

Tentamen Slumpmässighet och spel

1 september 2011, kl 16-20

Alla svar ska motiveras noggrant. Lösryckta uträkningar utan förklaring accepteras inte. Varför multiplicerar du sannolikheterna? Vilken sats / definition / ekvation från boken är det du använder dig av?

Tentan Återlämnas den 9:e september klockan 17 utanför sal 15, därefter i rum 303, hus 6.

Resultaten publiceras på kurshemsidan senast i samband med Återlämnningen. Kom ihåg siffran som står på omslaget, den behövs för att hitta ditt resultat.

Varje uppgift ger maximalt 10 poäng och betygsgränserna är

Betyg	A	B	C	D	E	Fx
Poäng	54	48	40	34	30	15

Tillåtna hjälpmedel är: Kursboken (med valfria anteckningar i), miniräknare (ej telefon), skrivmaterial.

Uppgift 1

För två händelser A och B gäller $P(A) = 0.5$ och $P(B) = 0.4$. Givet bara denna information, vad är största resp. minsta värdet som följande sannolikheter kan anta:

- $P(A \cup B)$.
- $P(A \cap B)$.

Bestäm sannolikheterna ovan om du vidare vet att A och B är oberoende händelser.

Uppgift 2

Jag har en hylla med 20 böcker. Alla böcker är olika, hälften av böckerna är matematikböcker och resten handlar om virkning. Vid en utlottning av böcker, kommer jag att välja ut 5 böcker helt slumpmässigt ur min bokhylla och ge bort. Vad är sannolikheten att jag väljer ut exakt 4 matematikböcker och en virkbok?

Uppgift 3

I ett visst spel så vinner man 100 kronor med sannolikheten $p = 0.01$. Det kostar 2 kronor att spela. Vad är den förväntade förlusten efter 500 spelomgångar? Om du gör en normalapproximation, vad är sannolikheten att förlusten är mer än 700 kronor?

Uppgift 4

I skrapspelet "Tia" som ges av svenska spel hävdas att spelet ger vinst på var tredje lott. För att visa att så är fallet redovisas resultaten av 1000000 st utfall. Utfallen kan sammanfattas så här:

antal	bruttovinst
282000	10:-
46125	20:-
5846	>20:-

a) Om varje lott kostar 10:-, vad är då sannolikheten att spelaren gör en positiv nettovinst om vi approximerar de sanna vinstsannolikheterna med de faktiskt observerade utfallen?

b) Från den tredje raden i tabellen kan vi utläsa att 5846 utfall resulterade i en bruttovinst större än 20:-. Hur stor bruttovinst skulle var och en av de 5846 lotterna behövt resultera i för att spelet skulle vara rättvist givet att vi använder de observerade empiriska sannolikheterna?

Uppgift 5

Du och en vän har i ren tristess suttit och iakttagit 20 spelomgångar vid ett roulettbord. Av dessa spelomgångar har det visat sig att 15 har slutat på röd (oavsett vad personerna som spelat har satsat på).

a) Hur sannolikt är det att ni skulle ha iakttagit att fler än 15 omgångar skulle sluta på röd givet att bordet är europeiskt och antas vara schysst, d.v.s. sannolikheten att det blir röd i en enskild omgång är $18/37$?

b) Ni börjar överväga att det är fel på bordet och efter en del funderande kommer ni fram till att sannolikheten för röd, givet de utfall ni har sett, borde vara åtminstone 0,6. Givet att ni tror på att sannolikheten för röd är 0,6, bestäm det förväntade antalet gånger av 20 som spelet skulle sluta på ett rött nummer? och vad är standardavvikelsen?

Uppgift 6

Efter ytterligare en del funderande börjar ni överväga att spela vid bordet som beskrivs i Uppgift 5 b), men är osäkra på hur mycket ni ska satsa. Tänk om sannolikheten för röd bara är 0,55 istället för 0,6? Räkna ut approximativa kelly-optimala andelar som man ska satsa av det egna kapitalet i en enskild omgång för de båda föreslagna sannolikheterna givet att ni fortfarande tror att sannolikheten för att det blir en nolla är $1/37$. Hur många procents skillnad (differens) i satsning är det mellan de två olika valen av sannolikheter för röd?