

⁵ Skattningen för marknadsvärdet 1977 ger inget extremt utslag i beräkningarna, därför kommer det att bortses från att förklaringsgraden på regressionslinjen för den skattade reala räntan endast är 44%.



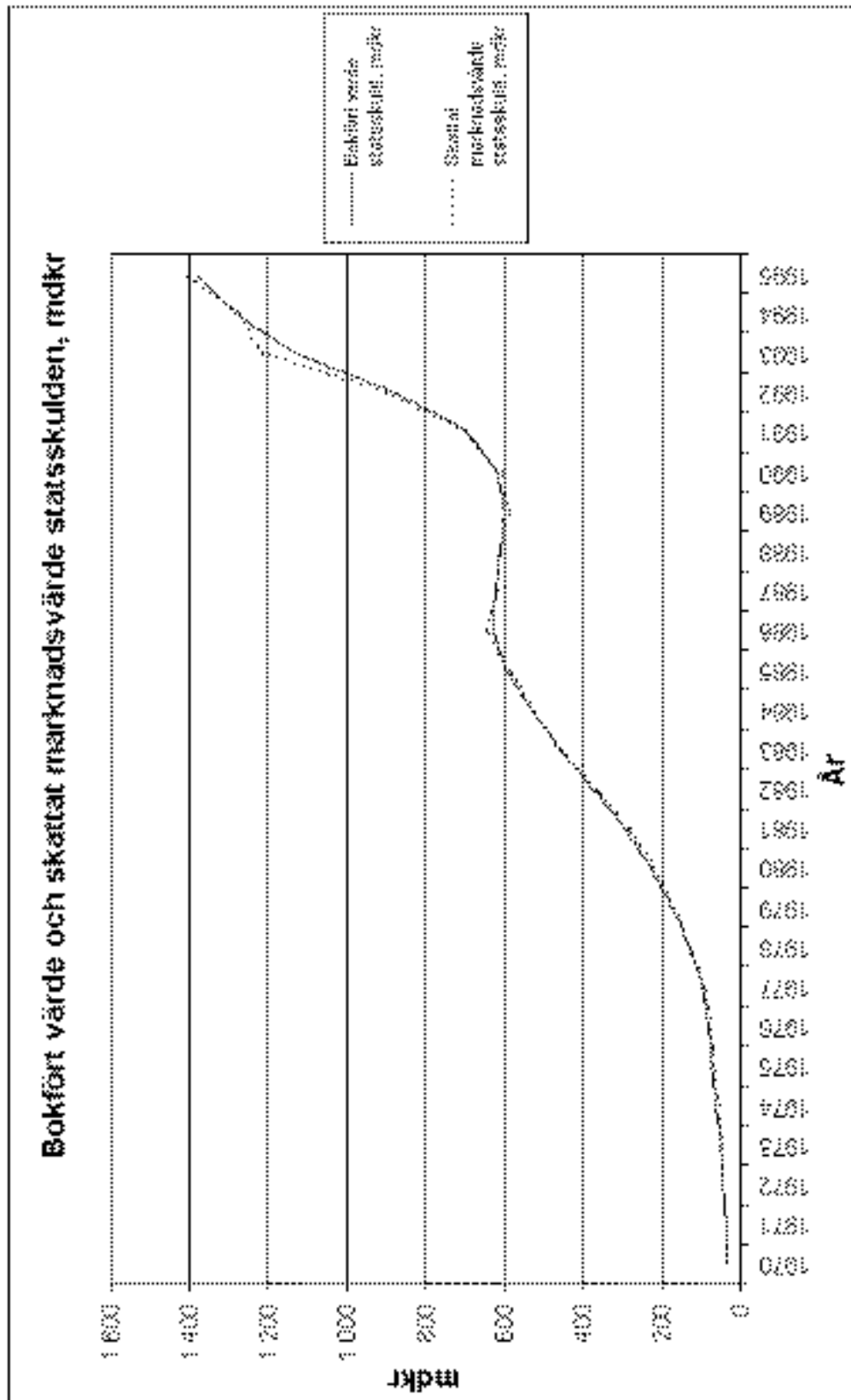
Figur 2.4.1 Bokfört värde och skattat marknadsvärde statsobligationslån, mdkr.

2.5 Skattat marknadsvärde av statsskulden

Hittills är det endast statsobligationerna som har varit med i beräkningarna. För att få ett marknadsvärde av hela statsskulden läggs de deterministiska komponenterna till (se tabell 2.7 och figur 2.5.1).

<u>År</u>	<u>Skattat marknadsvärde, statsskulden, mkr</u>	<u>Bokfört värde, statsskulden, mkr</u>
1970	33 109	36 155
1971	36 755	38 786
1972	43 162	45 136
1973	48 038	51 287
1974	57 222	62 014
1975	69 376	73 467
1976	74 658	80 411
1977	91 060	97 982
1978	126 787	131 175
1979	166 050	175 145
1980	218 299	229 589
1981	284 762	295 590
1982	368 037	377 089
1983	458 526	460 196
1984	526 307	534 622
1985	588 796	595 695
1986	647 075	630 784
1987	618 714	622 272
1988	615 378	609 940
1989	590 717	600 049
1990	606 507	618 571
1991	699 405	692 956
1992	901 190	880 800
1993	1 213 143	1 132 267
1994	1 275 874	1 286 597
1995	1 411 042	1 386 165

Tabell 2.7 Skattat marknadsvärde av statsskulden samt bokfört värde av statsskulden under åren 1970-95, mkr.



Figur 2.5.1 Bokfört värde och skattat marknadsvärde statsskuden, mdkr.

2.6 Sammanfattning metod 1

Metod 1 har i stort sett följt teorin och det traditionella sätt för hur man beräknar ett marknadsvärde av obligationer. Den enda förenkling som har gjorts är att det har antagits att alla kupongutbetalningar sker 31 december varje år samt att lånen även förfaller detta datum. Trots denna förenkling som ger en något för låg skattning av statsskulden blir resultatet på det stora hela en bra skattning.

3 Metod 2: Multipel regressionsanalys

3.1 Variabler

Metod 2 avser att skapa ett par olika multipla regressionsmodeller som ska skatta marknadsvärdet av statsskulden för åren 1970-95. Ett antal variabler som anses ha potential att påverka skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet av statsskulden tas fram (se tabell 3.1). För att få så många observationspunkter som möjligt studeras variablerna till en början kvartalsvis och för att inte säsongsmässiga variationer ska spela in i modellen används säsongrensat datamaterial där så är möjligt. På alla framtagna variabler görs enkla regressionsanalyser för att plocka bort de som inte kan förklara skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet av statsskulden tillräckligt bra.

$$Y_i = \alpha + \beta(x_i - \bar{x}) + \epsilon_i$$
$$i = 1, \dots, N$$

ϵ_i antas vara oberoende och $N(0, \sigma^2)$

$$\hat{\alpha} = \bar{y}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})y_i}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}$$

För att inte rensa bort för många variabler har en förklaringsgrad på 50 procent eller mer varit tillräckligt för att variabeln ska vara aktuell i den fortsatta analysen. Alla beräkningar har gjorts i SAS.

Variabel	Förklaringsgrad, %
10-årig ränta	70,68
konsumtprisindex (KPI)	53,22
börsindex (OMX)	37,05
antal arbetslösa, säsongrensad	85,02
den procentuella andelen arbetslösa, säsongrensad	84,90
den procentuella andelen sysselsatta, säsongrensad	70,47
bruttonationalprodukten (BNP), säsongrensad	84,75
nettoprisindex (NPI)	0,41
industrins orderingång, säsongrensad	22,17
hushållens konsumtionsutgifter, säsongrensad	81,91
offentliga konsumtionsutgifter	4,16
export, säsongrensad	84,09
import, säsongrensad	82,13
nettoexport, säsongrensad (export-import)	71,45
Morgan Stanley Capital index	31,65
generalindex	36,07
handelsnetto, säsongrensad	6,83
valutakursindex (TCW)	68,52
inflationstakten	8,87

Tabell 3.1 Variabler som anses troliga att påverka skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet av statsskulden samt variabelernas förklaringsgrad vid enkel regression mot skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet.

3.2 Kvartalsvisa variabler

För att få fram en modell görs multipel regressionsanalys på datamaterialet där,

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1(x_{1i} - \bar{x}_1) + \dots + \beta_m(x_{mi} - \bar{x}_m) + \epsilon_i$$

$$i = 1, \dots, N$$

ϵ_i antas vara oberoende och $N(0, \sigma^2)$

$$\bar{x}_k = \frac{1}{N} \sum_i x_{ki}$$

$$\hat{\beta} = \frac{1}{N} \sum_i Y_i$$

$$\hat{\beta} = S^{-1} X^T Y$$

$$S = X^T X$$

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} - \bar{x}_1 & x_{21} - \bar{x}_2 & \dots & x_{m1} - \bar{x}_m \\ x_{12} - \bar{x}_1 & x_{22} - \bar{x}_2 & \dots & x_{m2} - \bar{x}_m \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{1N} - \bar{x}_1 & x_{2N} - \bar{x}_2 & \dots & x_{mN} - \bar{x}_m \end{pmatrix}$$

Vissa variabler som ska ingå i analysen säger i stort sett samma sak, som till exempel antal arbetslösa och den procentuella andelen arbetslösa. Därför har flera olika modeller prövats för att få fram den bästa.

I kommande analyser finns följande variabler alltid med:

- den 10-åriga räntan
- konsumentprisindex (KPI)
- bruttonationalprodukten, säsongrensad
- hushållens konsumtionsutgifter, säsongrensad
- valutakursindex (TCW)

Dessutom läggs följande variabler till genom att ta en ruta från varje kolumn i tabell 3.2 och kombinera på alla tänkbara sätt:

Arbetsmarknadsvariabel	Handelsvariabel
• antal arbetslösa, säsongrensad	• export, säsongrensad • import, säsongrensad
• den procentuella andelen arbetslösa, säsongrensad	• nettoexport, säsongrensad
• sysselsättningen, säsongrensad	

Tabell 3.2 En arbetsmarknadsvariabel och en handelsvariabel läggs till övriga variabler så att det blir sex olika kombinationer att testa.

Detta skapar sex olika variabelkombinationer att testa. Den ingående variabeln i respektive modell som har högst p-värde plockas bort tills varje modell består av variabler med ett p-värde som understiger 10 procent. Till slut återstår tre modeller:

$$\text{Modell 2.1: } MV = BfV - 584764 - 24673 \times ränta + 1,41 \times bnp + 2598 \times tcw$$

$$\text{Modell 2.2: } MV = BfV - 1165865 - 40677 \times ränta + 5,08 \times bnp - 3,45 \times ex$$

$$\text{Modell 2.3: } MV = BfV - 1507117 - 39317 \times ränta + 27763 \times syssel$$

MV = marknadsvärdet av statsskulden

BfV = det bokförda värdet av statsskulden

$ränta$ = den 10-åriga räntan

bnp = bruttonationalprodukten, säsongrensad

tcw = valutakursindex

ex = export, säsongrensad

$syssel$ = sysselsättningen

Det har ingen betydelse för utfall av modell om antal arbetslösa eller den procentuella andelen arbetslösa används som variabel, däremot spelar det roll om export och import eller nettoexport används. Detta skapar modell 2.1 och modell 2.2. Vidare kan man se att om sysselsättningen används som variabel spelar det ingen roll om export och import eller nettoexport används. Resultatet blir modell 2.3.

3.2.1 Analys modell 2.1

$$\text{Modell 2.1: } MV = BfV - 584764 - 24673 \times \text{ränta} + 1,41 \times \text{bnp} + 2598 \times \text{tcw}$$

Modell 2.1 har en förklaringsgrad på 93,47 %.

Det visar sig att variabeln tcw skapades när kronan släpptes att flyta fritt 1992 och går därmed inte att få tag på för tidigare år. TCW-index är ett handelsvägt valutakursindex som anger värdet av den svenska kronan gentemot våra vanligaste handelspartners valutor. Det är mycket komplicerat att skapa detta index på egen hand för åren före 1992 då det är ett vägt index där vikterna ändras med tiden. Modell 2.1 innehåller variabeln tcw vilket gör den oanvändbar.

3.2.2 Analys modell 2.2

$$\text{Modell 2.2: } MV = BfV - 1165865 - 40677 \times \text{ränta} + 5,08 \times \text{bnp} - 3,45 \times \text{ex}$$

Modell 2.2 har en förklaringsgrad på 94,28 %.

I en plot av alla ingående variabler mot varandra (se appendix B.1.1) visar det sig att variablerna export och BNP är kolinjära, varför exporten tas bort som variabel. Detta gör att en ny modell utan exporten som variabel tas fram och analyseras.

$$\text{Modell 2.2a: } MV = BfV - 471900 - 26200 \times \text{ränta} + 1,86 \times \text{bnp}$$

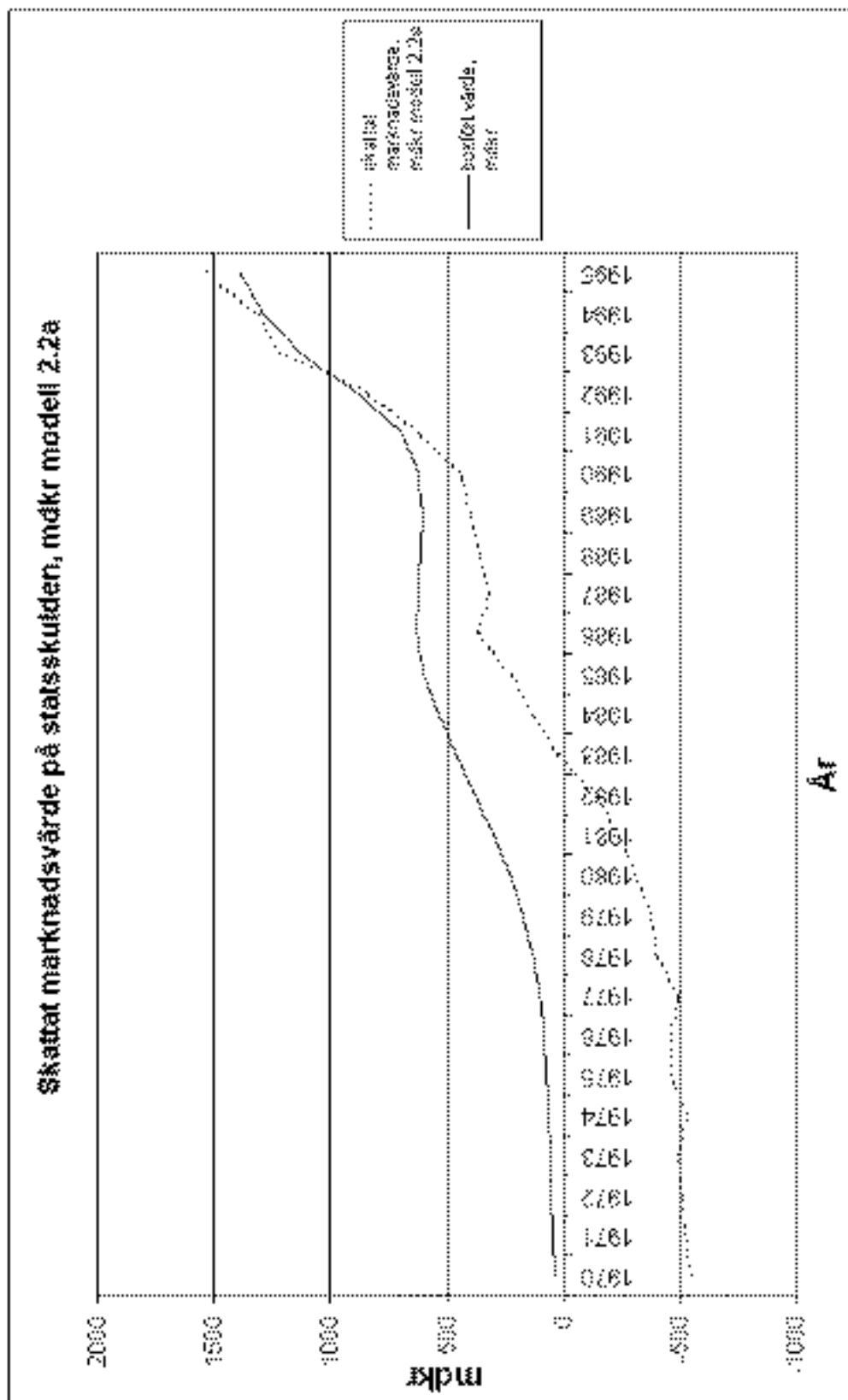
Modell 2.2a har en förklaringsgrad på 91,68%.

De parvisa plottarna (se appendix B.1.1) visar att variablerna i modellen har rimligt tecken samt att det i den här nya modellen inte finns något uppenbart samband mellan modellens ingående variabler.

En residualplott mot skattade värden samt residualer mot modellens ingående variabler ger alla ett önskvärt normalfördelat brus (se appendix B.1.2). En normalfördelningsplot av residualer görs för att se om normalfördelningsantagandet är uppfyllt. Residualerna plottas mot normalfördelningens kvantiler. Punkterna ligger på en någorlunda rak linje, så normalfördelningsantagandet anses vara uppfyllt.

Den första added variableplotten (se figur B.1.11 i appendix B.1.3) visar sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och räntan givet BNP. Den andra (se figur B.1.12 i appendix B.1.3) visar sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och sysselsättningen givet räntan. Båda plottarna visar att variablerna har något att tillföra modellen.

I figur 3.2.1 kan man se att det skattade marknadsvärdet blir negativt för åren 1970-83. Det är ett orimligt resultat att statskulden skulle vara negativ och därför måste modellen förkastas.



Figur 3.2.1 Bokfört värde och skattat marknadsvärde på statsskuden, mdkr modell 2.2a.

3.2.3 Analys modell 2.3

$$\text{Modell 2.3: } MV = BfV - 1507117 - 39317 \times \text{ränta} + 27763 \times \text{syssel}$$

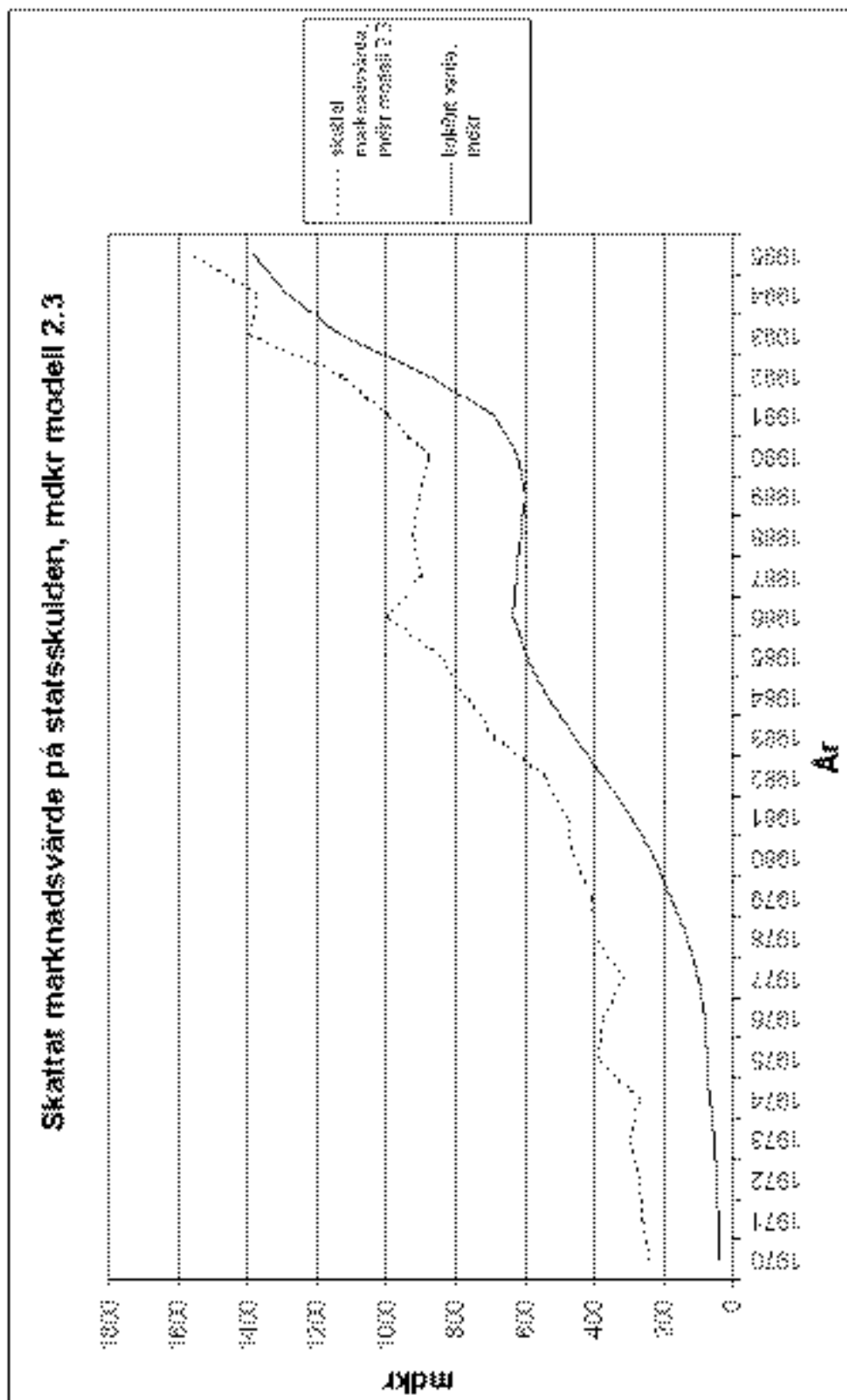
Modell 2.3 har en förklaringsgrad på 94,38 %.

De parvisa plottarna visar att variablerna i modellen har rimligt tecken samt att det inte finns något uppenbart samband mellan modellens ingående variabler.

En residualplott mot skattade värden samt residualer mot modellens ingående variabler ger alla ett önskvärt normalfördelat brus. En normalfördelningsplot av residualer görs för att se om normalfördelningsantagandet är uppfyllt. Residualerna plottas mot normalfördelningsens kvantiler. Punkterna ligger på en någorlunda rak linje, så normalfördelningsantagandet anses vara uppfyllt.

Den första added variableplotten visar sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och räntan givet sysselsättningen. Den andra visar sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och sysselsättningen givet räntan. Båda plottarna visar att variablerna tillför något till modellen.

I figur 3.2.2 kan man se att utvecklingen av det skattade marknadsvärdet följer det bokförda värdet ganska bra under hela perioden. Dock ligger det skattade marknadsvärdet ungefär 200 miljarder kronor högre än det bokförda värdet nästan hela tidsperioden. Vad som orsakar detta är svårt att säga. Å ena sidan skulle det kunna vara sysselsättningsvariabeln som drar upp värdet, då sysselsättningen var högre under 1970- och 80- talen jämfört med senare halvan av 90-talet. Å andra sidan var även räntan högre under 70- och 80- talen vilket skulle dra ner marknadsvärdet enligt modellen. Någon entydig förklaring till varför kurvan ligger där den ligger kan därmed inte ges.



Figur 3.2.2 Bokfört värde och skattat marknadsvärde statskulden, mdkr modell 2.3

3.2.4 Utbytt variabel

Eftersom valutakursindex är en signifikant variabel men gör modell 2.1 oanvändbar har denna bytts ut mot de tre valutor som har störst vikt i index, och analysen gjorts om på samma sätt som tidigare.

Variabel	Förklaringsgrad, %
kronkurs mot amerikanska dollar	76,98
kronkurs mot brittiska pund	79,08
kronkurs mot tyska mark	48,12

Tabell 3.3 Kronkurserna som har störst vikt i variabeln TCW samt förklaringsgraden vid enkel regression mot skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet av statsskulden.

Kronkursen mot tyska mark har en förklaringsgrad på ca 48 procent vilket är lägre än vad som tidigare satts som gräns för att komma med i den fortsatta analysen. Men samtidigt har tyska mark den största vikten i valutakursindex⁶ och därför tas den med i alla fall. Detta ger sex nya variabelkombinationer att testa enligt tidigare system och resultatet blir två nya modeller.

$$\text{Modell 2.4: } MV = BfV - 554868 - 27077 \times \text{ränta} + 1,45 \times \text{bnp} + 519 \times \text{dem}$$

$$\text{Modell 2.5: } MV = BfV - 1370530 - 38611 \times \text{ränta} + 23518 \times \text{syssel} + 302 \times \text{dem}$$

dem = kronkurs mot tyska mark

När *tcw* försvinner som variabel och ersätts av kronkursen mot amerikanska dollar, brittiska pund samt tyska mark blir resultatet att det varken spelar någon roll om antal arbetslösa eller den procentuella andelen arbetslösa används respektive om import eller nettoexport används. Resultatet blir modell 2.4 hur man än kombinerar variablerna. Om arbetslösheten däremot byts mot sysselsättningsvariabeln fås modell 2.5, men fortfarande spelar det ingen roll om import eller nettoexport används.

3.2.5 Analys modell 2.4

$$\text{Modell 2.4: } MV = BfV - 554868 - 27077 \times \text{ränta} + 1,45 \times \text{bnp} + 519 \times \text{dem}$$

Modell 2.4 har en förklaringsgrad på 94,63 %.

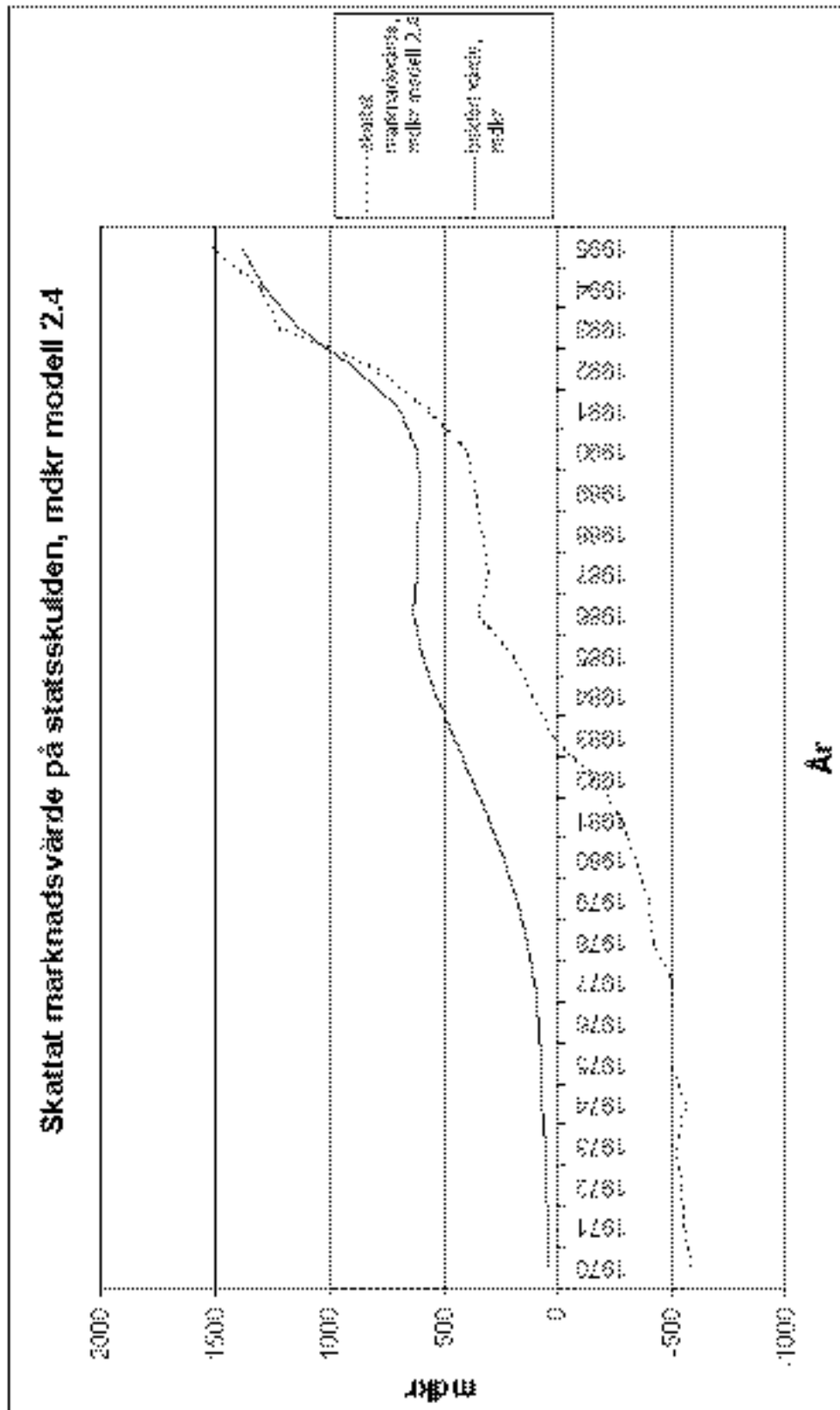
De parvisa plottarna för de ingående variablerna i modell 2.4 (se appendix B.2.1) tyder på att koefficienternas tecken är rimliga. Man kan också se att de ingående variablerna inte har något omedelbart samband mellan varandra.

⁶ Vikterna i TCW-index har studerats i dagsläget, då det inte är känt hur vikterna var fördelade vid tidigare tidpunkter.

I residualplottarna (se appendix B.2.2) kan man se att den positiva residual som härrör från fjärde kvartalet 1996 är mycket större än övriga residualer. Någon händelse i ekonomin som kan förklara detta beteende kan inte erinras. I normalfördelningsplotten av residualer finns det dock ingen punkt som sticker ut nämnvärt från linjen. Det anses därför inte troligt att den skulle ha någon inverkan på modellen.

Den första added variable plotten (se figur B.2.12 i appendix B.2.3) visar sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och räntan givet BNP och kronkursen mot tyska mark. Den andra (se figur B.2.13 i appendix B.2.3) visar sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och BNP givet räntan och kronkursen mot tyska mark. Och den tredje (se figur B.2.14 i appendix B.2.3) visar sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och kronkursen mot tyska mark givet räntan och BNP. Alla tre plottarna visar att alla ingående variabler tillför något till modellen.

I figur 3.2.3 kan man se att det skattade marknadsvärdet blir negativt för åren 1970-83. Det är ett orimligt resultat att statsskulden skulle vara negativ och därför måste modellen förkastas.



Figur 3.2.3 Bokfört värde och skattat marknadsvärde, mdkr modell 2.4

3.2.6 Analys modell 2.5

$$\text{Modell 2.5: } MV = BfV - 1370530 - 38611 \times r\ddot{a}nta + 23518 \times syssel + 302 \times dem$$

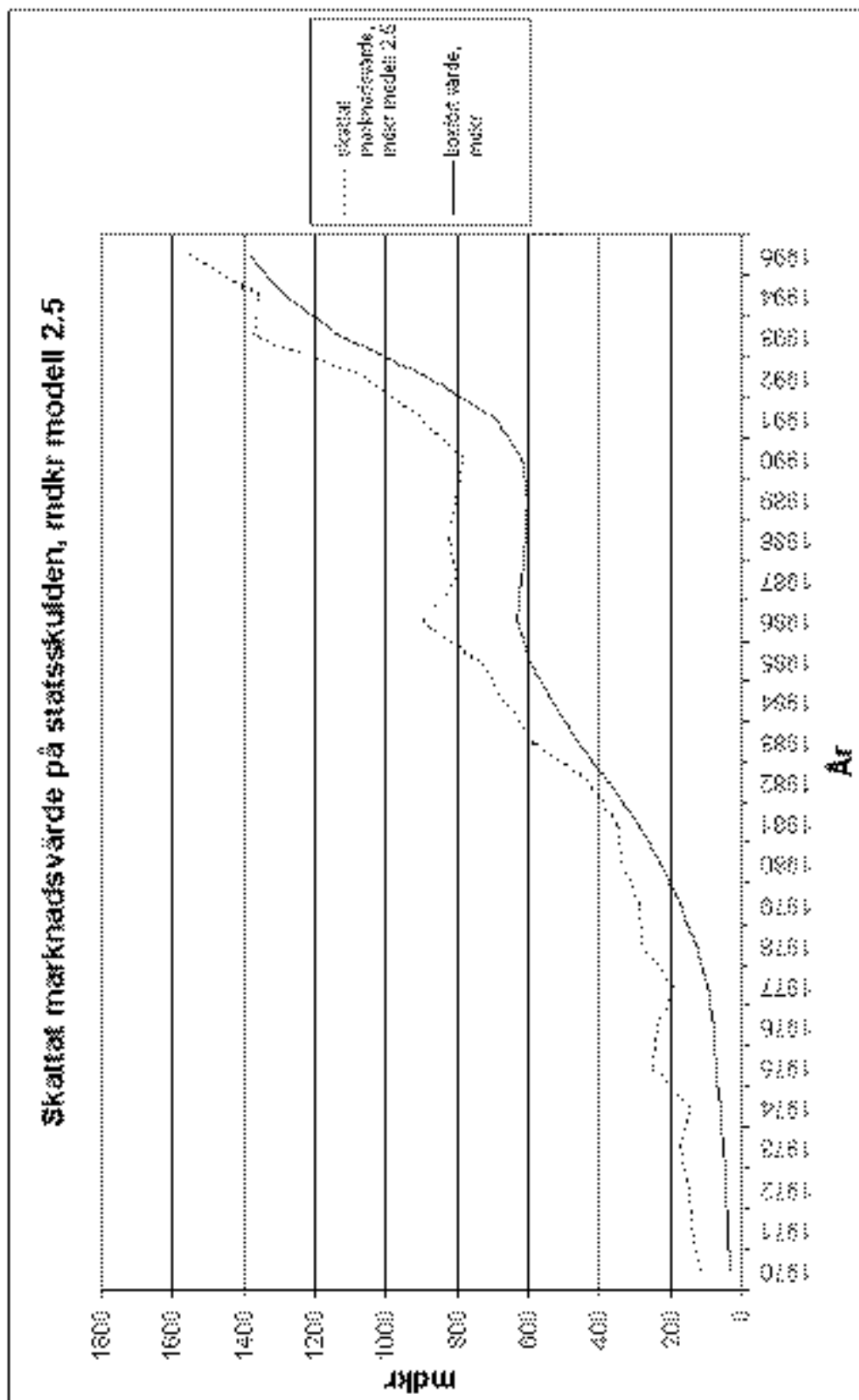
Modell 2.5 har en förklaringsgrad på 95,18 %.

De parvisa plottarna för modell 2.5 visar att variablerna i modellen har rimligt tecken samt att det inte finns något omedelbart samband mellan de ingående variablerna.

Residualplotten mot skattade värden samt residualer mot modellens ingående variabler ger alla ett önskvärt normalfördelat brus. En normalfördelningsplot av residualer görs för att se om normalfördelningsantagandet är uppfyllt. Residualerna plottas mot normalfördelningens kvantiler. Punkterna ligger på en någorlunda rak linje, så normalfördelningsantagandet anses vara uppfyllt.

Den första added variableplotten visar sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och räntan givet sysselsättningen och kronkursen mot tyska mark. Den andra visar sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och sysselsättningen givet räntan och kronkursen mot tyska mark. Den tredje visar sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och kronkursen mot tyska mark givet räntan och sysselsättningen. Dessa plottar visar att variablerna tillför något till modellen.

I figur 3.2.4 kan man se att det skattade marknadsvärdet ligger högre än det bokförda värdet för hela tidsperioden. Modellen har stora likheter med modell 2.3. Den stora skillnaden är att i modell 2.5 tillkommer variabeln DEM. Det skattade marknadsvärdet rör sig på ett likartat sätt för de båda modellerna, med skillnaden att modell 2.5 ligger något lägre. Dock är det skattade marknadsvärdet ungefär 100 miljarder kronor högre än det bokförda värdet, vilket anses alldeles för mycket.



Figur 3.2.4 Bokfört värde och skattat marknadsvärde, mdkr modell 2.5

3.3 Årsvisa variabler

I framtagandet av modeller ovan används kvartalsdata. Detta innebär att storleken på till exempel BNP det andra kvartalet ett visst år är den bruttonationalprodukt som genererats under det aktuella kvartalet. Om man tillämpar en sådan modell 31 december, alltså i slutet av fjärde kvartalet, kan man för de variabler som anges i kronor per kvartal endast utnyttja kända värden årets sista kvartal. Det är önskvärt att utnyttja värden för hela det gångna året. För att inte få färre observationspunkter än tidigare summeras nu de kvartalsdata som är angivna i kronor per kvartal så att de anges varje kvartal, men ger det gångna årets värden.

$$u_{j,i} = v_{j,i} + v_{j,i-1} + v_{j,i-2} + v_{j,i-3}$$

$u_{j,i}$ = årsvis variabel vid slutet av kvartal i för variabel j

$v_{j,i}$ = värde kvartal i för variabel j

$v_{j,i-1}$ = värde kvartal $i-1$ för variabel j

$v_{j,i-2}$ = värde kvartal $i-2$ för variabel j

$v_{j,i-3}$ = värde kvartal $i-3$ för variabel j

En skillnad mot den kvartalsvisa analysen är att de variabler som tidigare hade en förklaringsgrad lägre än 50 procent inte har tagits med alls i den årsvisa analysen. Dessutom har variabeln antal arbetslösa tagits bort och endast den procentuella andelen arbetslösa använts, då det inte helt oväntat visat sig att de är kolinjära. Även variablerna export, import, nettoexport och hushållens konsumtionsutgifter har tagits bort, då de är kolinjära med BNP. Kvar blir följande variabler:

Variabel	Förklaringsgrad, %
10-årig ränta	70,68
konsumtprisindex (KPI)	53,22
den procentuella andelen arbetslösa, säsongrensad	84,90
den procentuella andelen sysselsatta, säsongrensad	70,47
bruttonationalprodukten (BNP), säsongrensad	84,13
valutakursindex (TCW)	68,52
kronkurs mot amerikanska dollar	76,98
kronkurs mot brittiska pund	79,08
kronkurs mot tyska mark	48,12

Tabell 3.4 Variablerna som testas att förklara skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde vid årsvisa variabler samt dess förklaringsgrad.

Fyra olika variabelkombinationer har testats. I alla tester har följande variabler ingått:

- den 10-åriga räntan
- konsumtprisindex (KPI)
- bruttonationalprodukten, årsvis

Dessutom har en kombination av följande variabler lagts till, där en ruta från varje kolumn i tabell 3.5 läggs till:

Arbetsmarknadsvariabel	Handelsvariabel
<ul style="list-style-type: none"> den procentuella andelen arbetslösa, säsongrensad 	<ul style="list-style-type: none"> valutakursindex (TCW)
<ul style="list-style-type: none"> den procentuella andelen sysselsatta, säsongrensad 	<ul style="list-style-type: none"> kronkursen mot amerikanska dollar kronkursen mot brittiska pund kronkursen mot tyska mark

Tabell 3.5 En arbetsmarknadsvariabel och en handelsvariabel läggs till övriga variabler så att det blir fyra olika modellalternativ att testa.

Resultatet blir två nya modeller:

$$\text{Modell 2.6: } MV = BfV - 449766 - 28420 \times \text{ränta} + 0,46 \times \text{bnp.år}$$

$$\text{Modell 2.7: } MV = BfV - 502286 - 29254 \times \text{ränta} + 0,37 \times \text{bnp.år} + 419 \times \text{dem}$$

bnp.år = det senaste årets BNP

Kombinationen den procentuella andelen arbetslösa och valutakursindex resulterar i modell 2.6. Om valutakursindex byts ut mot de tre kronkurserna blir resultatet modell 2.3 som redan har analyserats. Om däremot de tre kronkurserna kombineras med andelen arbetslösa eller andelen sysselsatta framkommer modell 2.7.

3.3.1 Analys modell 2.6

$$\text{Modell 2.6: } MV = BfV - 449766 - 28420 \times \text{ränta} + 0,46 \times \text{bnp.år}$$

Modell 2.6 har en förklaringsgrad på 93,14 %.

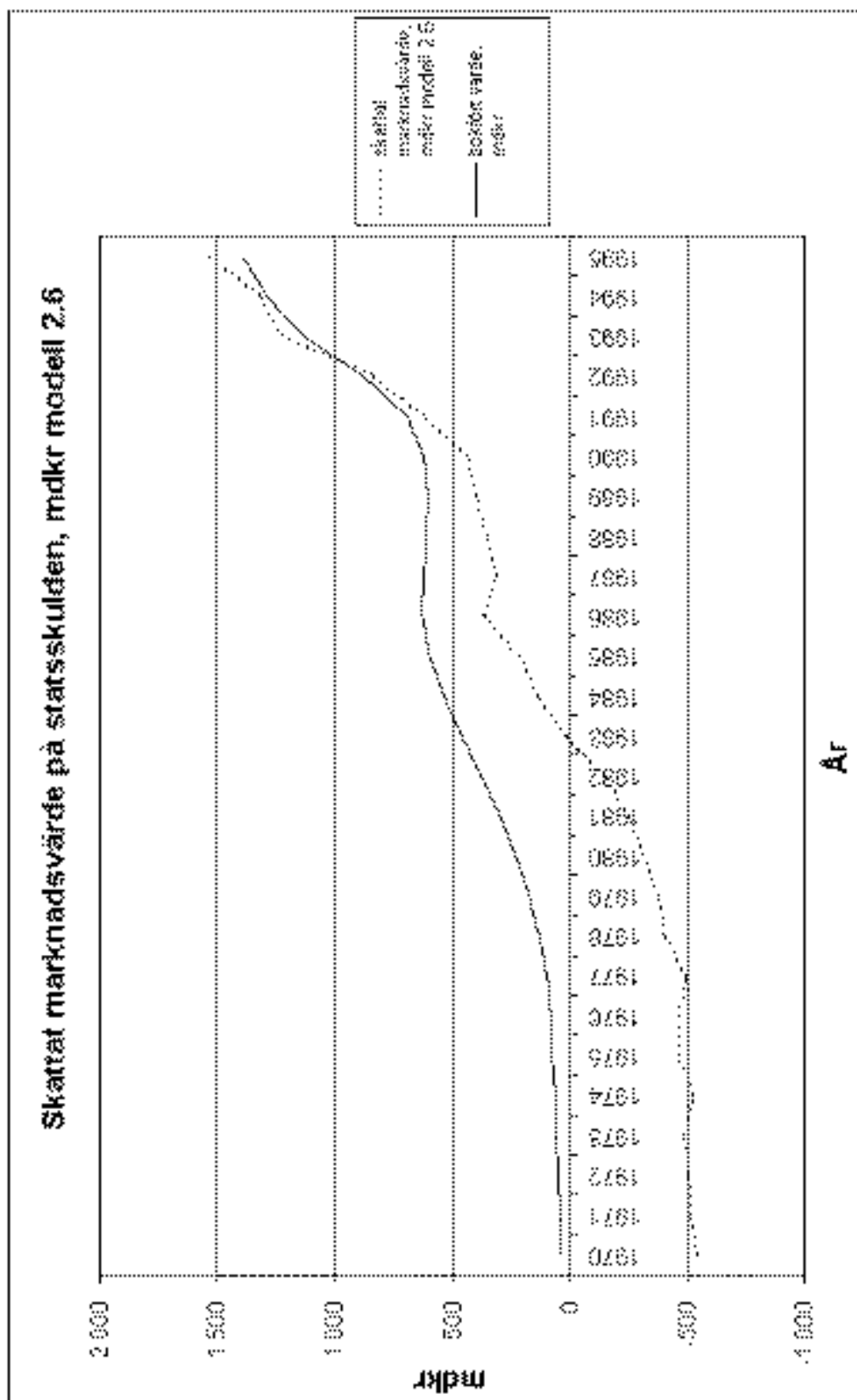
De parvisa plottarna för modell 2.6 (se appendix B.3.1) visar att variablerna i modellen har rimligt tecken samt att det inte finns något direkt samband mellan de ingående variablerna.

Residualplotten mot skattade värden samt residualer mot modellens ingående variabler ger alla ett önskvärt normalfördelat brus (se appendix B.3.2). En normalfördelningsplot av residualer visar om normalfördelningsantagandet är uppfyllt. Residualerna plottas mot normalfördelningsens kvantiler. Punkterna ligger på en någorlunda rak linje, så normalfördelningsantagandet anses vara uppfyllt.

Den första added variable plotten (se figur B.3.8 i appendix B.3.3) visar sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och räntan givet BNP. Den andra

(se figur B.3.9 i appendix B.3.3) visar sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och BNP givet räntan. Båda plottar visar att variablerna tillför något till modellen.

I figur 3.3.1 kan man se att liksom för modell 2.4 blir det skattade marknadsvärdet negativt för åren 1970-83. Eftersom det är ett orimligt resultat måste även modell 2.6 förkastas.



Figur 3.3.1 Bokfört värde och skattat marknadsvärde, mdkr modell 2.6

3.3.2 Analys modell 2.7

$$\text{Modell 2.7: } MV = BfV - 502286 - 29254 \times \text{ränta} + 0,37 \times \text{bnp.år} + 419 \times \text{dem}$$

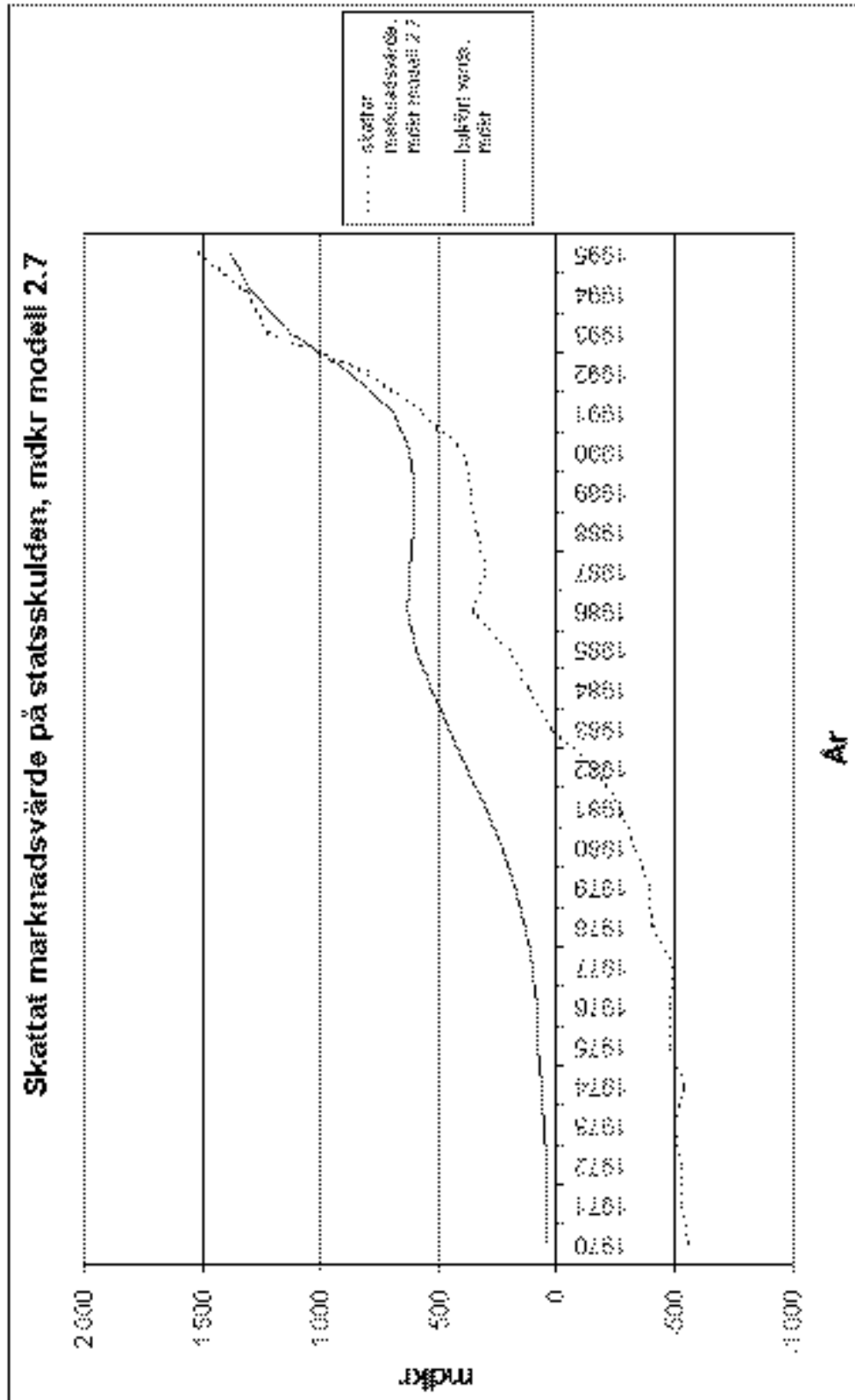
Modell 2.7 har en förklaringsgrad på 94,87 %.

De parvisa plottarna för modell 2.7 visar att variablerna i modellen har rimligt tecken samt att det inte finns något direkt samband mellan de ingående variablerna.

Modell 2.7 har stora likheter med modell 2.4. Den stora skillnaden är att i modell 2.7 är BNP angiven årsvis och i modell 2.4 kvartalsvis. Precis som i den tidigare modellen kan man här se i residualplottarna att den positiva residual som härrör från fjärde kvartalet 1996 är mycket större än övriga residualer. I normalfördelningsplotten av residualer kan man nu också se två punkter som avviker en del från övriga.

Den första added variable plotten visar sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och räntan givet BNP och kronkursen mot tyska mark. Den andra visar sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och BNP givet räntan och kronkursen mot tyska mark. Och den tredje visar sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och kronkursen mot tyska mark givet räntan och BNP. Alla plottar visar att variablerna tillför något till modellen.

Trots att normalfördelningsplotten av residualer har två avvikande värden beräknas marknadsvärdet av statsskulden. Resultatet, som kan ses i figur 3.3.2, blir liksom i modell 2.4 och modell 2.6 ett negativt marknadsvärde för åren 1970-83. Därmed förkastas modell 2.7 utan vidare analys.



Figur 3.3.2 Bokfört värde och skattat marknadsvärde, mdkr modell 2.7

3.4 Endast räntan som beroende variabel

Räntan är den variabel som har störst inverkan på marknadsvärdet. I verkligheten är det räntan som styr marknadsvärdet. Därför har det även testats vad som händer om endast räntan används som beroende variabel i en enkel regressionsmodell. Två modeller har tagits fram. Den första har den reala räntan som förklarande variabel, där den reala räntan som använts är samma som i metod 1. Den andra har den nominella räntan som förklarande variabel, där det är den 10-åriga marknadsräntan som använts.

$$\text{Modell 2.8: } MV = BfV + 492228 - 52262 \times \text{realränta}$$

$$\text{Modell 2.9: } MV = BfV + 625429 - 58804 \times \text{ränta}$$

realränta = den reala räntan

3.4.1 Analys modell 2.8

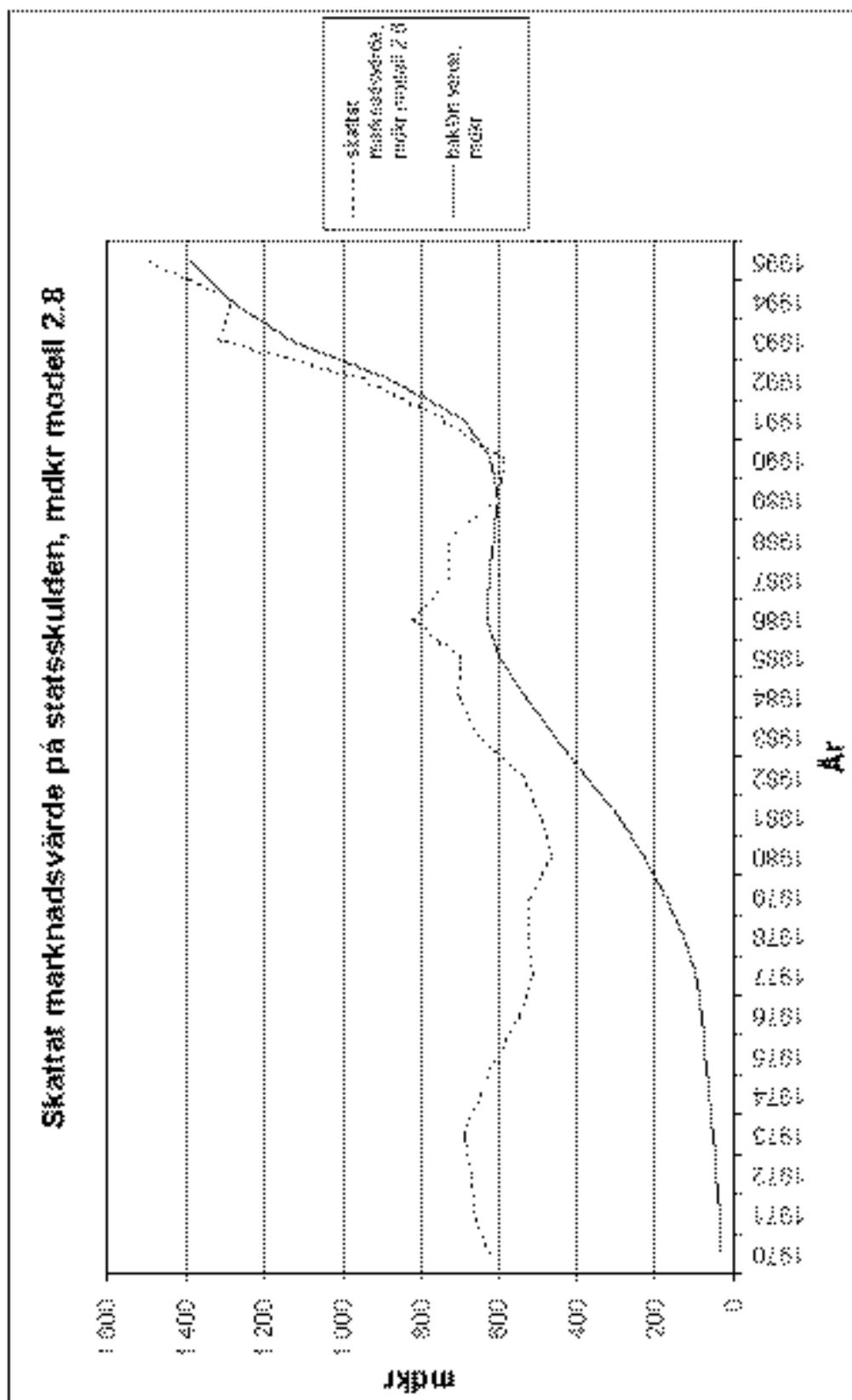
$$\text{Modell 2.8: } MV = BfV + 492228 - 52262 \times \text{realränta}$$

Modell 2.8 har en förklaringsgrad på 75,47 %.

Enligt den parvisa plotten har variabeln ett rimligt tecken (se appendix B.4.1).

Residualplottarna ger ett önskvärt normalfördelat brus och normalfördelningsplotten av residualer ger en någorlunda rak linje (se appendix B.4.2).

I figur 3.4.1 kan man se att det skattade marknadsvärdet ligger högt över det bokförda värdet för framförallt 1970-talet. Under 80-talet ligger det skattade marknadsvärdet på en mer jämn nivå över det bokförda värdet, men fortfarande runt 200 miljarder kronor över. För första halvan av 90-talet ser skattningen inte ut att vara allt för orimlig. Men på det hela taget måste modellen förkastas.



Figur 3.4.1 Bokfört värde och skattat marknadsvärde, mdkr modell 2.8.

3.4.2 Analys modell 2.9

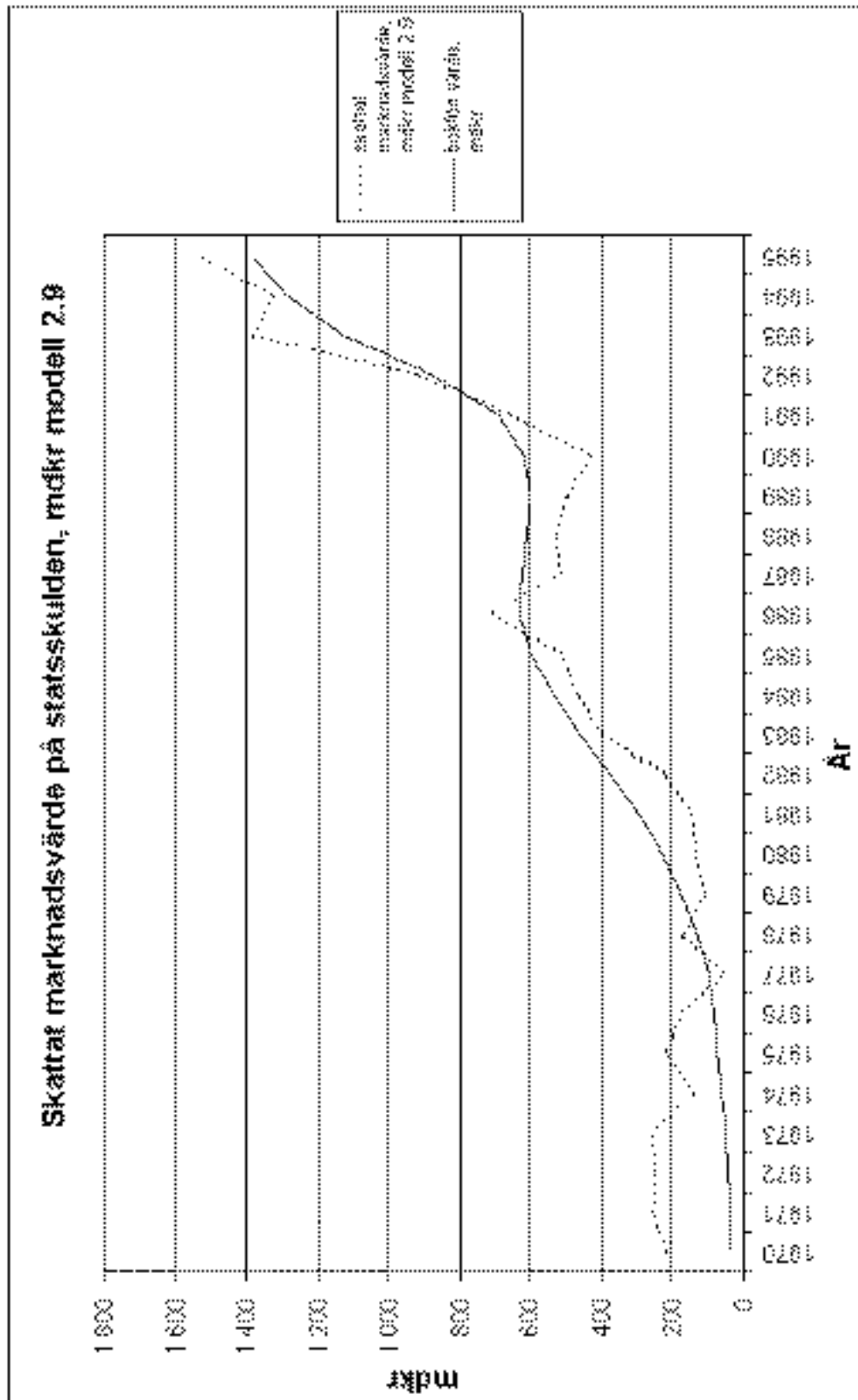
$$\text{Modell 2.9: } MV = BfV + 625429 - 58804 \times \text{ränta}$$

Modell 2.9 har en förklaringsgrad på 70,65 %.

Enligt den parvisa plotten har variabeln ett rimligt tecken.

Residualplottarna ger normalfördelat brus och normalfördelningsplotten av residualer ger en någorlunda rak linje.

I figur 3.4.2 kan man se att det skattade marknadsvärdet följer det bokförda värdet, men med fler svängningar. Det skattade marknadsvärdet skiljer sig för mycket från det bokförda värdet för att modellen ska vara användbar.



Figur 3.4.2 Bokfört värde och skattat marknadsvärde, mdkr modell 2.9.

3.5 Sammanfattning metod 2

Enkelt kan man sammanfatta metod 2 som att den inte är speciellt bra när det gäller att skatta marknadsvärden så pass långt bak i tiden som 25 år. Ingen av de framtagna modellerna ger rimliga värden om man jämför med det givna bokförda värdet, oberoende om kvartalsdata eller årsdata används. Inte ens de enkla regressionsmodellerna som endast beror på räntan ger bra skattningar.

Den främsta anledningen till att modellerna skattar orimliga marknadsvärden borde vara att den ekonomiska strukturen har ändrats under den aktuella perioden och kan skilja sig ganska mycket från de förhållanden som rådde under senare halvan av 1990-talet och början av 2000-talet.

Resultatet av metod 2 blir att ingen av de framtagna modellerna är användbara. Att marknadsvärdet skulle vara de som beräknas anses för osannolikt för att våga användas i praktiken.

4 Slutsatser och kommentarer

Sammanfattningsvis kan man säga att nuvärdesprincipen ger det bästa och rimligaste resultatet av de två metoderna. Detta kan inte anses vara helt orimligt, då nuvärdesprincipen endast tar hänsyn till hur marknadsräntan har utvecklats och denna i sin tur speglar marknaden. Dessutom utgör denna metod det vedertagna sätt för hur man marknadsvärderar obligationer.

Den multipla regressionsmodellen å sin sida beror på ett antal olika variabler, som kanske inte är helt oberoende av varandra, även om det här inte går att säga hur och vilka som skulle påverka den ena eller den andra på något sätt, utom de uppenbart kolinjära som har uteslutits.

Resultatet blir att SCB kommer att använda sig av marknadsvärdena av statsskulden som är beräknade enligt metod 1.

5 Referenser

Luenberger David G (1998): Investment science, Oxford University Press Inc.

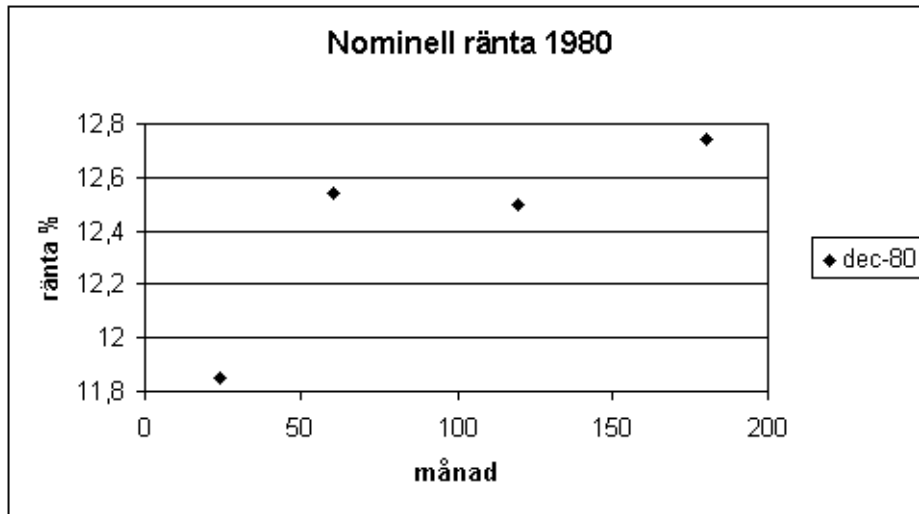
Ohlsson Esbjörn (1998): Grafisk diagnostik för regressionsmodeller

Sundberg Rolf (1997): Kompendium i tillämpad matematisk statistik

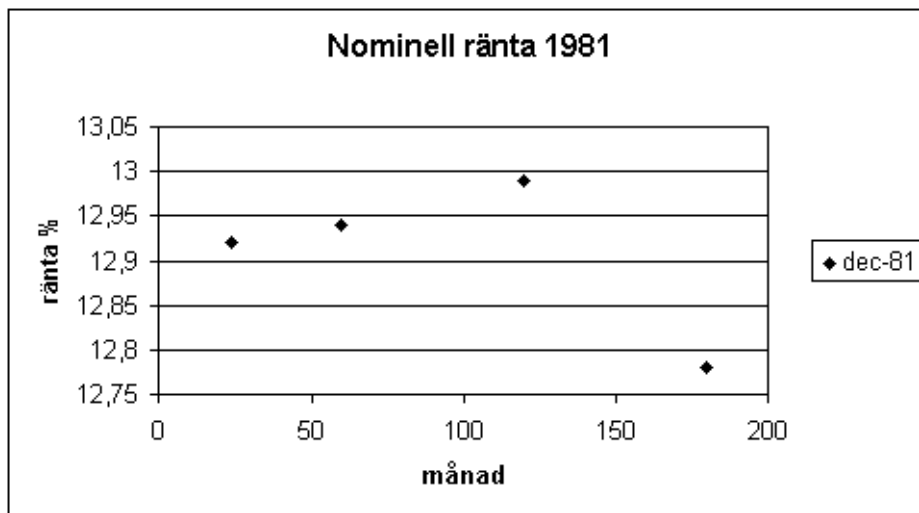
Formel- och tabellsamling Tillämpad matematisk statistik KTH (1983)

A Appendix metod 1

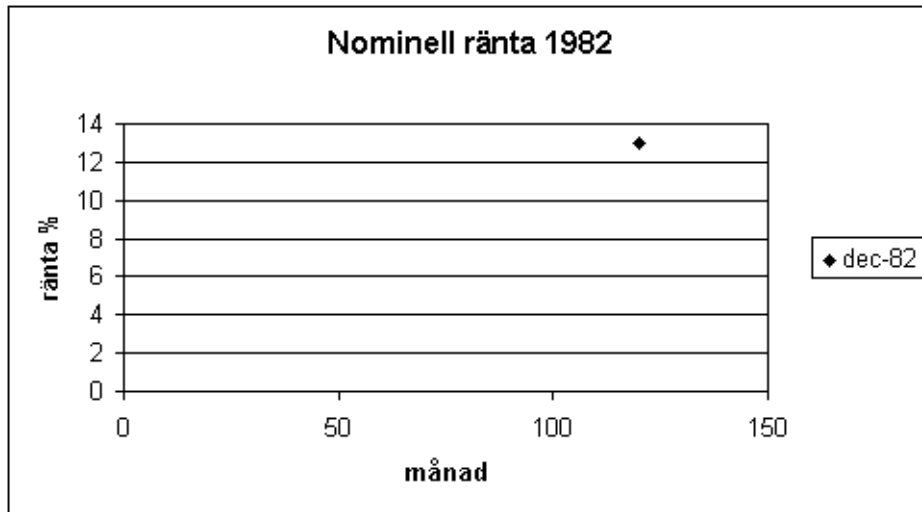
A.1 Nominell ränta



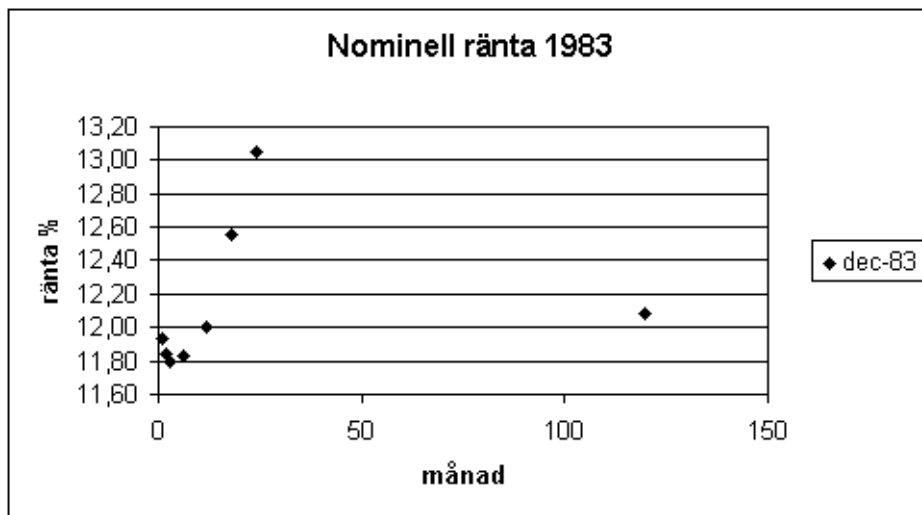
Figur A.1.1 Nominell ränta 31 december 1980.



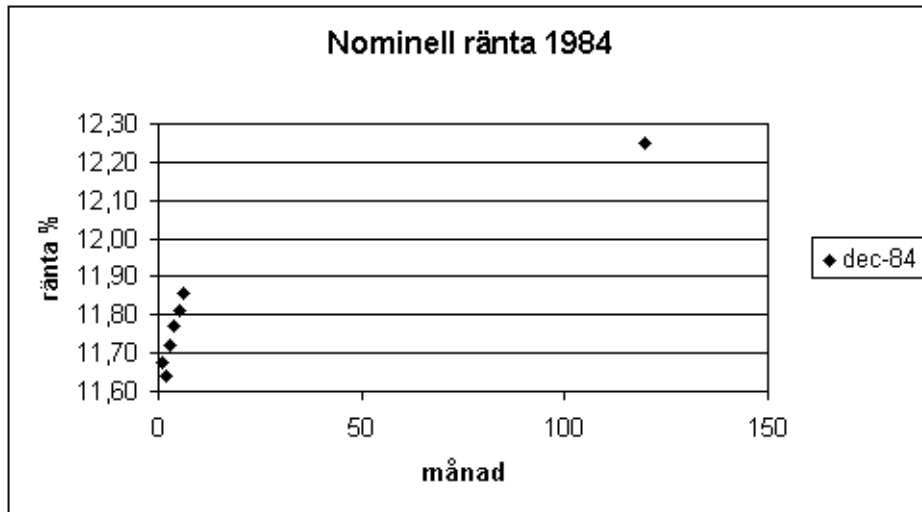
Figur A.1.2 Nominell ränta 31 december 1981.



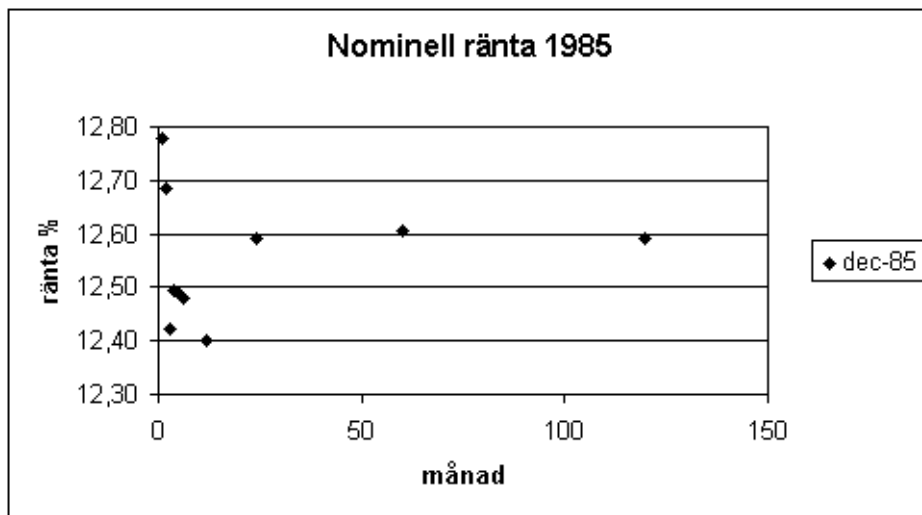
Figur A.1.3 Nominell ränta 31 december 1982.



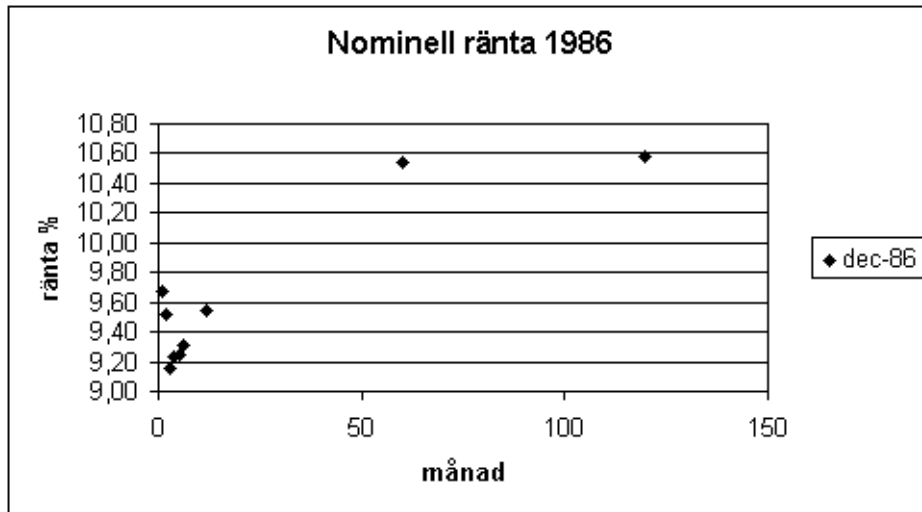
Figur A.1.4 Nominell ränta 31 december 1983.



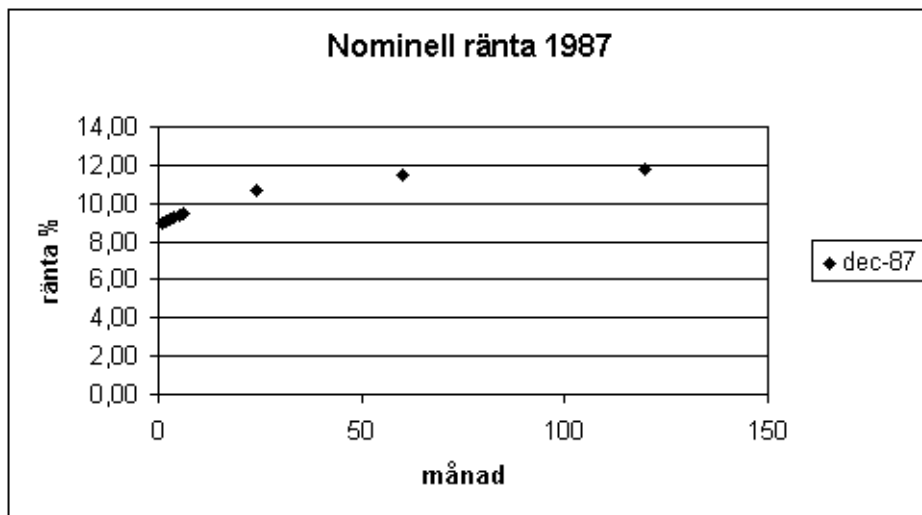
Figur A.1.5 Nominell ränta 31 december 1984.



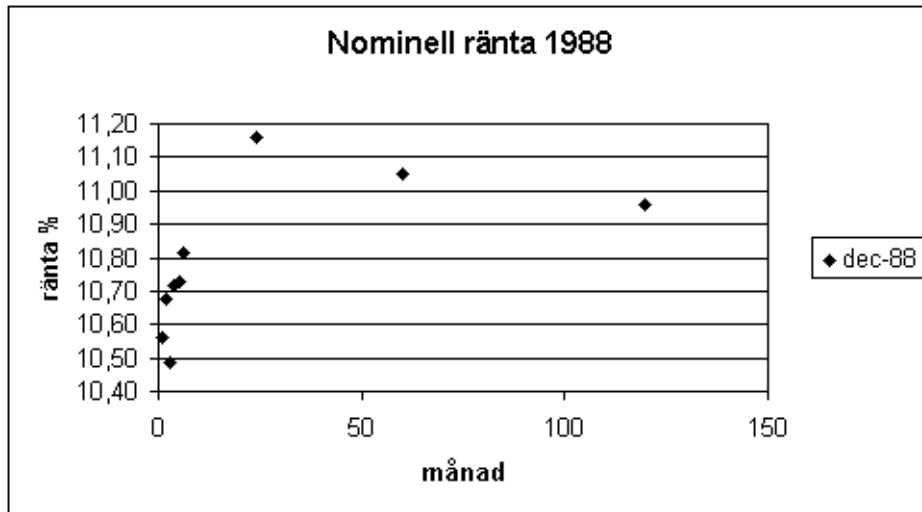
Figur A.1.6 Nominell ränta 31 december 1985.



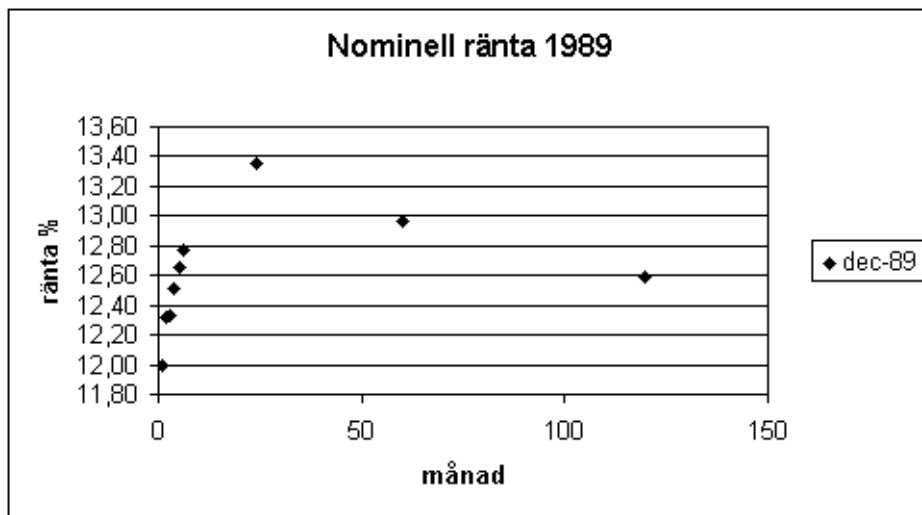
Figur A.1.7 Nominell ränta 31 december 1986.



Figur A.1.8 Nominell ränta 31 december 1987.

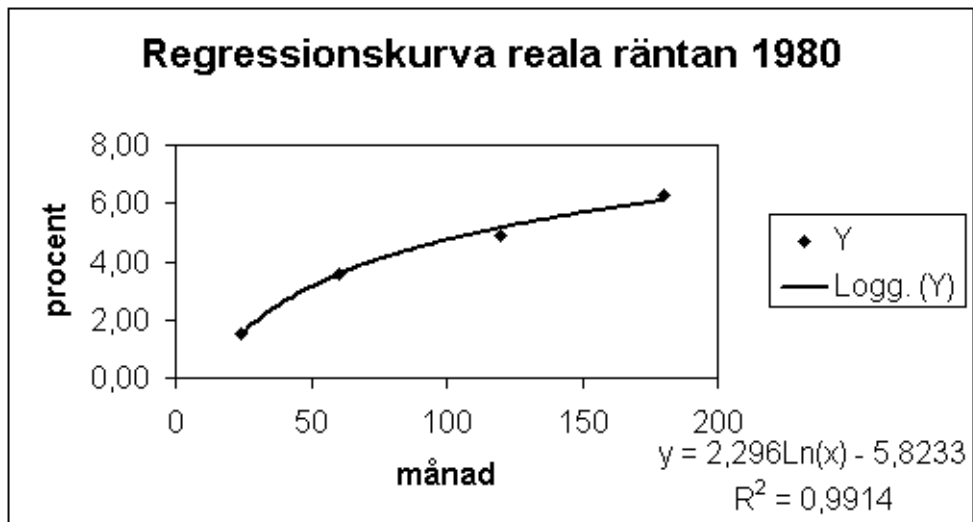


Figur A.1.9 Nominell ränta 31 december 1988.

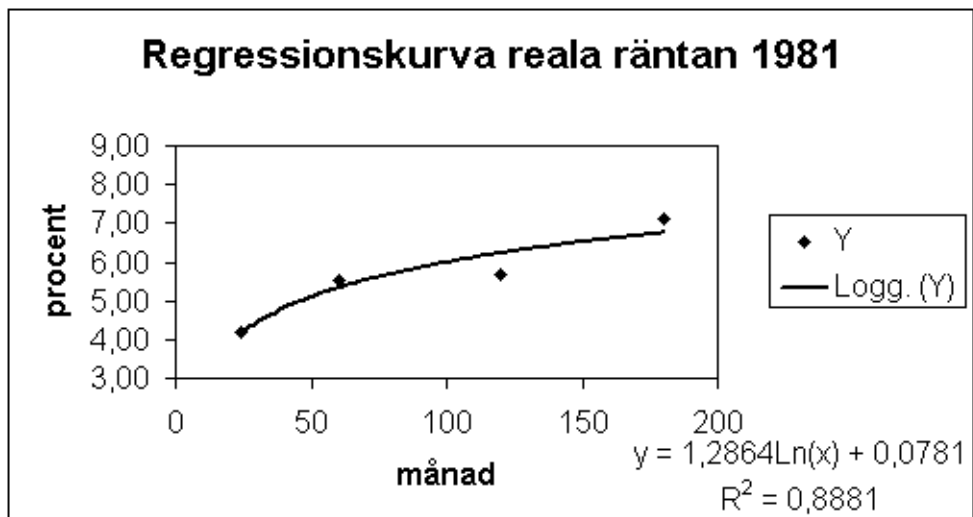


Figur A.1.10 Nominell ränta 31 december 1989.

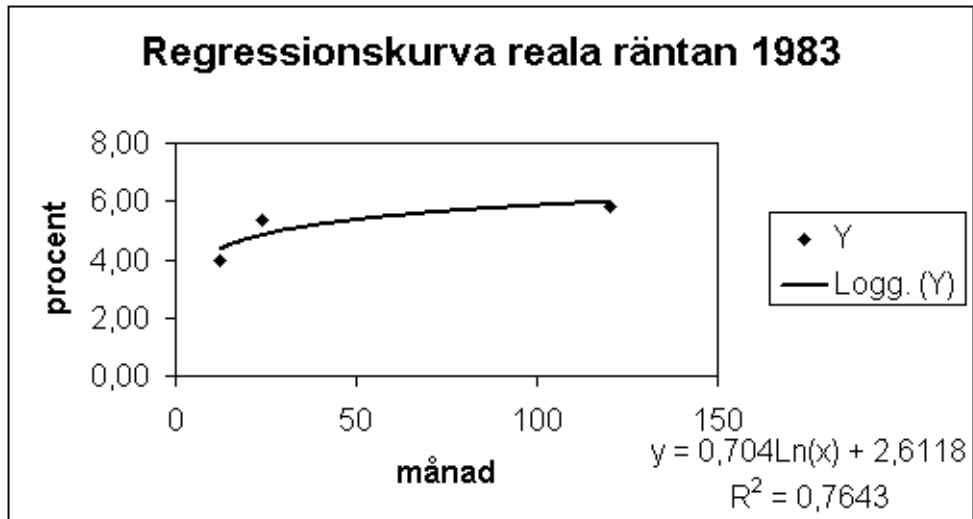
A.2 Regressionskurva reala räntan



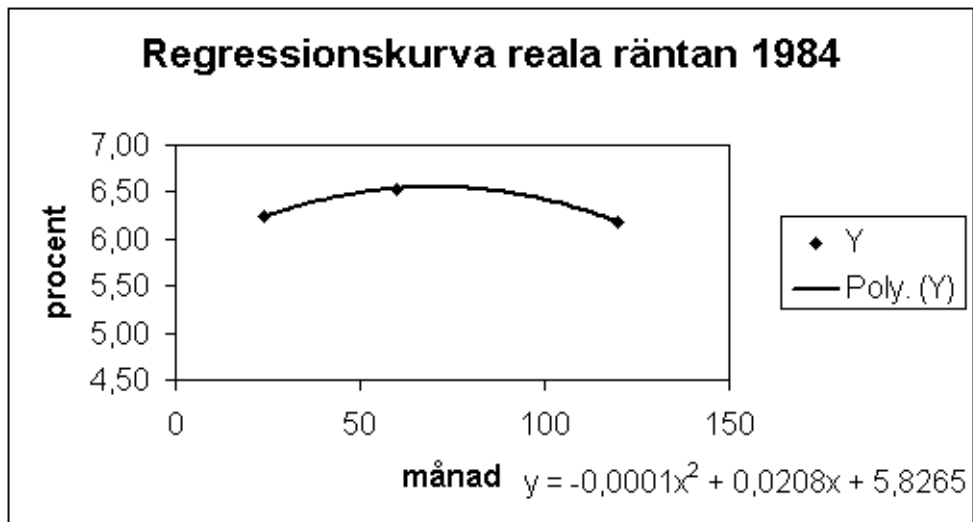
Figur A.2.1 Regressionskurva reala räntan 31 december 1980.



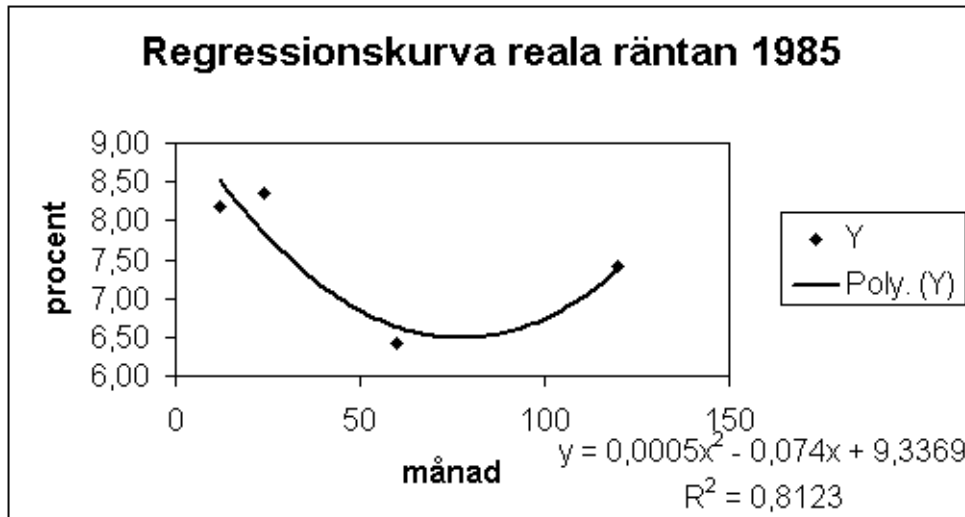
Figur A.2.2 Regressionskurva reala räntan 31 december 1981.



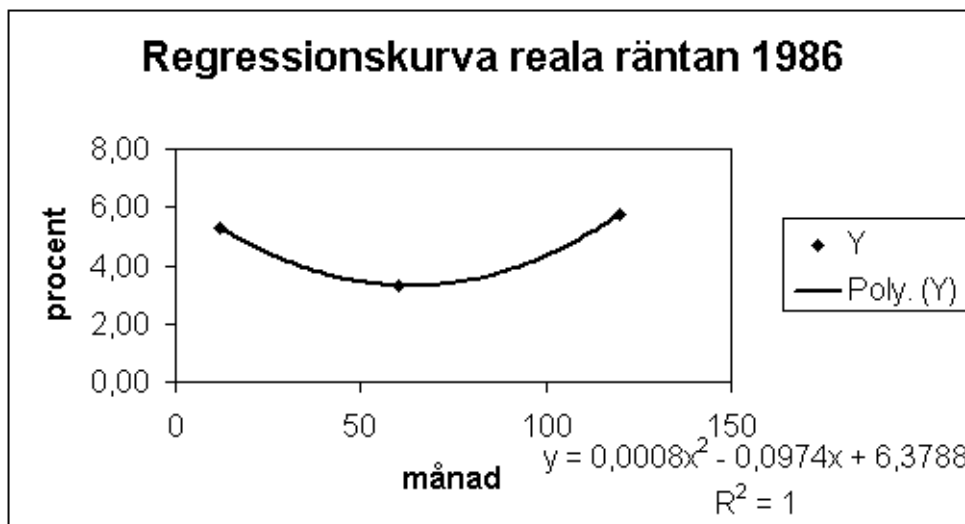
Figur A.2.3 Regressionskurva reala räntan 31 december 1983.



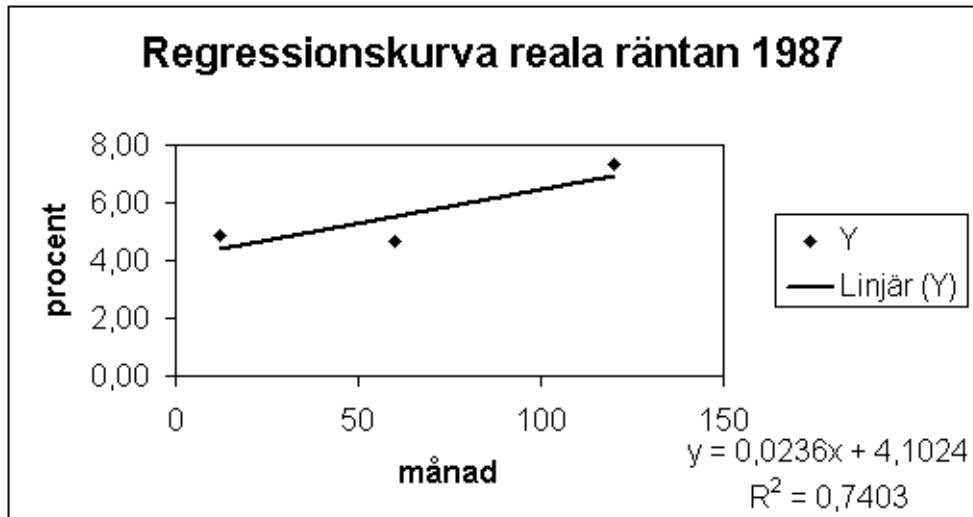
Figur A.2.4 Regressionskurva reala räntan 31 december 1984.



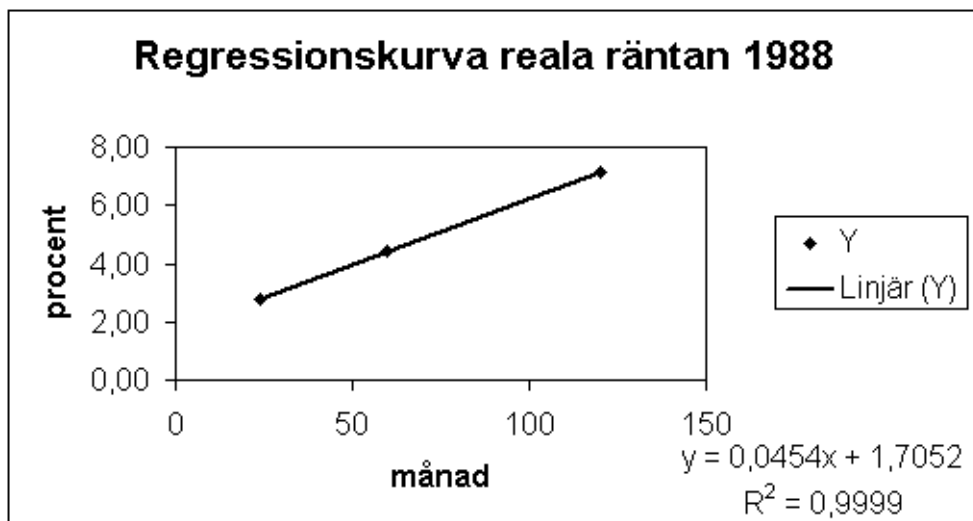
Figur A.2.5 Regressionskurva reala räntan 31 december 1985.



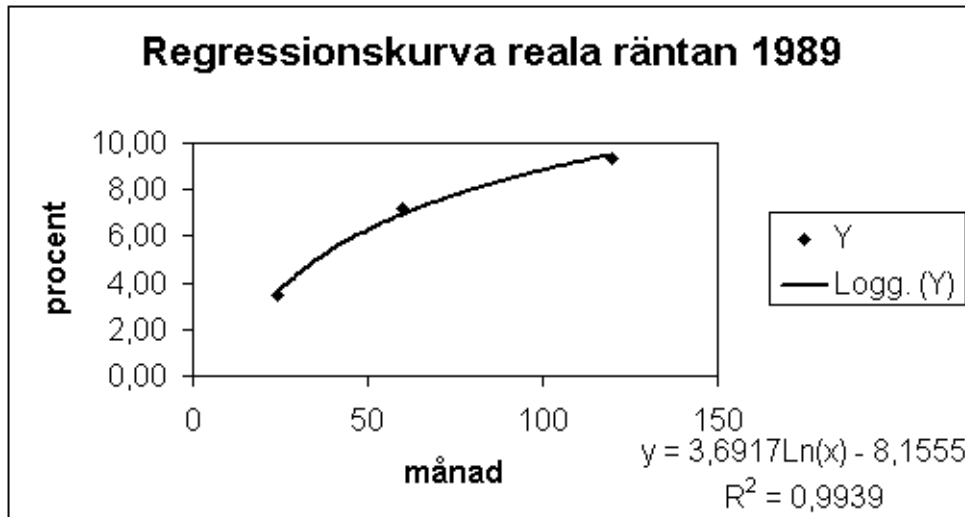
Figur A.2.6 Regressionskurva reala räntan 31 december 1986.



Figur A.2.7 Regressionskurva reala räntan 31 december 1987.

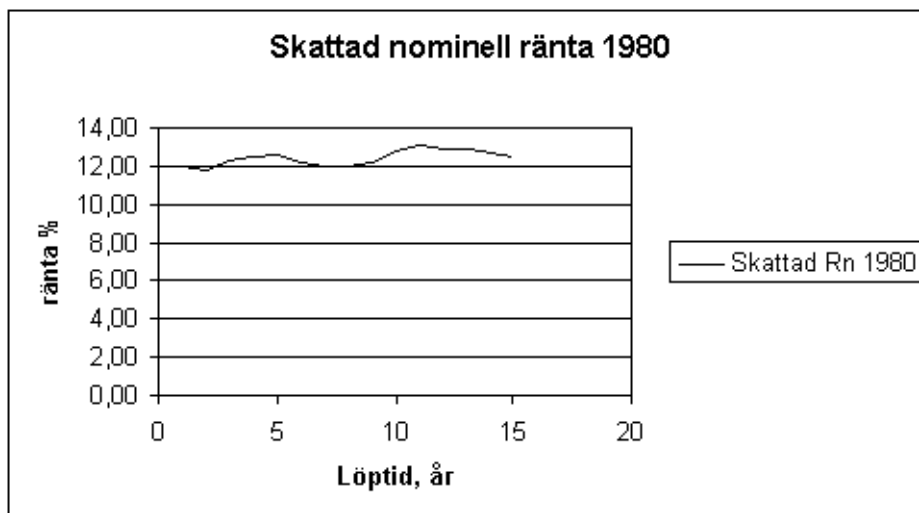


Figur A.2.8 Regressionskurva reala räntan 31 december 1988.

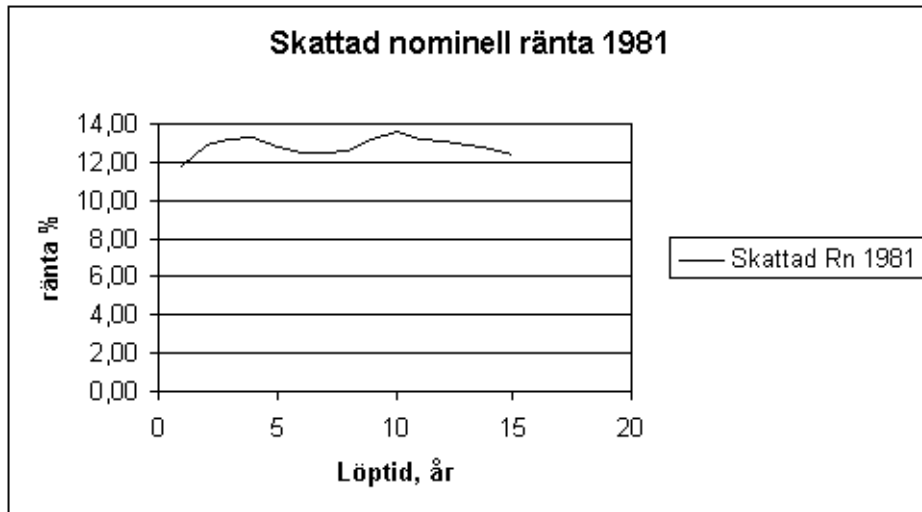


Figur A.2.9 Regressionskurva reala räntan 31 december 1989.

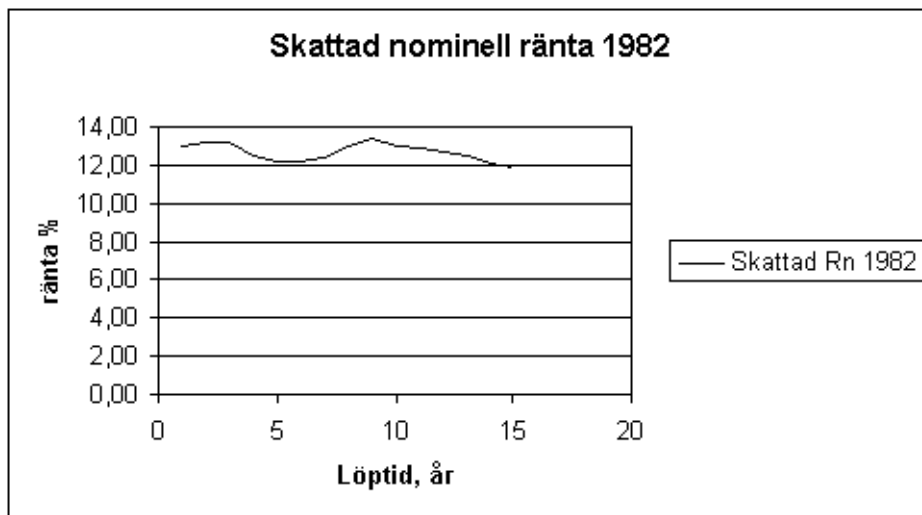
A.3 Skattad nominell ränta



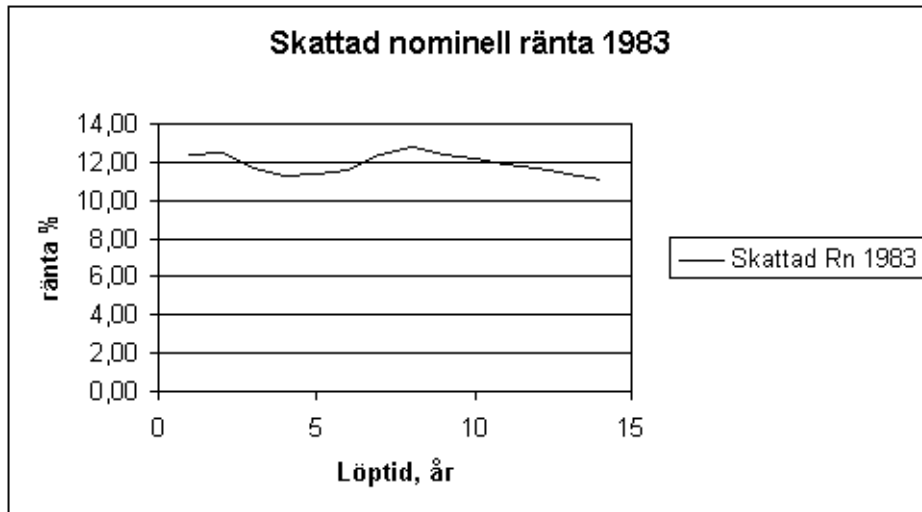
Figur A.3.1 Skattad nominell ränta 31 december 1980.



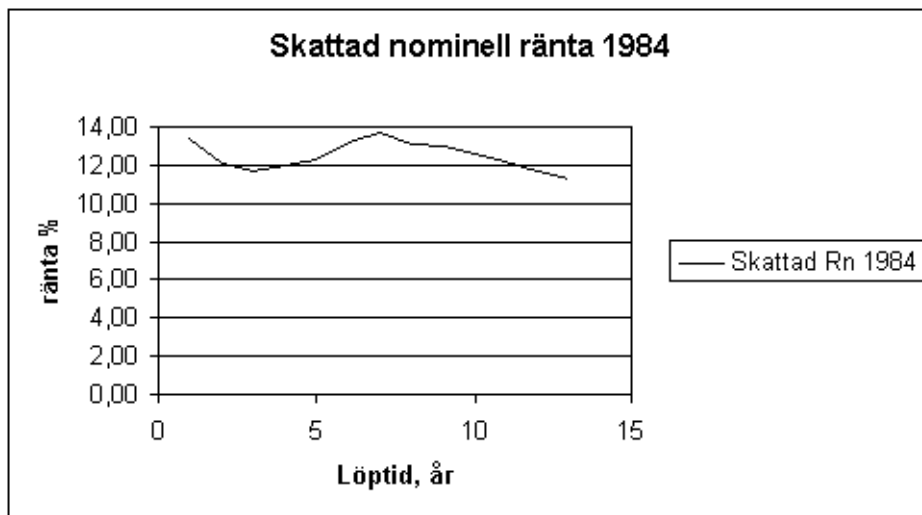
Figur A.3.2 Skattad nominell ränta 31 december 1981.



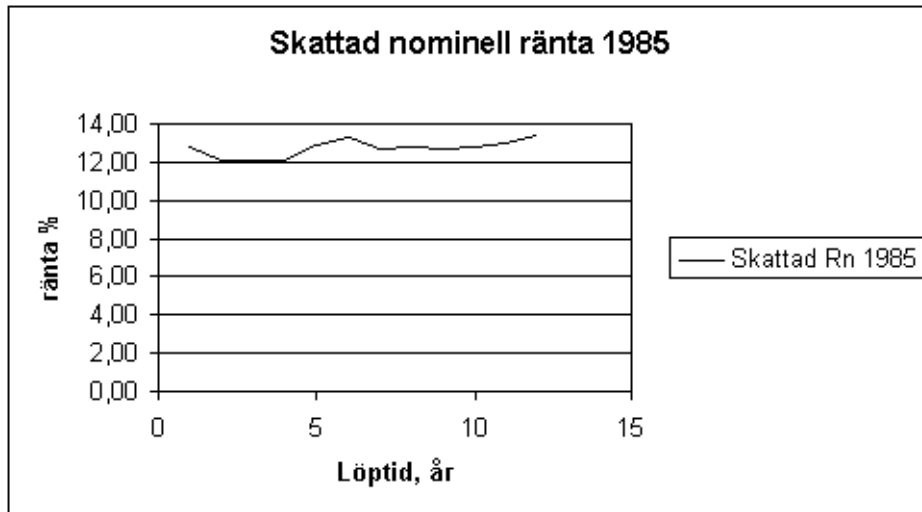
Figur A.3.3 Skattad nominell ränta 31 december 1982.



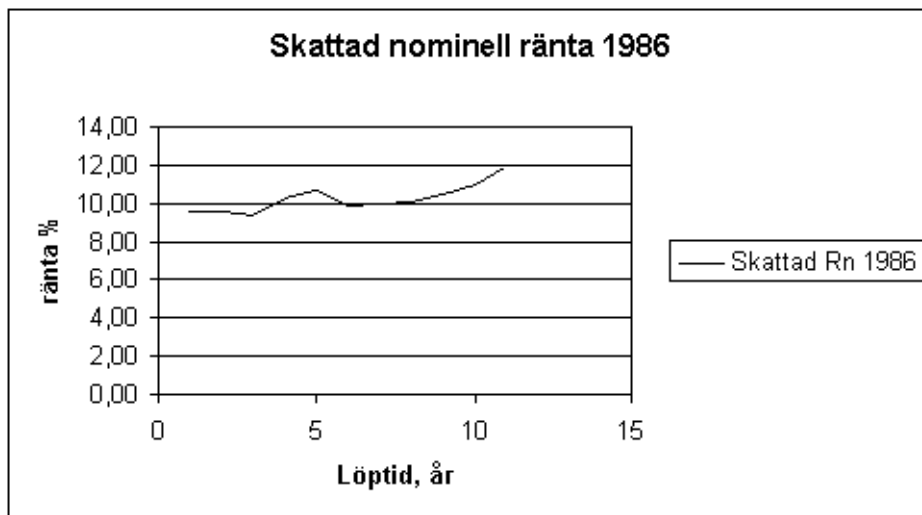
Figur A.3.4 Skattad nominell ränta 31 december 1983.



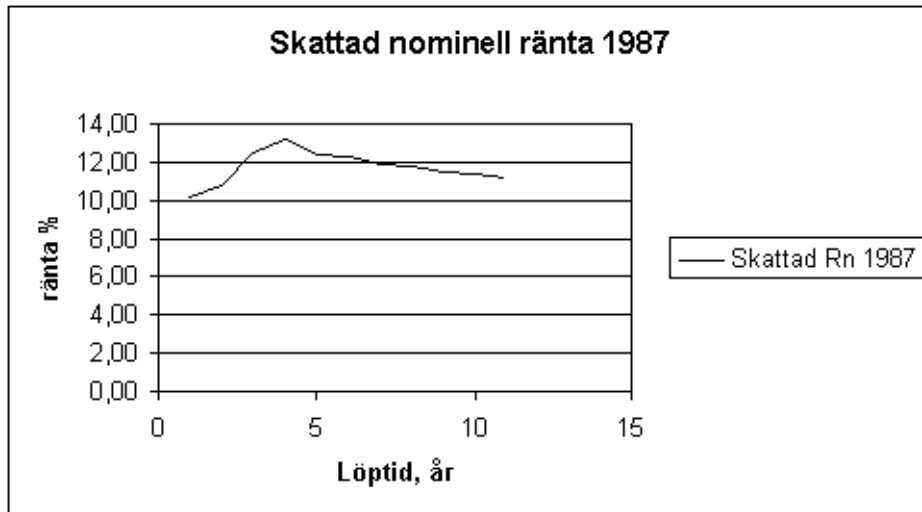
Figur A.3.5 Skattad nominell ränta 31 december 1984.



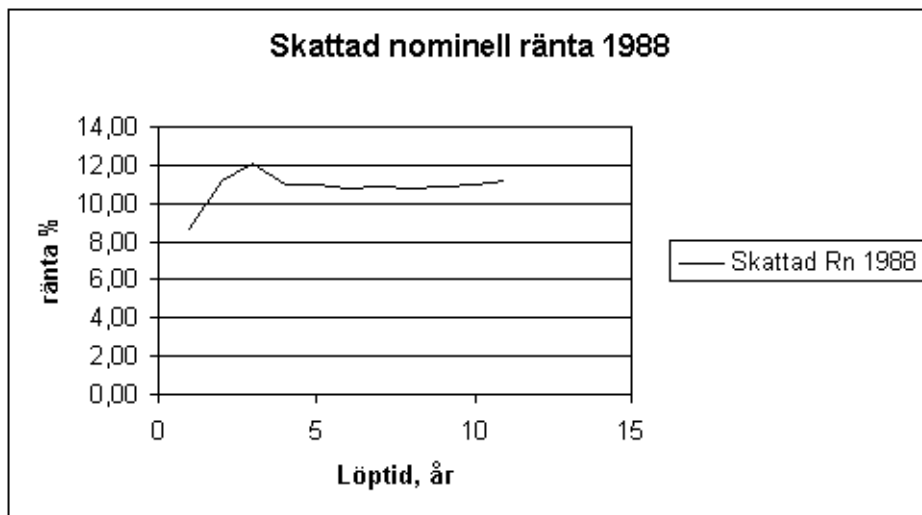
Figur A.3.6 Skattad nominell ränta 31 december 1985.



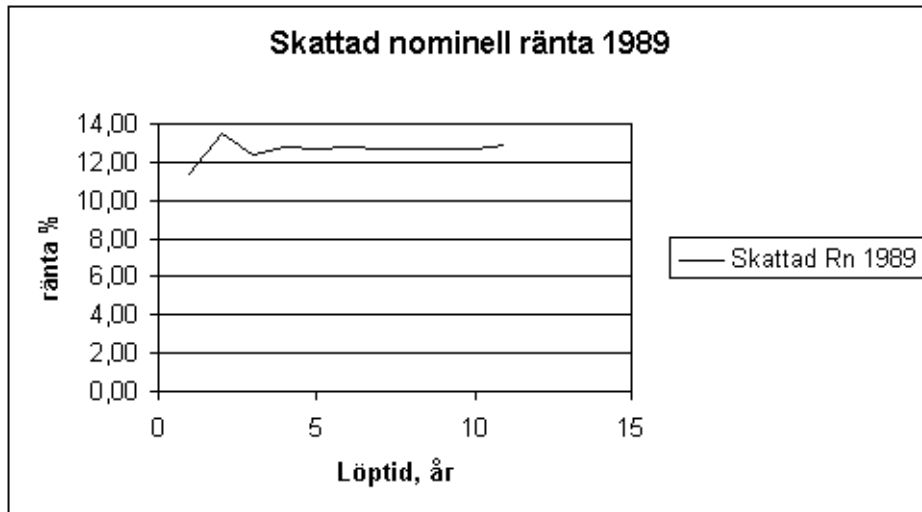
Figur A.3.7 Skattad nominell ränta 31 december 1986.



Figur A.3.8 Skattad nominell ränta 31 december 1987.



Figur A.3.9 Skattad nominell ränta 31 december 1988.

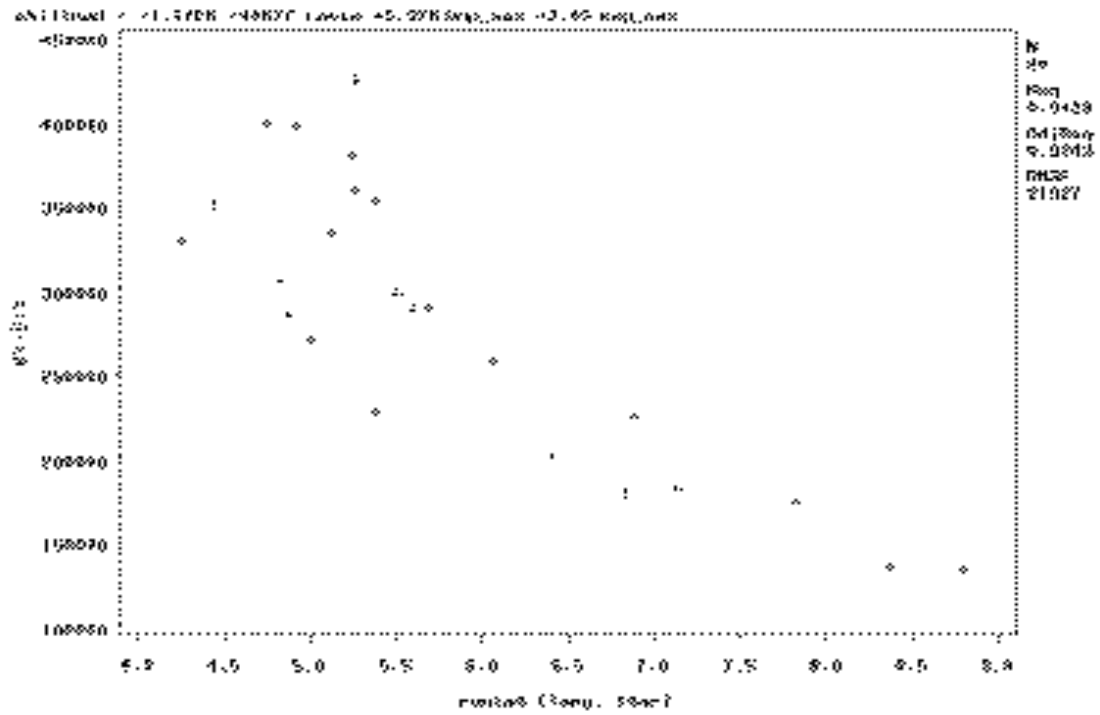


Figur A.3.10 Skattad nominell ränta 31 december 1989.

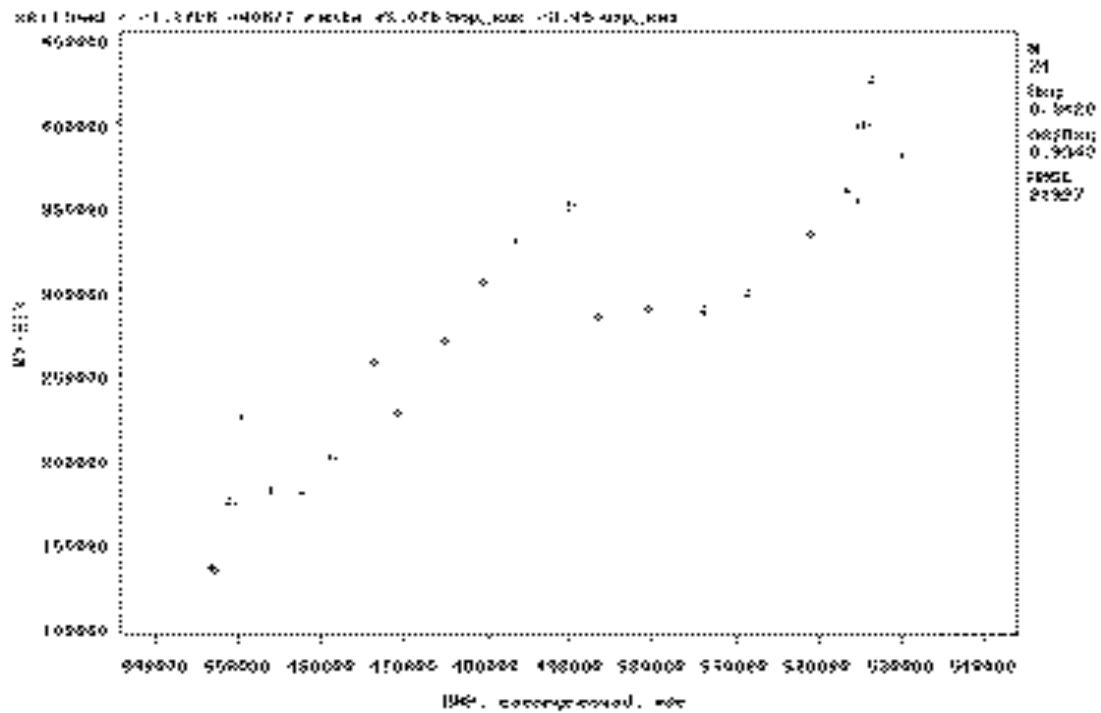
B Appendix metod 2

B.1 Modell 2.2

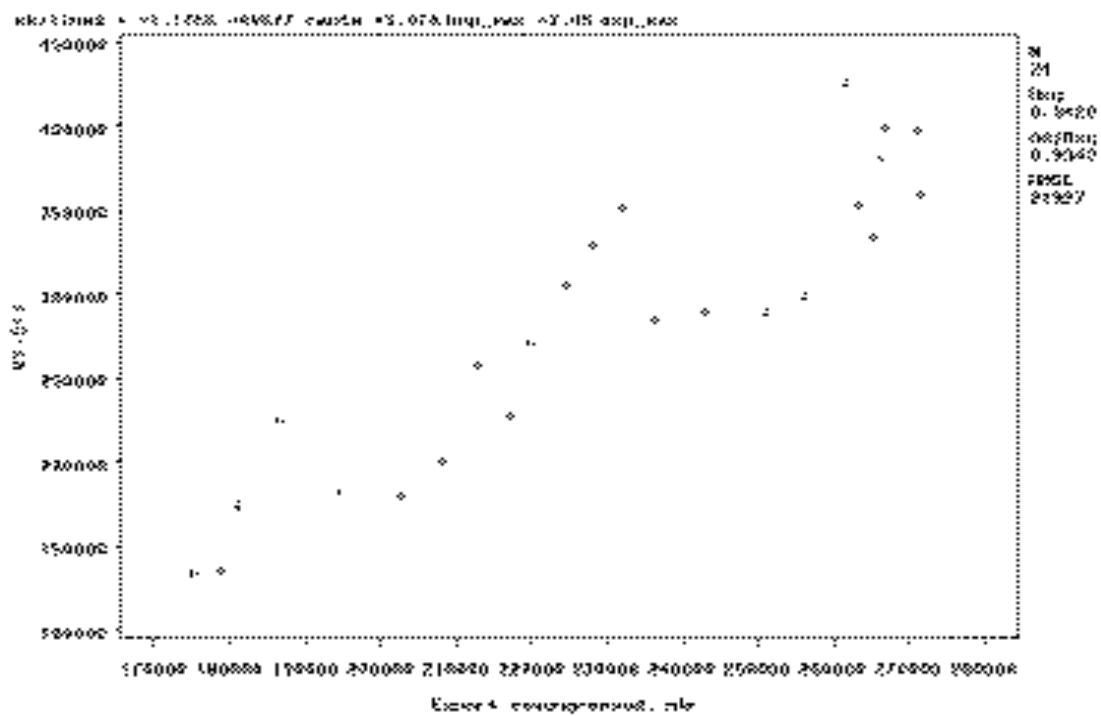
B.1.1 Parvisa plottar modell 2.2



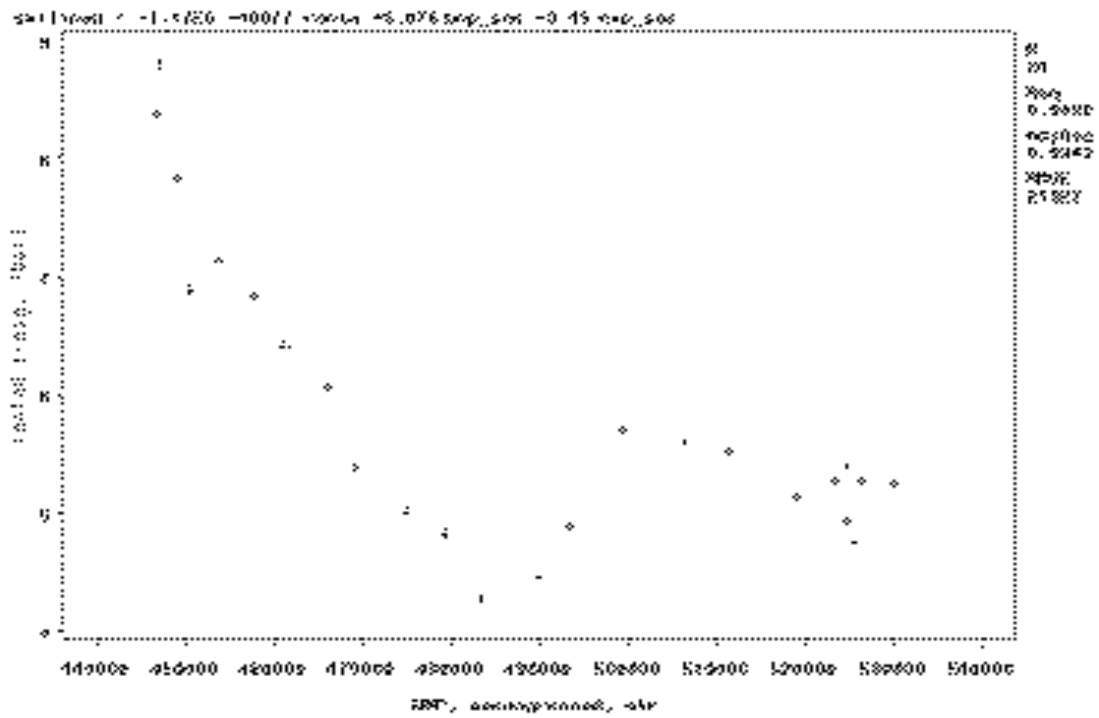
Figur B.1.1 Skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet på statsskulden mot räntan.



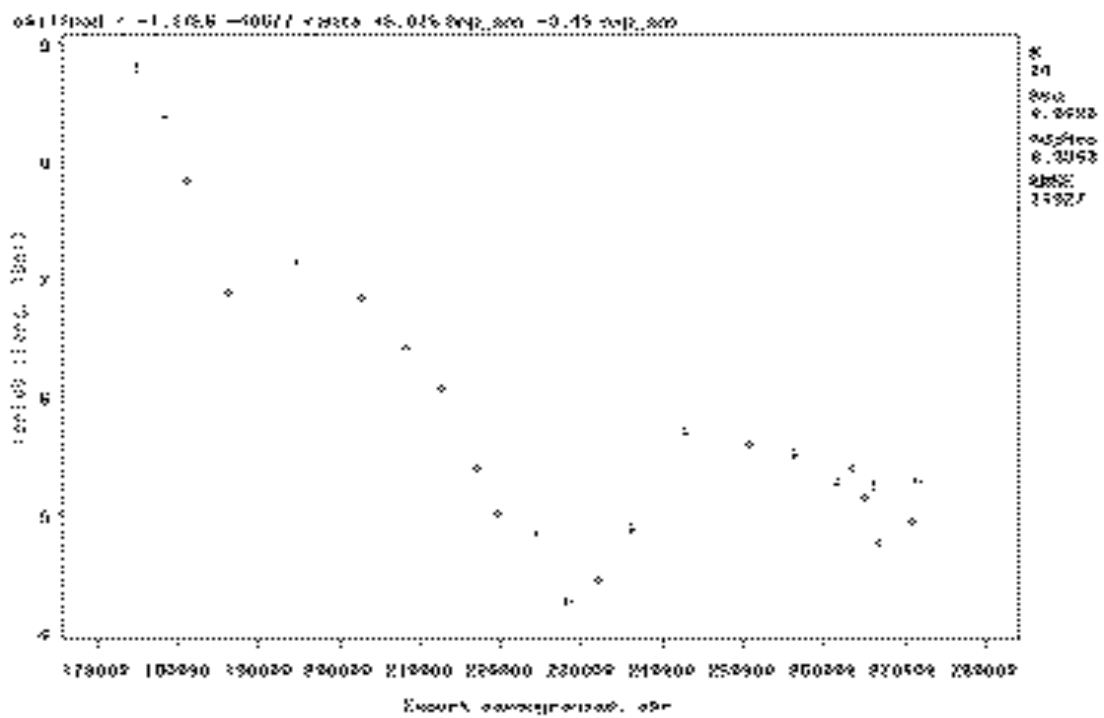
Figur B.1.2 Skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet på statsskuden mot BNP.



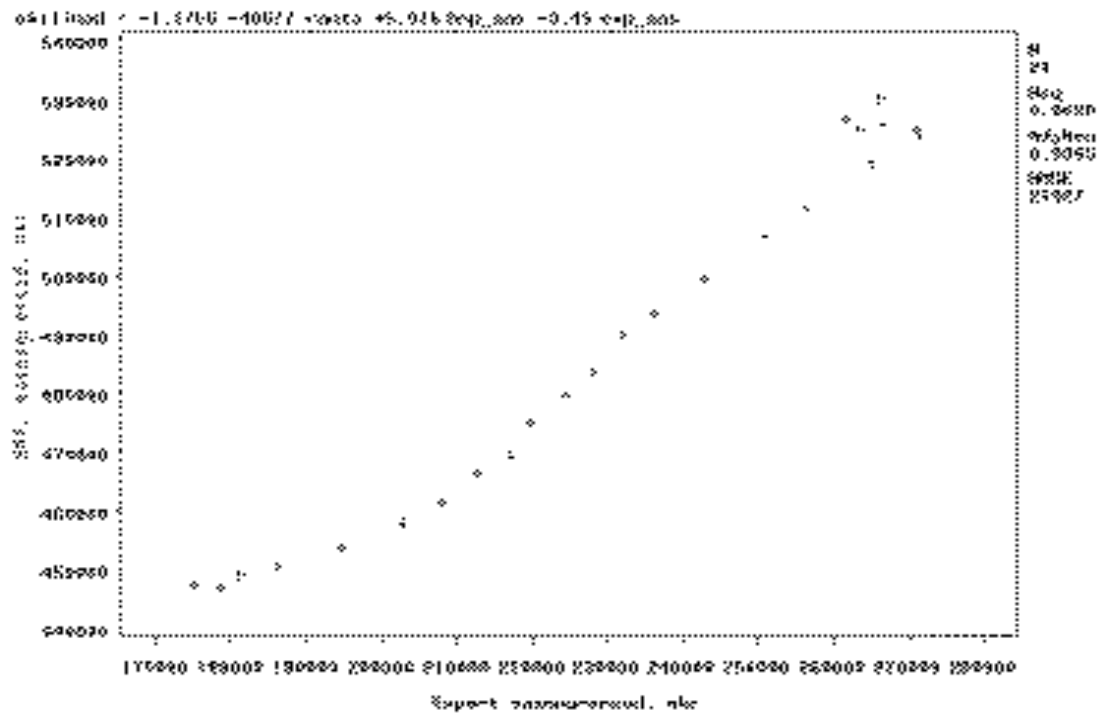
Figur B.1.3 Skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet på statsskuden mot export.



Figur B.1.4 Råntan mot BNP.

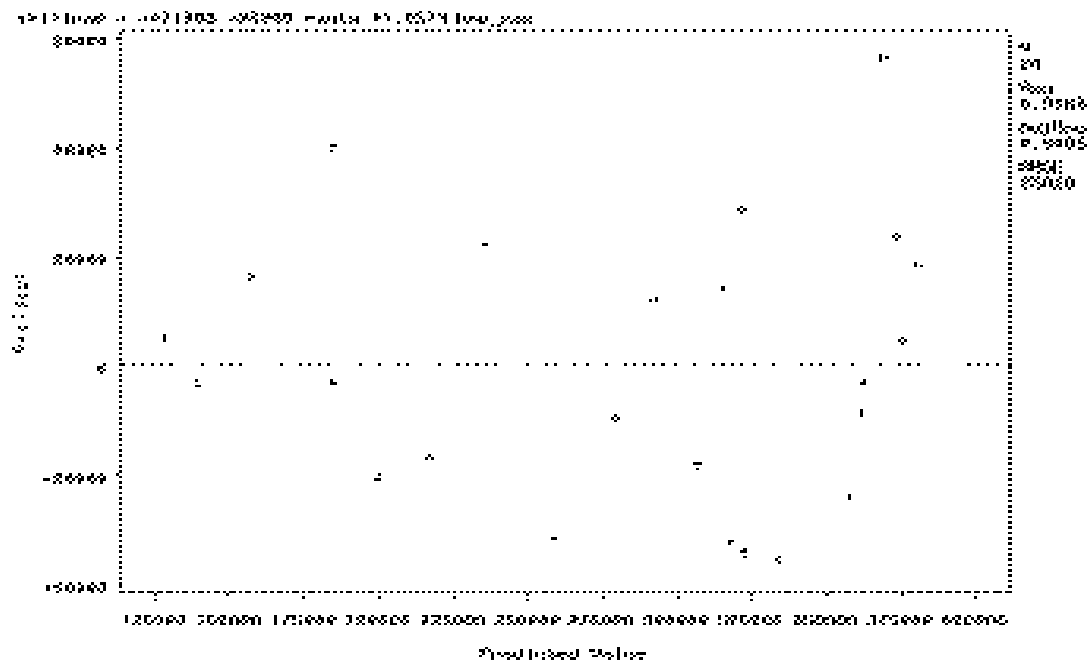


Figur B.1.5 Råntan mot export.

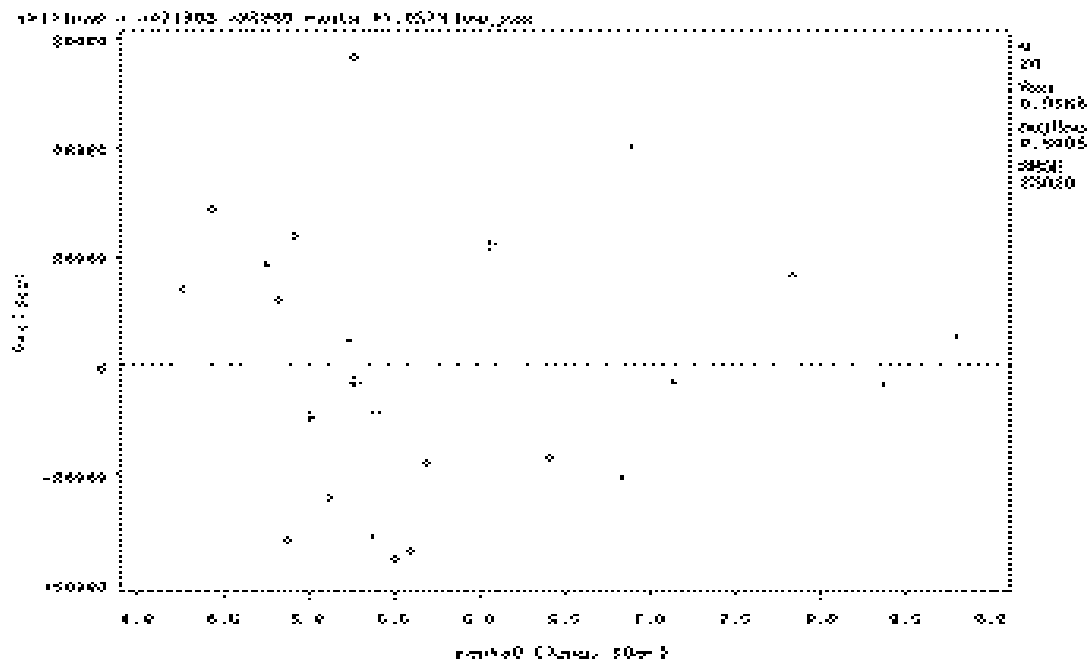


Figur B.1.6 BNP mot export.

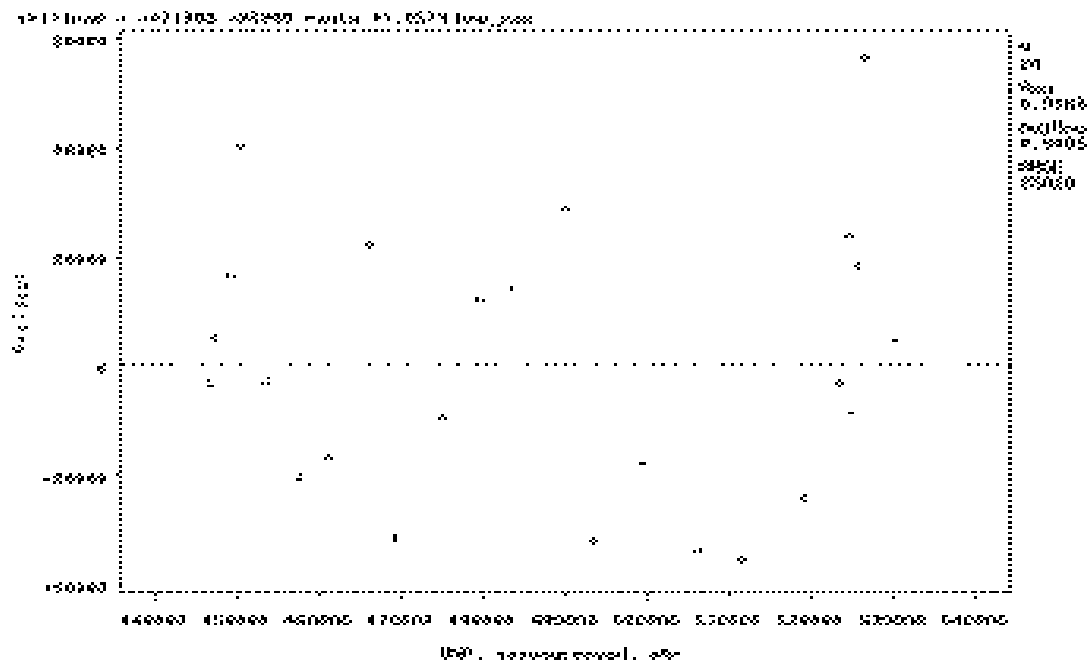
B.1.2 Residualplottar modell 2.2a



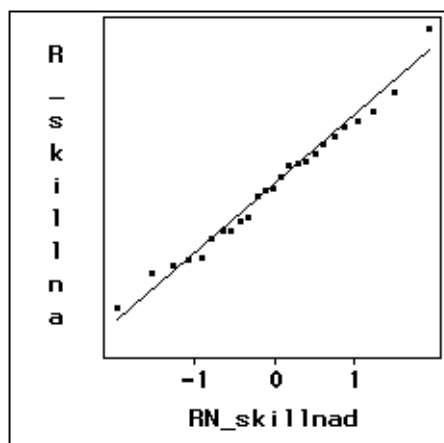
Figur B.1.7 Residualer mot skattade värden.



Figur B.1.8 Residualer mot räntan.

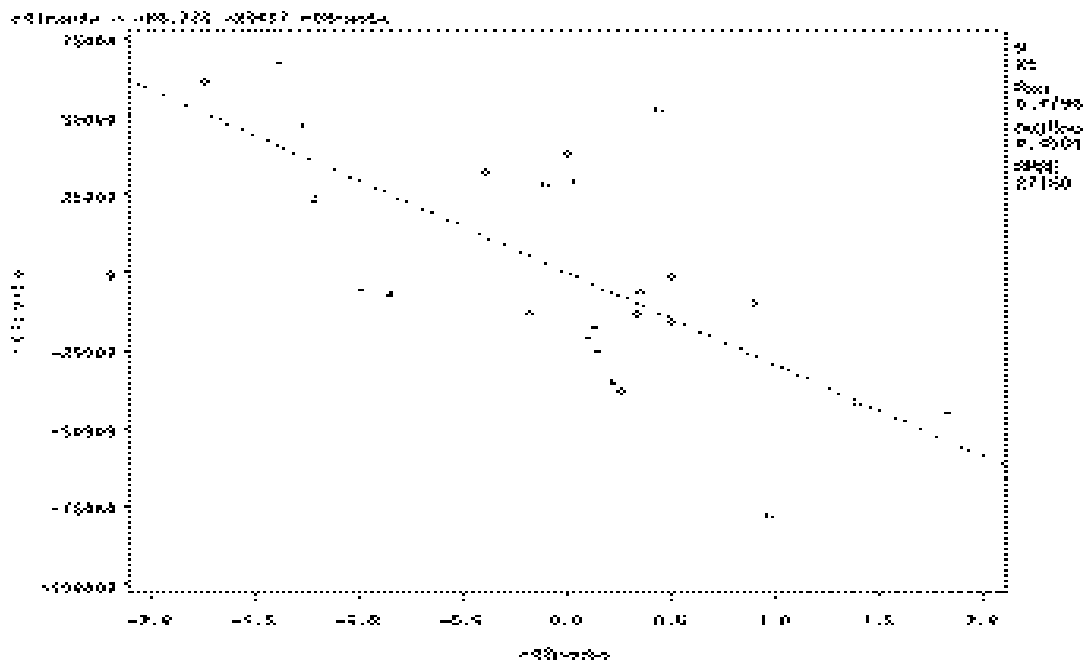


Figur B.1.9 Residualer mot BNP.

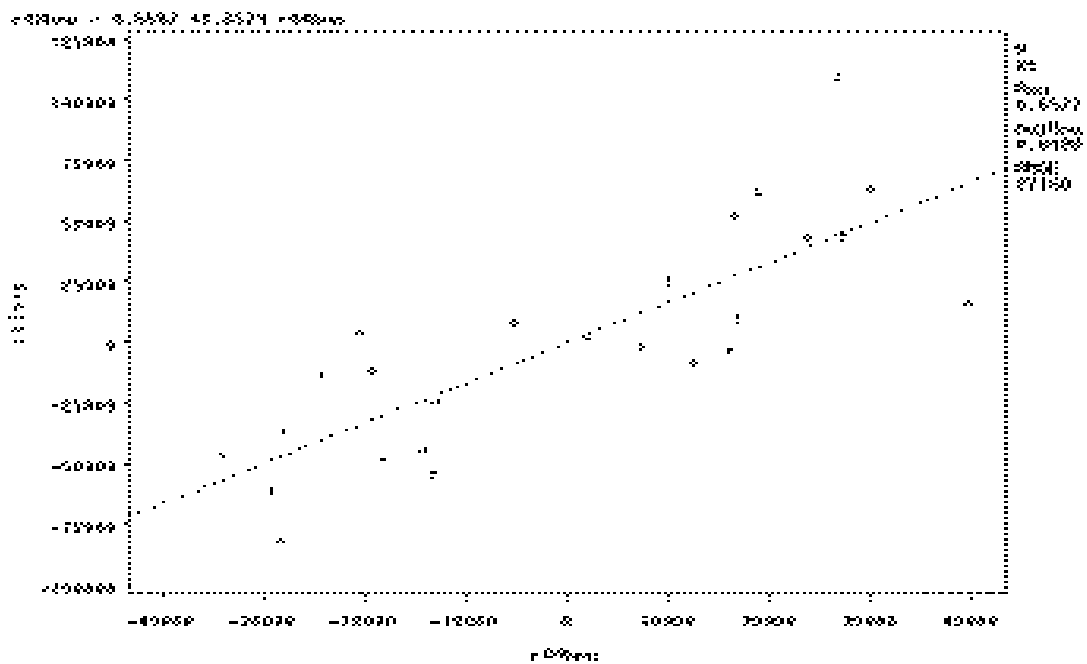


Figur B.1.10 Normalfördelningsplot av residualer.

B.1.3 Added variable plots modell 2.2a



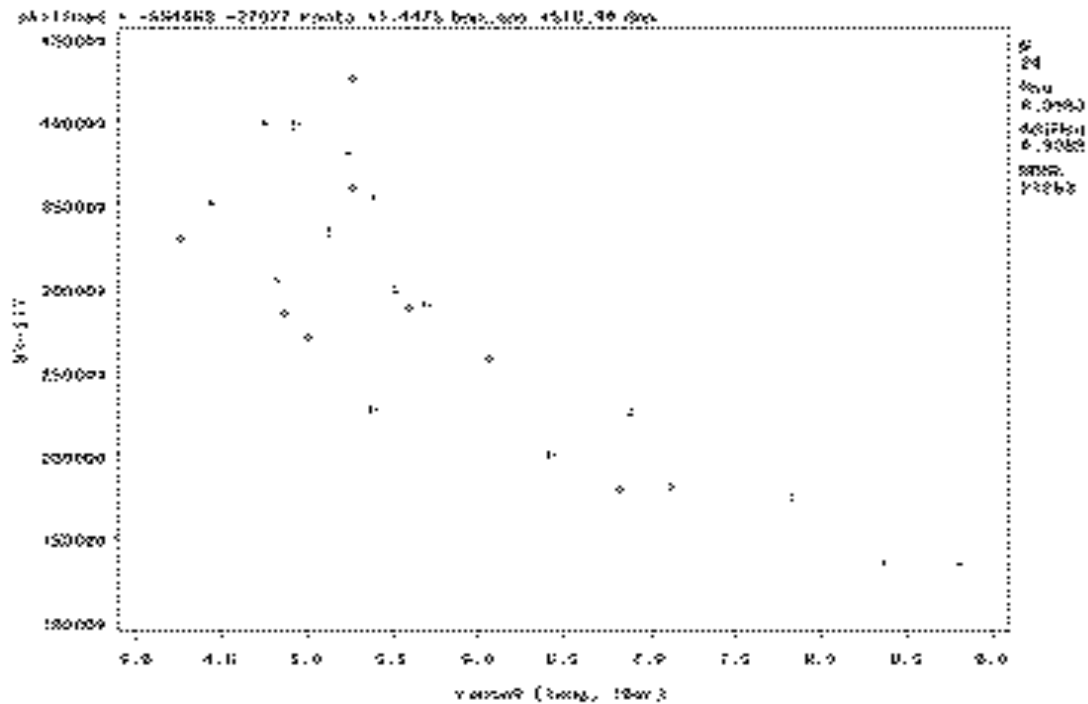
Figur B.1.11 Sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och räntan givet BNP.



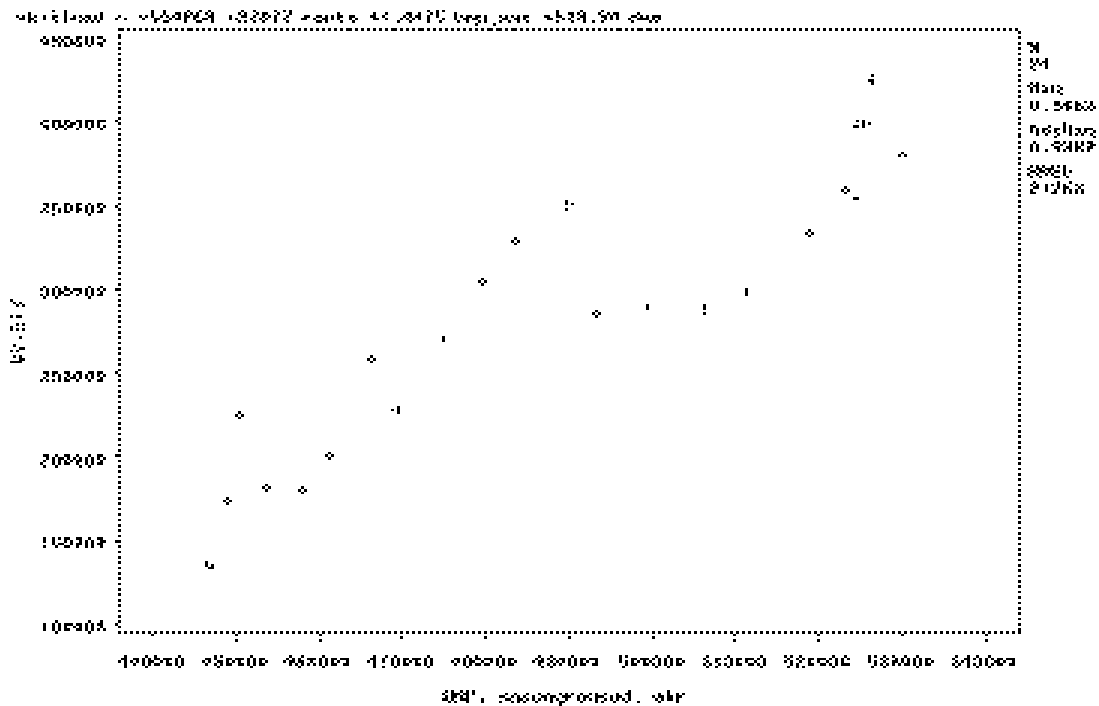
Figur B.1.12 Sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och BNP givet räntan.

B.2 Modell 2.4

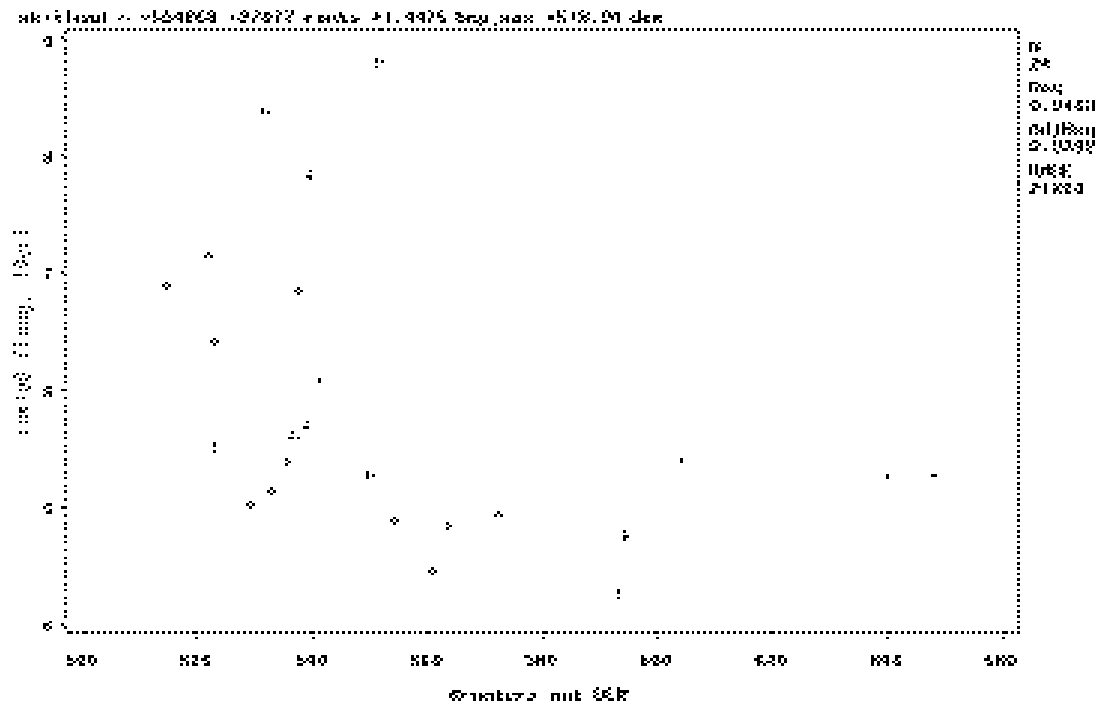
B.2.1 Parvisa plottar modell 2.4



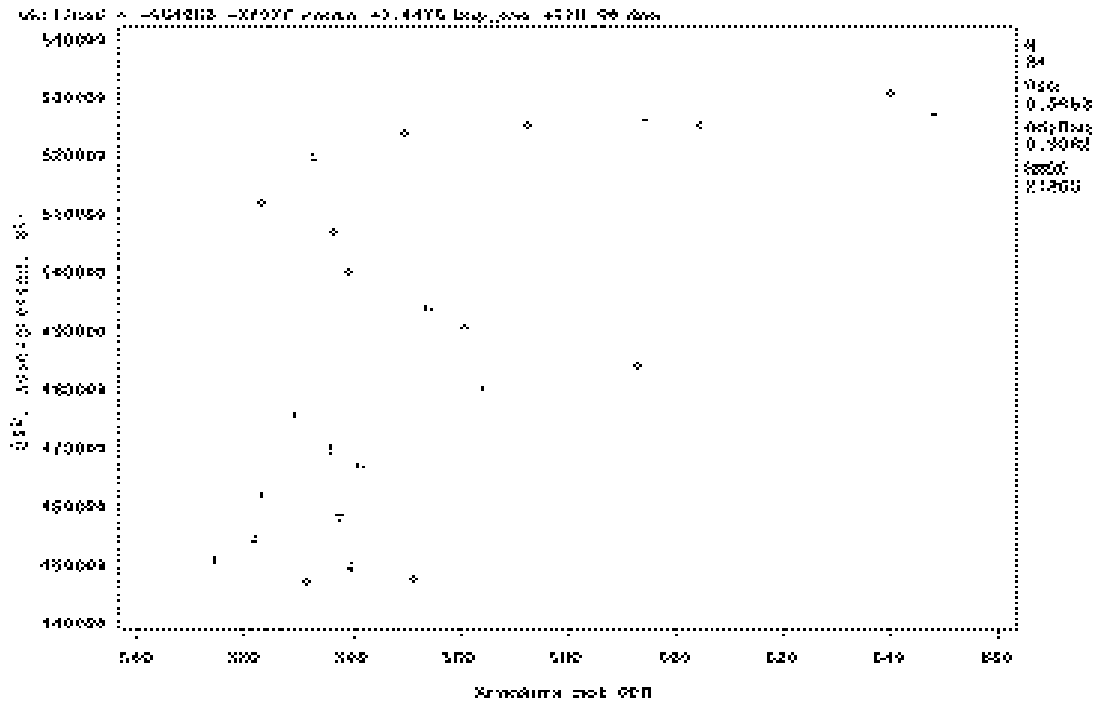
Figur B.2.1 Skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet på statsskulden mot räntan.



Figur B.2.2 Skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet på statsskulden mot BNP.

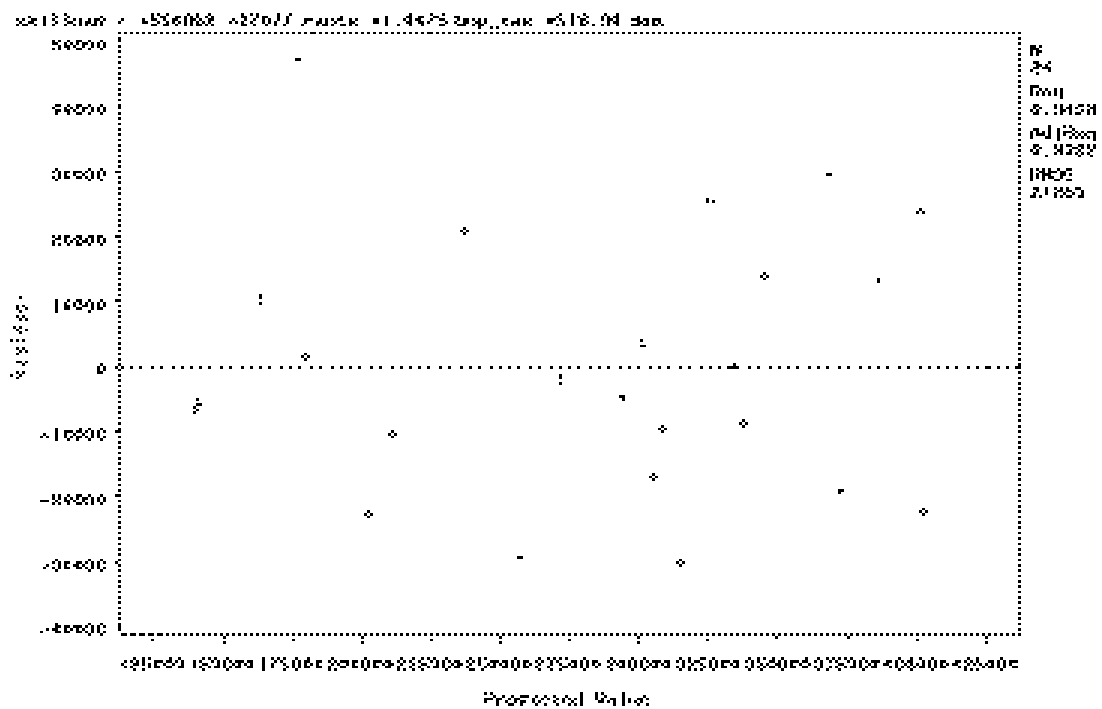


Figur B.2.5 Räntan mot kronkursen mot tyska mark.

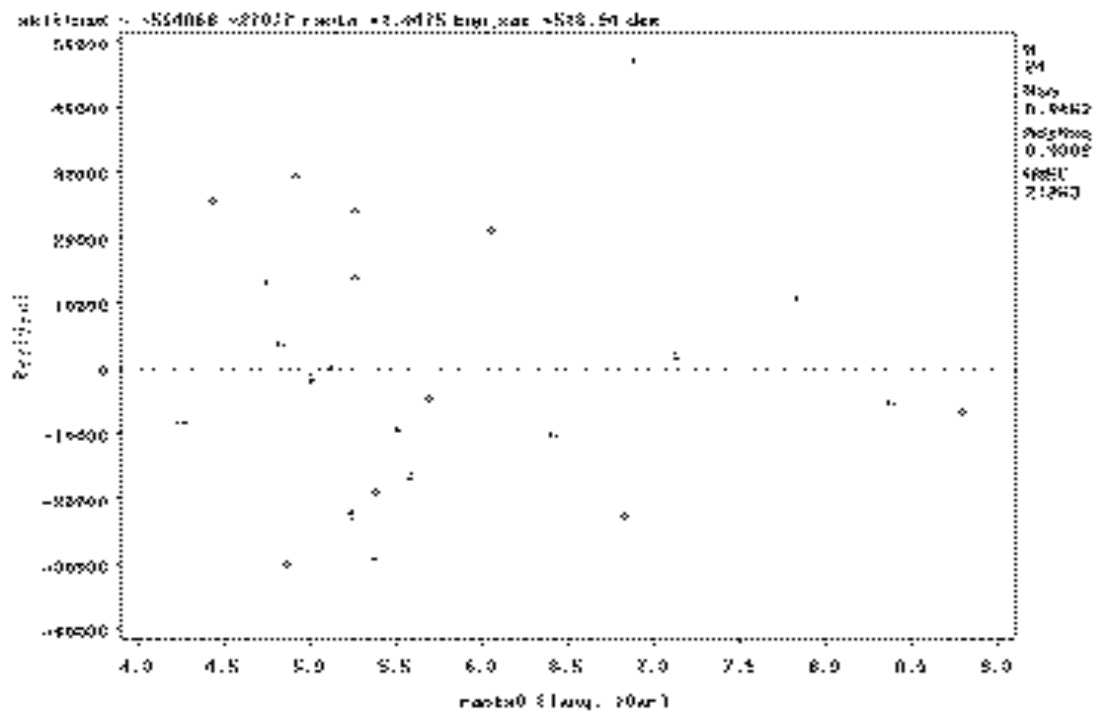


Figur B.2.6 BNP mot kronkursen mot tyska mark.

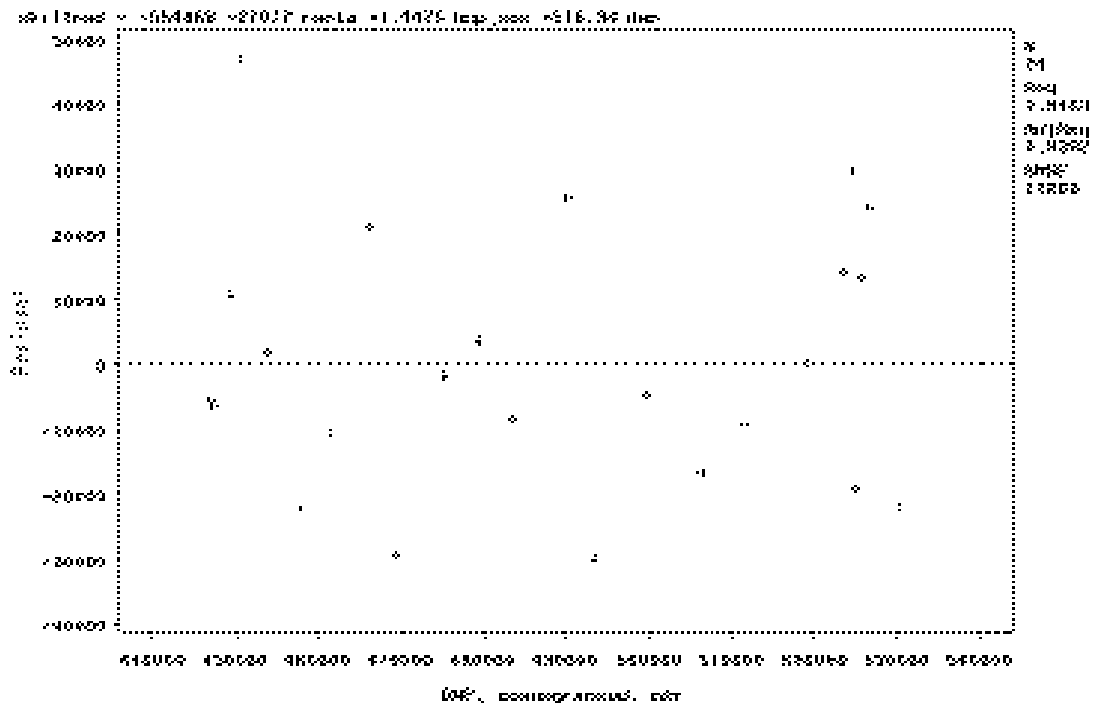
B.2.2 Residualplottar modell 2.4



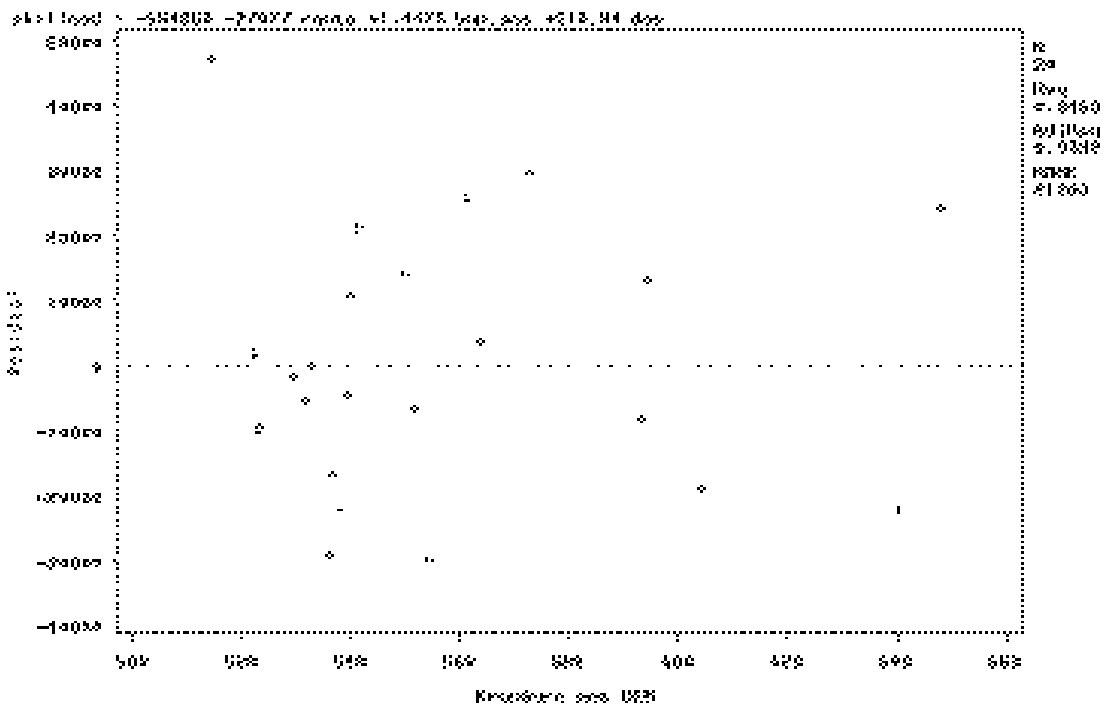
Figur B.2.7 Residualer mot skattade värden.



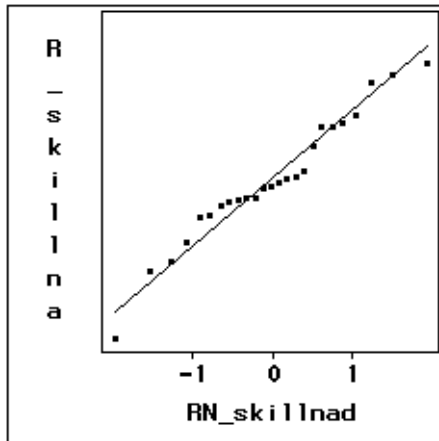
Figur B.2.8 Residualer mot räntan.



Figur B.2.9 Residualer mot BNP.

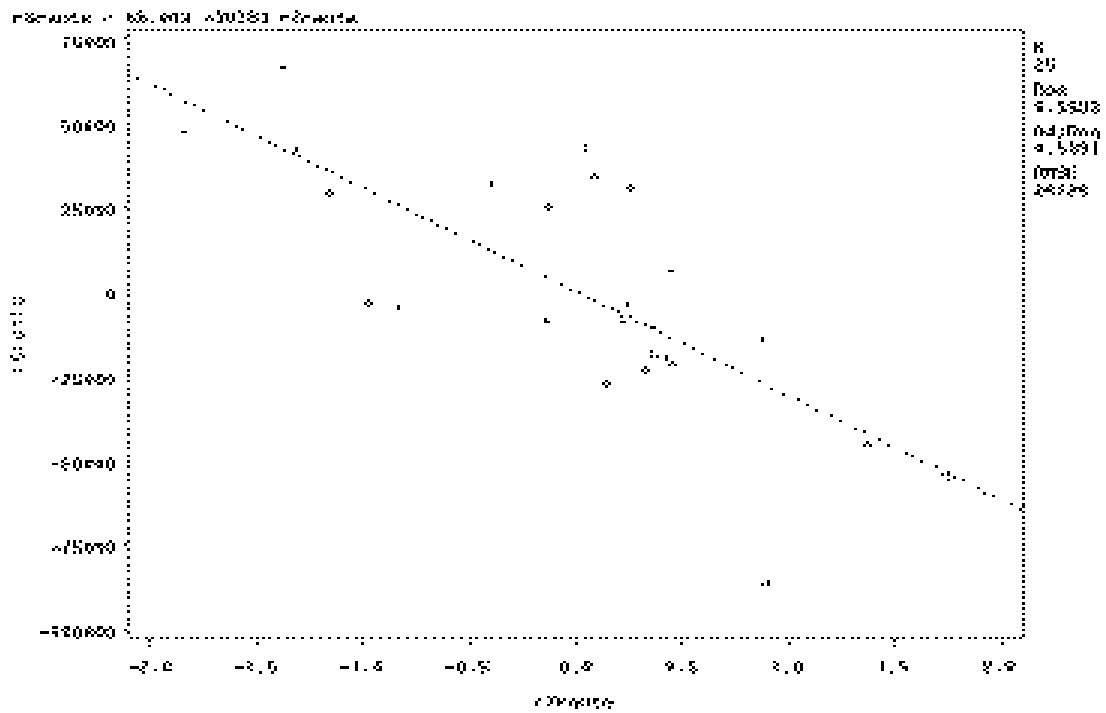


Figur B.2.10 Residualer mot kronkursen mot tyska mark.

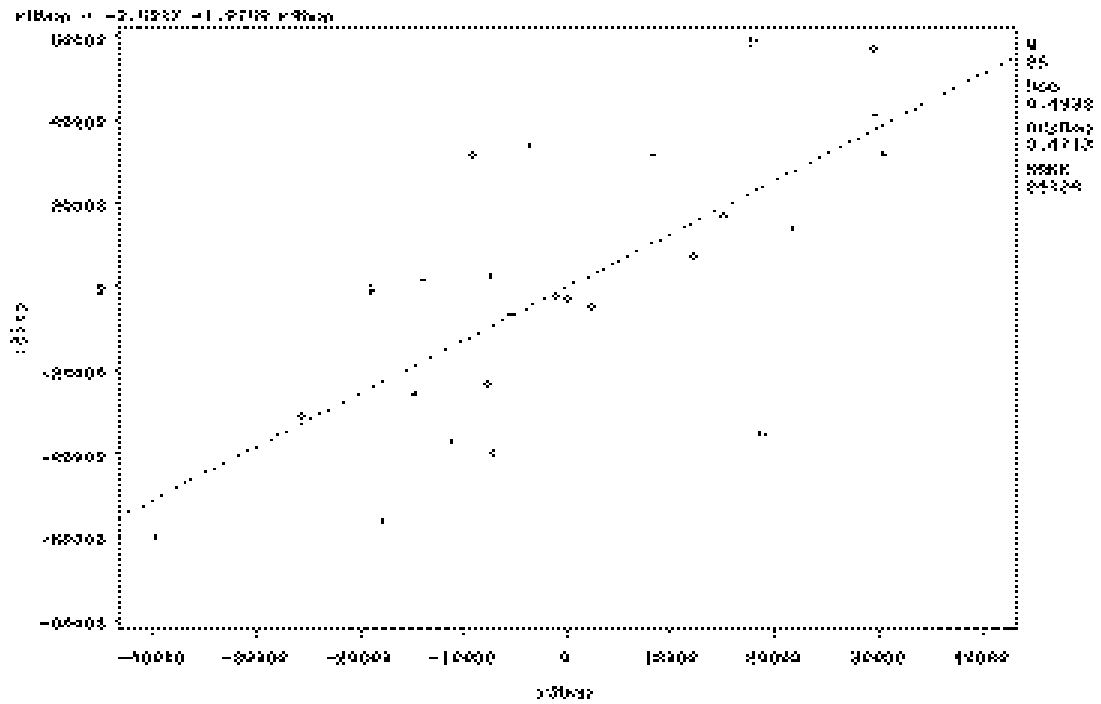


Figur B.2.11 Normalfördelningsplot av residualer.

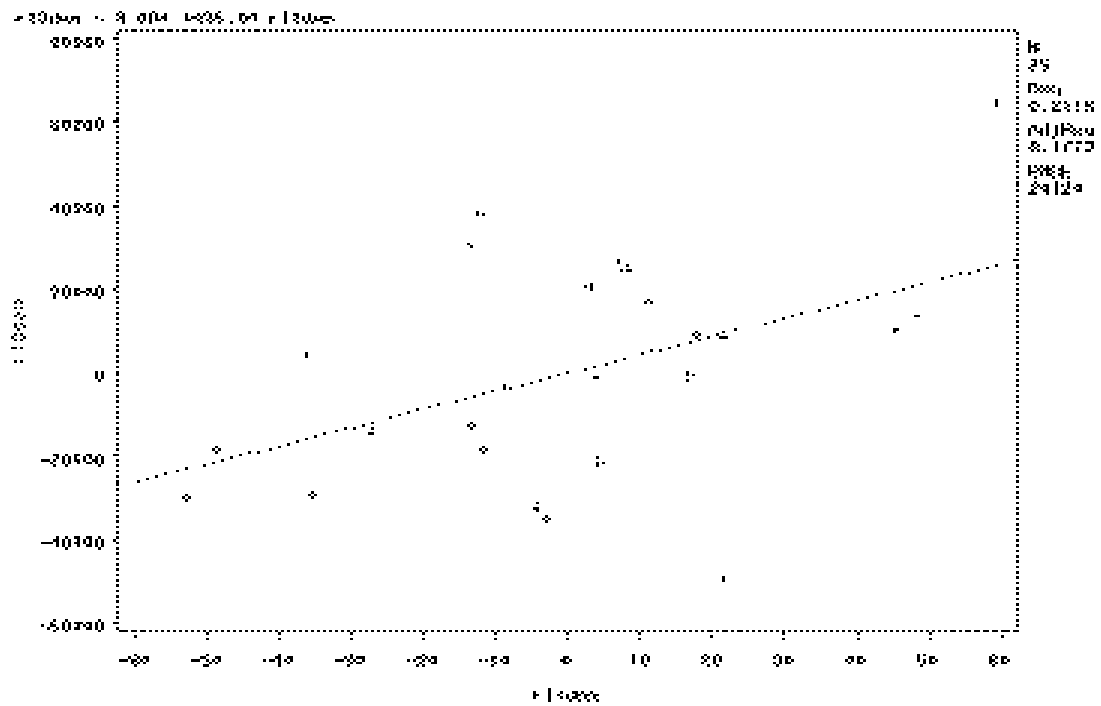
B.2.3 Added variable plots modell 2.4



Figur B.2.12 Sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och räntan givet BNP och kronkursen mot tyska mark.



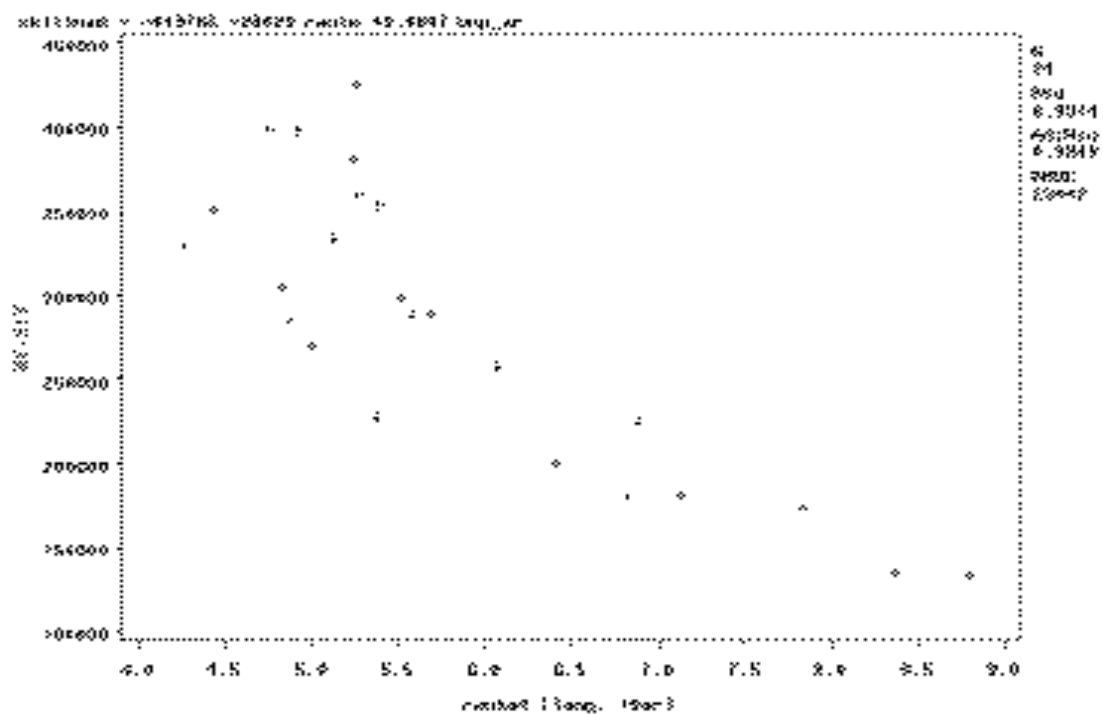
Figur B.2.13 Sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och BNP givet räntan och kronkursen mot tyska mark.



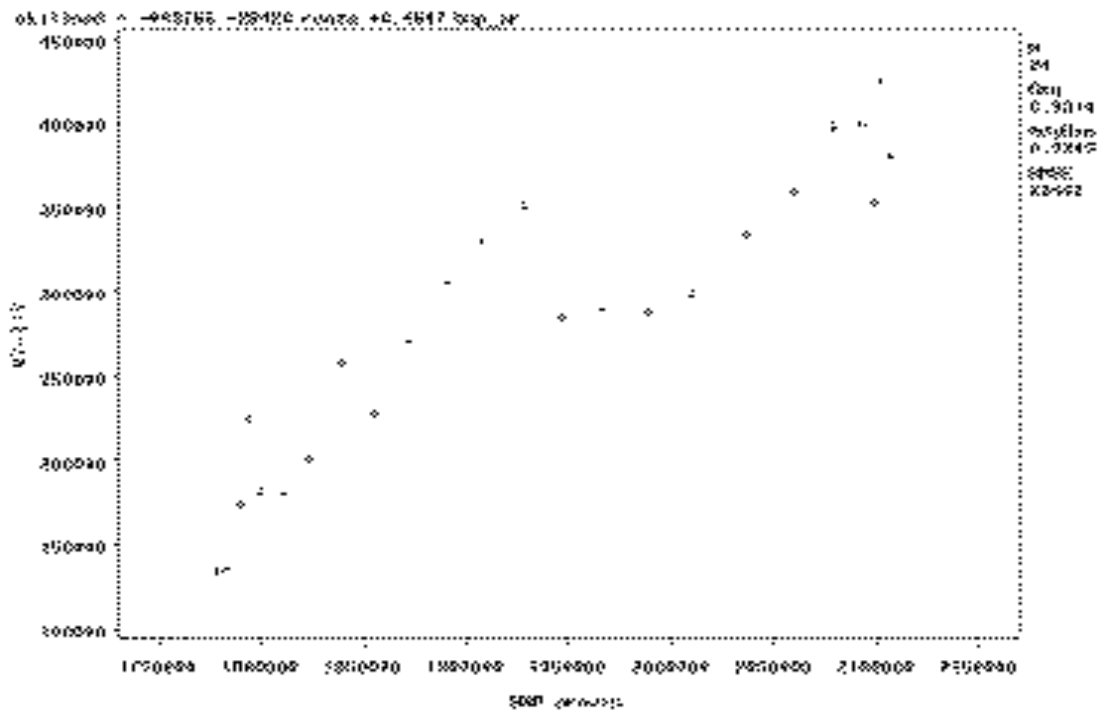
Figur B.2.14 Sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och kronkursen mot tyska mark givet räntan och BNP.

B.3 Modell 2.6

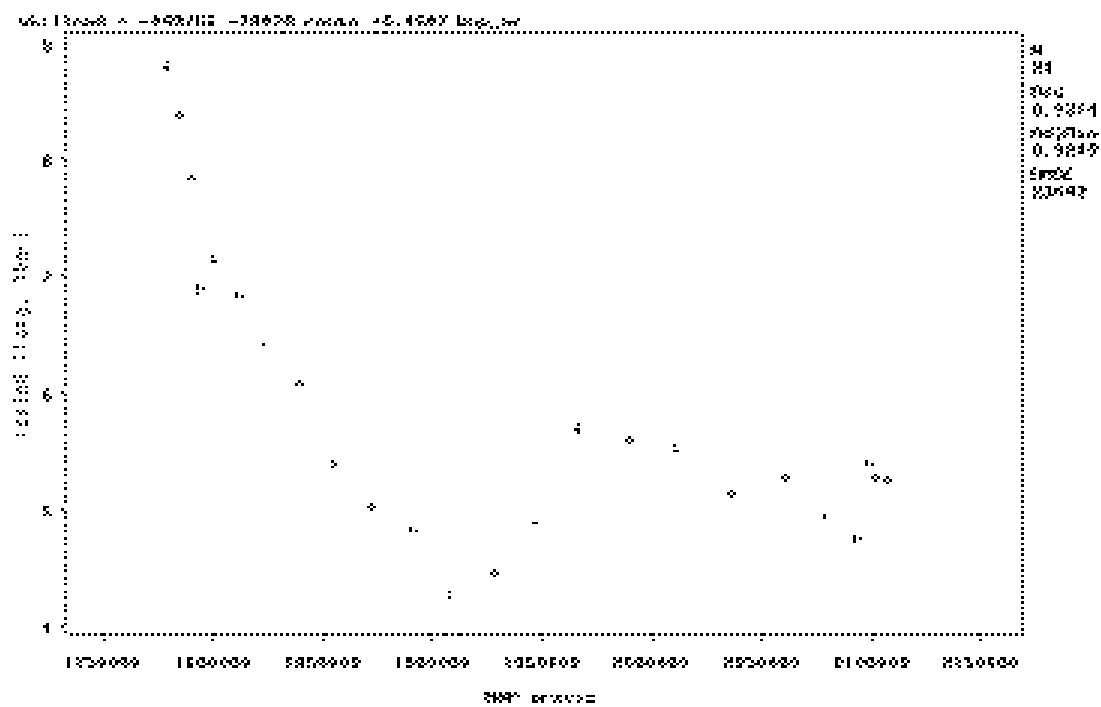
B.3.1 Parvisa plottar modell 2.6



Figur B.3.1 Skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet på statsskulden mot räntan.

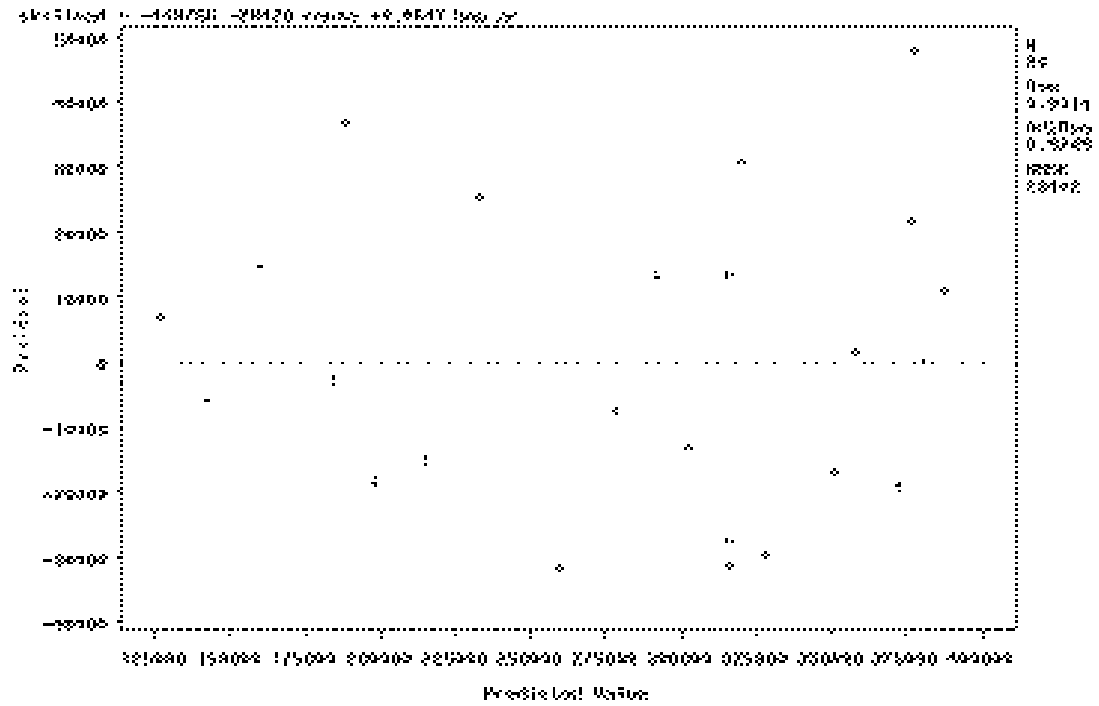


Figur B.3.2 Skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet på statsskulden mot BNP.

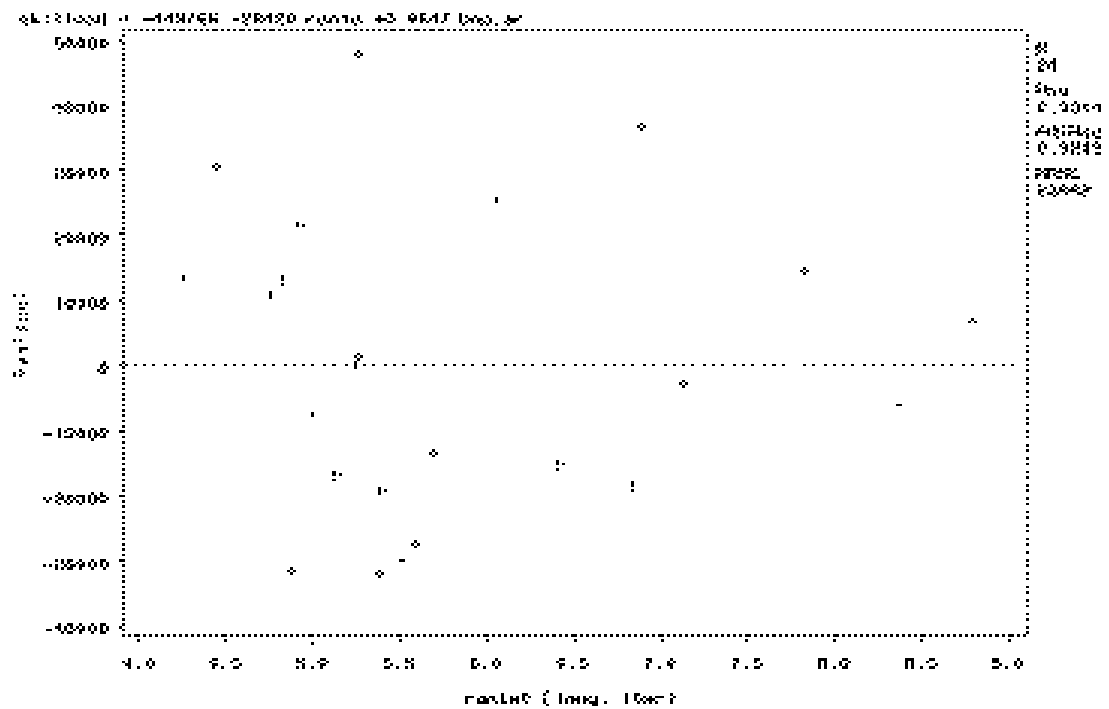


Figur B.3.3 Räntan mot BNP.

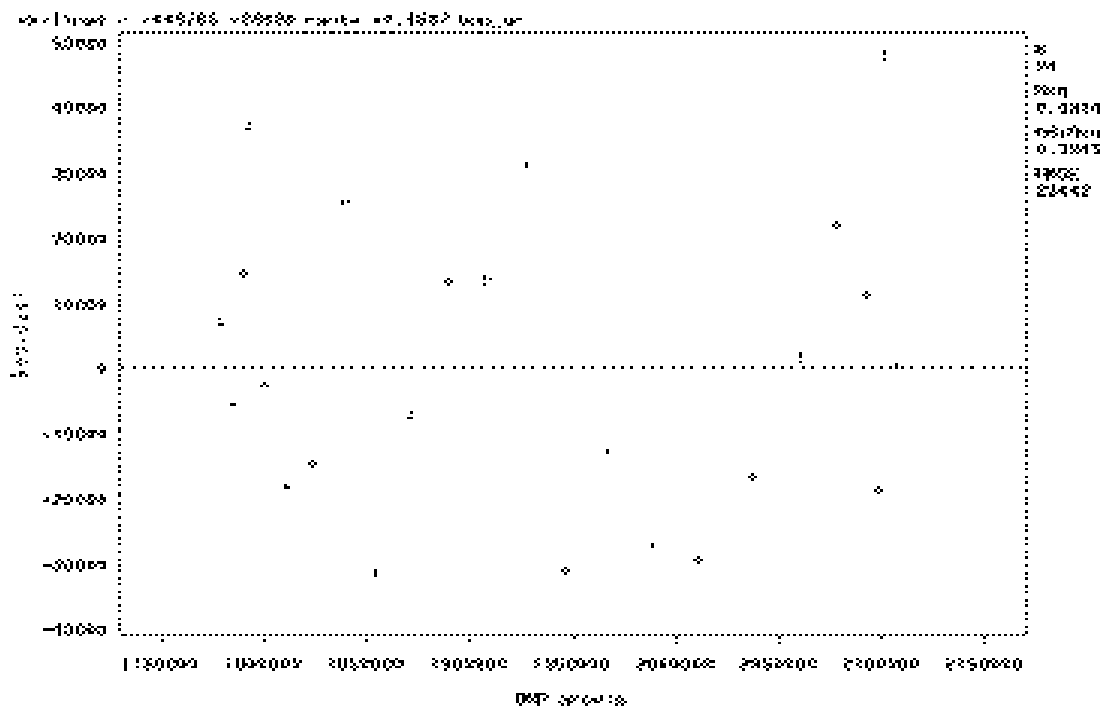
B.3.2 Residualplottar modell 2.6



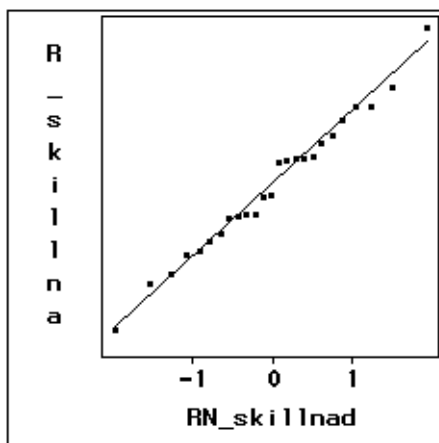
Figur B.3.4 Residualer mot skattade värden.



Figur B.3.5 Residualer mot räntan.

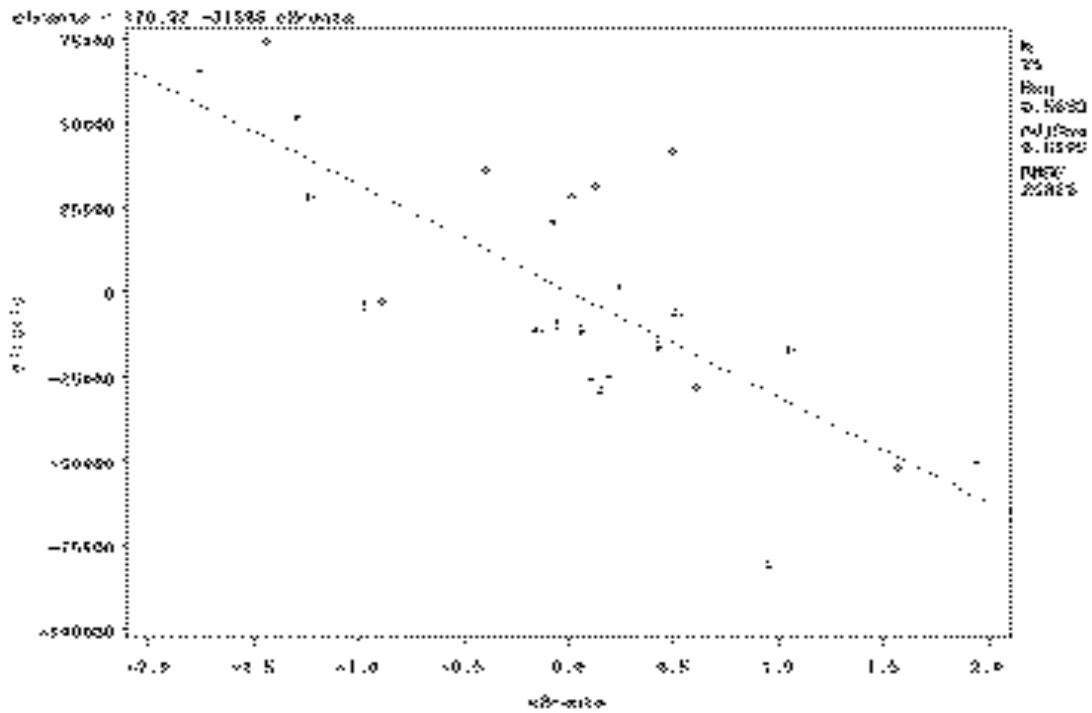


Figur B.3.6 Residualer mot BNP.

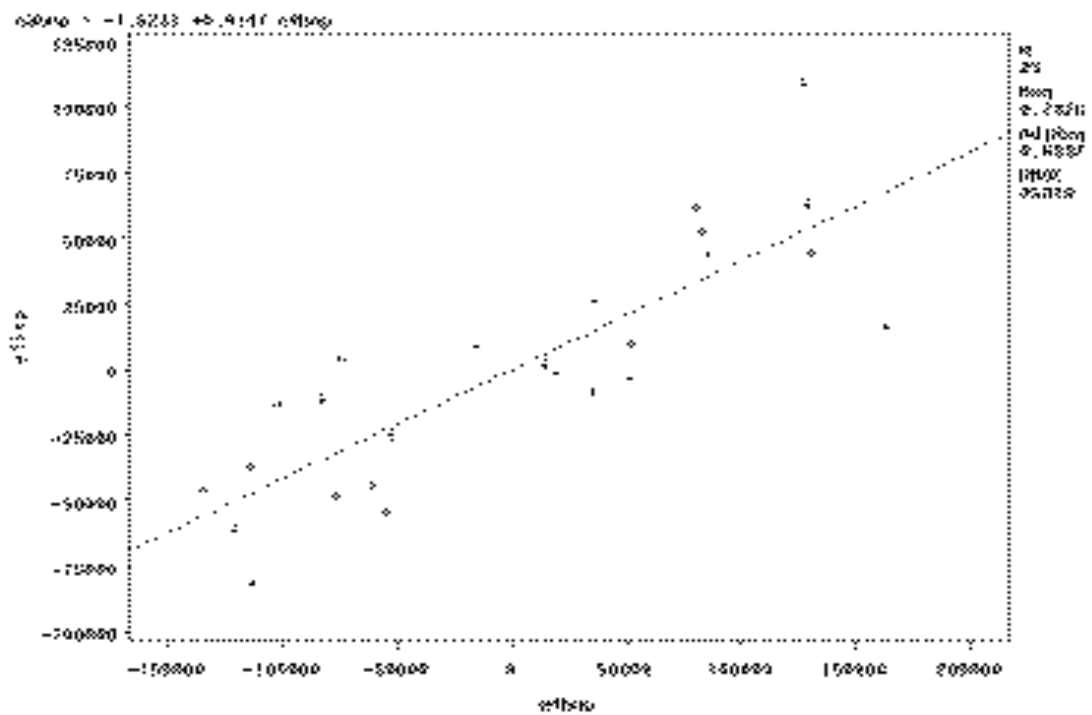


Figur B.3.7 Normalfördelningsplot av residualer.

B.3.3 Added variable plots modell 2.6



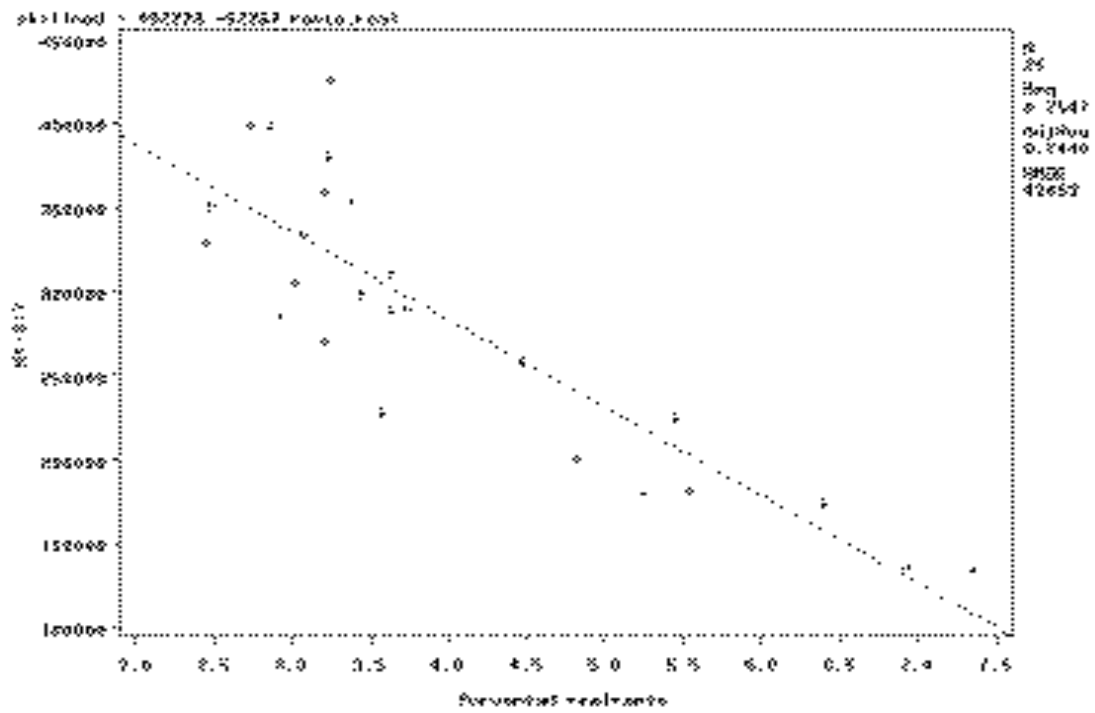
Figur B.3.8 Sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och räntan givet BNP.



Figur B.3.9 Sambandet mellan skillnaden i marknadsvärde och bokfört värde och BNP givet räntan.

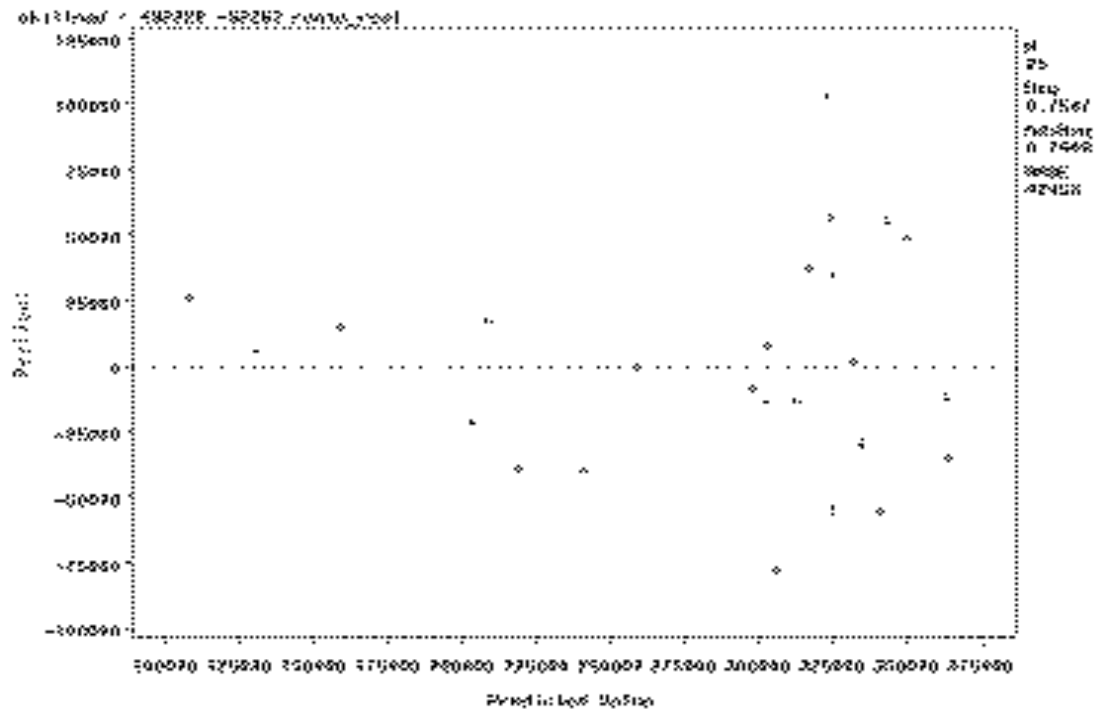
B.4 Modell 2.8

B.4.1 Parvisa plottar modell 2.8

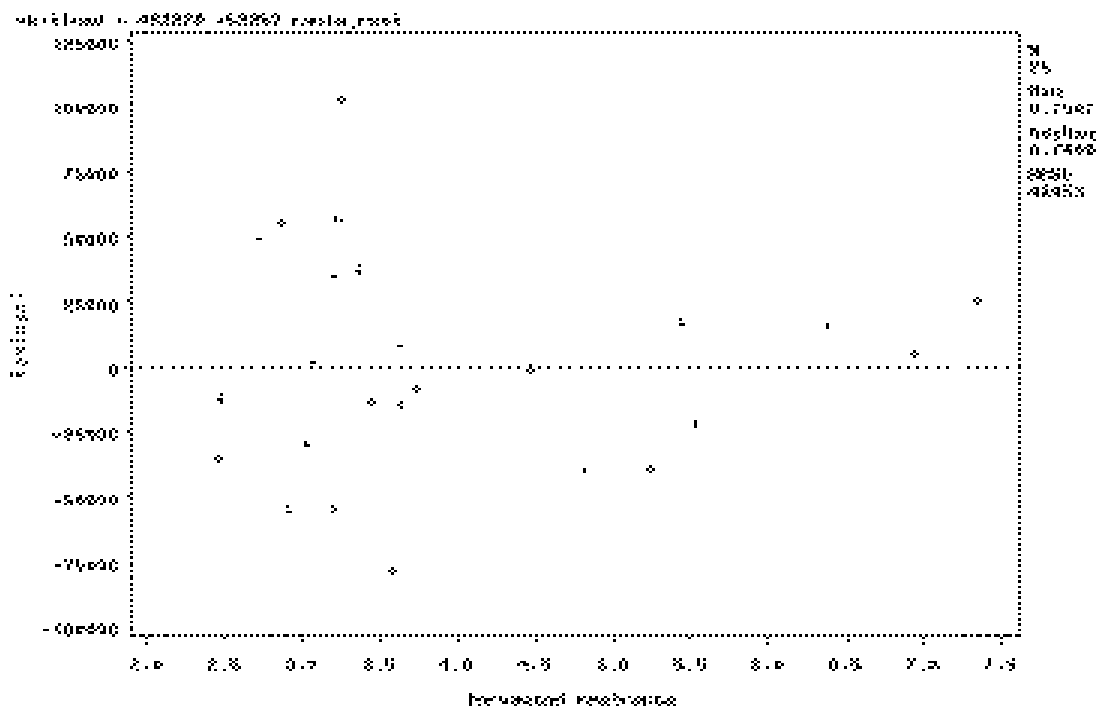


Figur B.4.1 Skillnaden mellan marknadsvärdet och det bokförda värdet på statsskulden mot förväntad realränta.

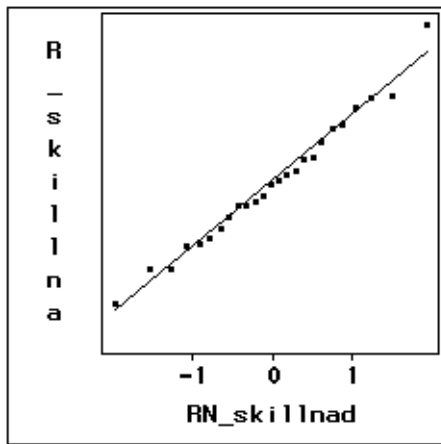
B.4.2 Residualplottar modell 2.8



Figur B.4.2 Residualer mot skattade värden.



Figur B.4.3 Residualer mot förväntad realränta.



Figur B.4.4 Normalfördelningsplot av residualer.